

ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ПРОЕКЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ РЕШЕНИЯ МНК-ЗАДАЧИ ДЛЯ ОРТОГОНАЛЬНО-БАЗИСНОЙ РЕГРЕССИОННОЙ МОДЕЛИ ЭНЕРГОПОТРЕБЛЕНИЯ

Глазырин А.С.^{2,4}, Боловин Е. В.^{2,3}, Ковалев В. З.^{2,4}, Филипас А.А.², Шокодько Ф.А.¹,
Архипова О. В.⁴, Беляускене Е.А.², Кулеш Ю.О.²

¹ Томский политехнический университет, ИШИТР, студент гр. 8Т02, e-mail: fas6@tpu.ru

² Национальный исследовательский Томский политехнический университет, Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30

³ ООО ИНТ АО «ЭлеСи», Россия, 634021, г. Томск, ул. Алтайская, 161А

⁴ Югорский государственный университет, Россия, 628012, г. Ханты-Мансийск, ул. Чехова, 16.

Аннотация

В статье решена задача идентификации параметров регрессионной ортогонально-базисной модели системы электропотребления. Особое внимание уделяется визуализации и подбору индикаторов для мониторинга всех этапов процесса решения МНК задачи.

Ключевые слова: метод наименьших квадратов, метод Качмажа, визуализация проекционных процессов, ортогонально-базисная регрессионная модель, индикаторы для мониторинга.

Цель. Разработка и применение индикаторов, позволяющих произвести мониторинг итерационного процесса решения МНК-задачи.

Введение

Моделирование системы энергопотребления является одним из основных инженерных расчетов, при этом особое внимание уделяется задачам идентификации и прогнозирования с учетом характерных особенностей объекта. Однако, существует недостаточная разработанность общей методологии, учитывающей: а) тип энергосистемы; б) отраслевые особенности системы; в) вычислительные и статистические особенности прогнозируемых временных рядов; г) цели разработки модели [1]. В связи с этим возникает необходимость выявления некоторых индикаторов, позволяющих произвести мониторинг процесса построения регрессионной модели.

Построение ортогонально-базисной регрессионной модели

Для исследования использованы экспериментальные данные эксплуатации гибридной электростанции д. Никулкина Ханты-мансийского автономного округа [1, 2]. Из массива B_i данных измерений потребления активной мощности за 6 суток с шагом дискретизации $\Delta t = 1$ мин. (рис. 1) взят произвольный участок длины $N = 10$. В качестве объясняющей модели выбран тригонометрический многочлен первой степени $F(t, a, b) = a \sin(\omega t) + b \cos(\omega t)$. Для исключения постоянной составляющей проведено предварительное центрирование данных. Для эффективного учета априорной информации [3] частота ω подбирается таким образом, чтобы период был в 4 раза больше, чем окно просмотра (рис. 2).

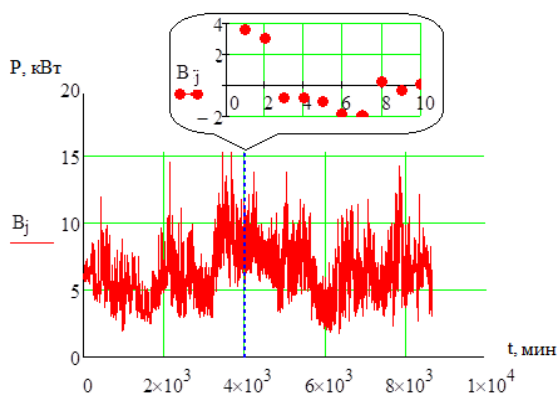


Рис. 1. Исходный массив данных

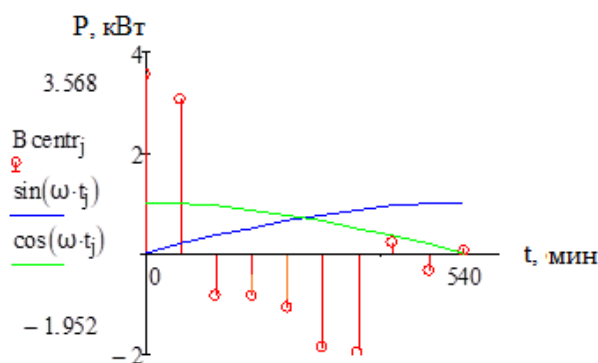


Рис. 2. Окно просмотра

На следующем этапе визуализации процесса создания регрессионной модели построены график целевой функции $S(a,b) = \sqrt{(F(t_i, a, b) - B_i)^2}$ и линии уровня поверхности (рис. 3-4).

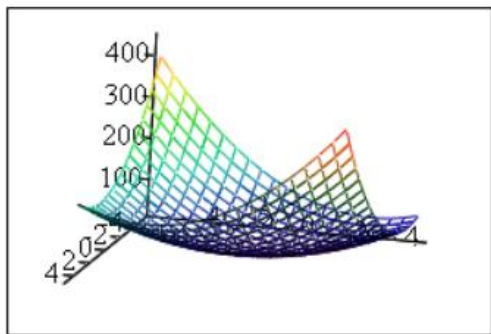


Рис. 3. График целевой функции $S(a,b)$

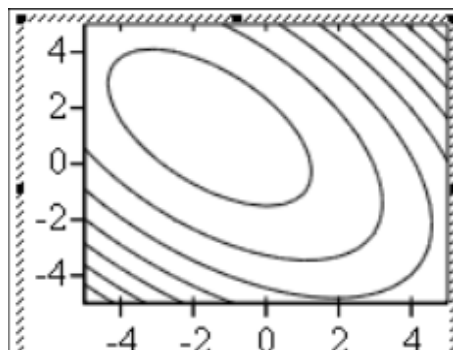


Рис. 4. Линии уровня поверхности-графика целевой функции $S(a,b)$

Подбор параметров объясняющей модели реализован двумя способами: методом обратной матрицы и итерационным методом Качмажа. Система уравнений в форме баланса $F(t_i, a, b) = B_i$ является системой из 10 линейных уравнений с 2 неизвестными. После приведения системы к каноническому виду получим систему из двух уравнений с двумя неизвестными $\mathbf{AX} = \mathbf{B}$, где $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 5 & 2,836 \\ 2,836 & 5 \end{pmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} -4,065 \\ 2,097 \end{pmatrix}$, $\mathbf{X} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$. Решение системы методом обратной матрицы $\mathbf{X}_{A^{-1}} = \begin{pmatrix} -1,549 \\ 1,298 \end{pmatrix}$, решение по методу Качмажа $\mathbf{X}^{(58)} = \begin{pmatrix} -1,549 \\ 1,298 \end{pmatrix}$ получено на шаге $i = 58$ (рис. 5).

При решении МНК-задачи (рис. 6) свойства устойчивости статистических характеристик шумов при малом числе наблюдений не проявляется в полной мере, поэтому методы идентификации, основанные на использовании априорных вероятностных распределений помех, оказываются теоретически необоснованными и, как следствие, неработоспособными [6].

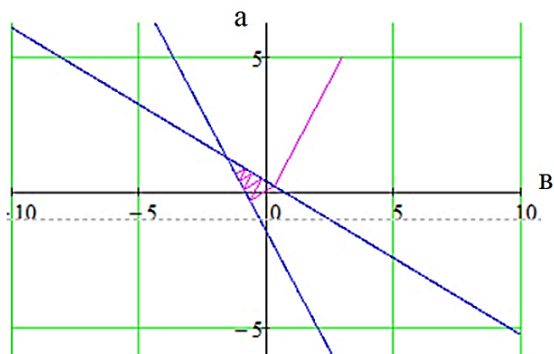


Рис.5. Итерационный процесс

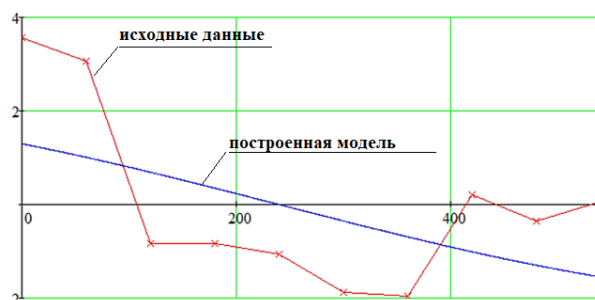


Рис.6. Исходные данные и построенная объясняющая регрессионная модель

Следовательно, появляется объективная необходимость, в разработке и апробировании индикаторов для мониторинга итерационного МНК процесса. В данной работе рассмотрены следующие индикаторы:

1) Перспективным индикатором является угол между гиперплоскостями, в данном случае угол между прямыми $l_1: A_1x + B_1y + C_1 = 0$ и $l_2: A_2x + B_2y + C_2 = 0$, соответствующими уравнениям системы

$\mathbf{AX} = \mathbf{B}$. По значению косинуса $\cos \alpha = \frac{A_1 \cdot A_2 + B_1 \cdot B_2}{\sqrt{(A_1)^2 + (B_1)^2} \sqrt{(A_2)^2 + (B_2)^2}}$ получаем значение угла

$\alpha = 30,88^\circ$.

Для «замороженного» случая (когда рассмотрен один эквивалентный участок стационарности в нестационарной динамической системе) угол является константой. В любом нестационарном случае этот угол будет меняться.

2) Вторым индикатором служат собственные числа матрицы системы $\lambda_1 = 2,164$, $\lambda_2 = 7,836$.

3) Третья группа связана с вычислением норм матрицы системы: $\|\mathbf{A}\|_1 = \max_j \sum_i |a_{ij}| = 7,836$;

$$\|\mathbf{A}\|_2 = \max_i \{\lambda_i\} = 7,836, \|\mathbf{A}\|_\infty = \max_i \sum_j |a_{ij}| = 7,836, \|\mathbf{A}\|_F = \sqrt{\sum_{i,j} |a_{ij}|^2} = 8,129.$$

4) Также можно использовать определитель матрицы $|\mathbf{A}| = 16,959$ или сумму диагональных элементов (след матрицы) $tr(\mathbf{A}) = 10$.

Заключение

Решение задачи построения регрессионной ортогонально-базисной модели с двумя параметрами позволяет осуществлять визуализацию всех этапов, что может быть использовано в разработке прогнозных моделей на основе зашумлённых измерений в дискретном времени. В статье, методами МНК и Качмажа, проведено исследование получения параметров регрессионной ортогонально-базисной модели на примере замкнутой системы энергопотребления. Визуализация решения реализована с использованием ортогонально-базисной регрессионной модели. Полученные результаты можно использовать для решения задач в нестандартных технических системах.

Список использованных источников

1. О рациональной размерности базиса регрессионной модели для задачи адаптивного краткосрочного прогнозирования состояния дискретной нестационарной динамической системы/ А.С. Глазырин, Е.В. Боловин, О.В. Архипова, В.З. Ковалев, Р.Н. Хамитов, С.Н. Кладиев, А.А. Филипас, В.В. Тимошкин, В.А. Копырин, Е.А. Беляускене// Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. – 2023. – Т. 334. – №. 11. – С.257-272. – DOI: 10.18799/24131830/2023/11/4482.

2. Адаптивное краткосрочное прогнозирование потребления электроэнергии автономными энергосистемами малых северных поселений на основе методов ретроспективного регрессионного анализа / А.С. Глазырин, Е. В. Боловин, О. В. Архипова [и др.] // Известия Томского политехнического университета [Известия ТПУ]. Инжиниринг георесурсов / Национальный исследовательский Томский политехнический университет (ТПУ). – 2023. – Т. 334, № 4. – [С. 231-248]. – Заглавие с титульного листа. – [Библиогр.: с. 242-244 (72 назв.)]. – ISSN 2413 – 1830.

3. Сергеев, Виктор Леонидович. Непараметрический метод учета априорной информации при идентификации стохастических систем [Электронный ресурс]: дис. докт. техн. наук: 05.13.01 – Томск: РГБ. – 2000. – (Из фондов Российской Государственной Библиотеки).

4. Конев В.В. Линейная алгебра: Учеб. пособие – Томский политехнический университет (ТПУ), 2008. – С. 65.

5. Крылов А.Н. О численном решении уравнения, которым в технических вопросах определяются частоты малых колебаний материальных систем. Известия Академии наук СССР. VII серия. Отделение математических и естественных наук. – 1931. – № 4. – С. 491-539.

6. Фурсов, Владимир Алексеевич. Идентификация моделей систем формирования изображений по малому числу наблюдений [Электронный ресурс]: дис. докт. техн. наук: 15.13.16. – Самара, 1999. – (Из фондов Российской Государственной Библиотеки).