

## УРАВНИВАНИЕ СЕТИ ПОДЗЕМНЫХ СОЕДИНИТЕЛЬНЫХ ХОДОВ ПРИ ОРИЕНТИРОВКЕ ЧЕРЕЗ ТРИ И БОЛЕЕ ВЕРТИКАЛЬНЫХ ШАХТНЫХ СТВОЛА

В. И. АКУЛОВ

(Представлено научным семинаром кафедр маркшейдерского  
 дела и геодезии)

Шахтные поля, как известно, могут быть вскрыты двумя или тремя и даже четырьмя вертикальными стволами, поэтому для случая, когда все вертикальные стволы соединены между собой горными выработками, ориентирование подземных съемок может быть выполнено через два, три или четыре вертикальных шахтных ствола. В отдельных случаях, учитывая наличие вспомогательных вертикальных шурфов, ориентирование подземных съемок может быть произведено и более чем через три или четыре вертикальных выработки.

Вопрос уравнивания сети подземных соединительных ходов при ориентировке через три и более вертикальных шахтных ствола не разработан как в маркшейдерской, так и геодезической литературе.

При ориентировании подземных съемок через три вертикальных шахтных ствола сеть подземных соединительных полигонов (рис. 1) замыкается на три отвеса А, В и С, опущенных с поверхности по каждому вертикальному стволу. Пренебрегая линейными ошибками проектирования точек с поверхности в шахту, мы можем рассматривать отвесы, на которые замыкается сеть подземных соединительных ходов, как твердые пункты с координатами, полученными из поверхностных съемок. Следовательно, при ориентировке через три вертикальных шахтных ствола возникает задача уравнивания сети подземных соединительных ходов, замкнутой в координатах на три твердых пункта (отвеса).

При уравнивании сети подземных соединительных ходов (рис. 1) по методу условных наблюдений будет три условных уравнения сторон:

$$\frac{1}{\rho} \sum_{AB} R''_{AB} \varepsilon_{\beta} + \sum_{AB} \cos \delta_{AB} \varepsilon_l + \Delta C_{AB} = 0; \quad (1)$$

$$\frac{1}{\rho} \sum_{AC} R''_{AC} \varepsilon_{\beta} + \sum_{AC} \cos \delta_{AC} \varepsilon_l + \Delta C_{AC} = 0; \quad (2)$$

$$\frac{1}{\rho} \sum_{BC} R''_{BC} \varepsilon_{\beta} + \sum_{BC} \cos \delta_{BC} \varepsilon_l + \Delta C_{BC} = 0, \quad (3)$$

где  $R''_{AB}$ ,  $R''_{AC}$  и  $R''_{BC}$  — кратчайшие расстояния от вершины угла  $\beta$  до линий створа отвесов соответственно АВ, АС и ВС;

$\delta_{AB}$ ,  $\delta_{AC}$  и  $\delta_{BC}$  — угол между стороной и линией створа отвесов соответственно АВ, АС и ВС;

$\Delta C_{AB}$ ,  $\Delta C_{AC}$  и  $\Delta C_{BC}$  — разности расстояний АВ, АС и ВС из подземных соединительных ходов АДВ, АДС и ВДС и поверхностных съемок;

$\epsilon_\beta$ ,  $\epsilon_l$  — вероятнейшие поправки к измеренным углам и длинам сторон;

$$\rho = 206\,265''.$$

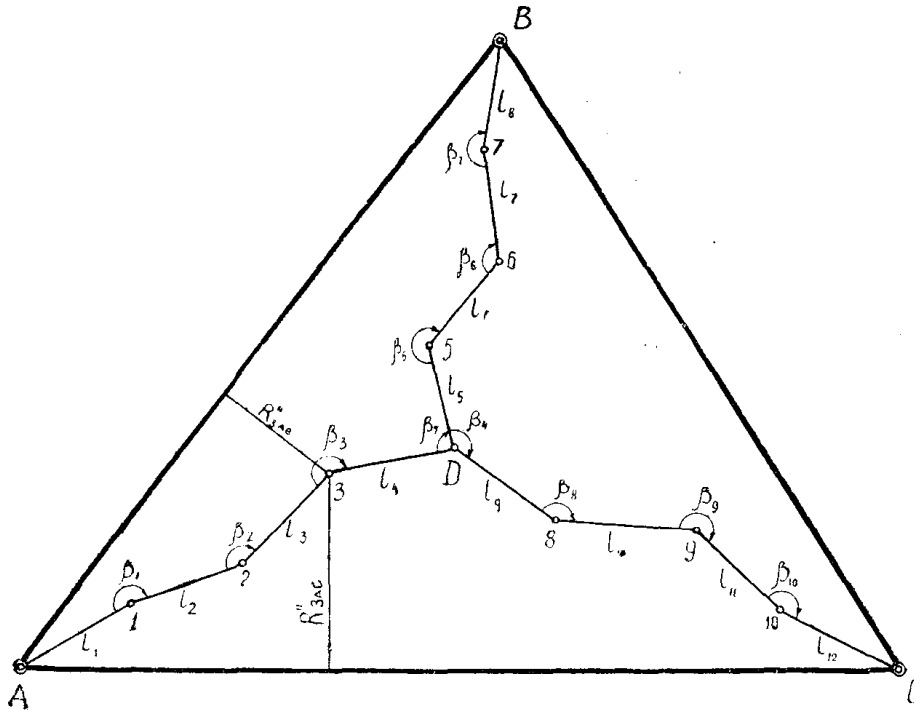


Рис. 1

Кратчайшие расстояния  $R''_{AB}$ ,  $R''_{AC}$ ,  $R''_{BC}$  определяются графически со схемы сети подземных соединительных полигонов, составленной в масштабе 1:500 или 1:1000, при этом учитывается их знак, который определяется, исходя из следующих положений:

1. Если измерен левый по ходу соединительного полигона угол, то  $R''$  для данного угла будет иметь знак плюс, если вершина угла расположена справа от замыкающей соединительного полигона, и знак минус, — если вершина угла расположена слева от замыкающей.

2. Если измерен правый по ходу соединительного полигона угол, то  $R''$  для данного угла будет иметь знак плюс, если вершина угла расположена слева от замыкающей соединительного полигона, и знак минус, — если вершина угла расположена справа от замыкающей.

Углы  $\delta_{AB}$ ,  $\delta_{AC}$ ,  $\delta_{BC}$  определяются графически со схемы сети или вычисляются по формулам:

$$\delta_{AB} = \alpha - (AB);$$

$$\delta_{AC} = \alpha - (AC); \quad (4)$$

$$\delta_{BC} = \alpha - (BC),$$

где  $(AB)$ ,  $(AC)$  и  $(BC)$  — дирекционные углы линий створа отвесов  $AB$ ,  $AC$  и  $BC$ ;  
 $\alpha$  — дирекционный угол стороны.

Свободные члены условных уравнений равны:

$$\begin{aligned}\Delta C_{AB} &= C'_{AB} - C_{AB}; \\ \Delta C_{AC} &= C'_{AC} - C_{AC}; \\ \Delta C_{BC} &= C'_{BC} - C_{BC},\end{aligned}\tag{5}$$

где  $C_{AB}$ ,  $C_{AC}$ ,  $C_{BC}$  — расстояния между отвесами соответственно  $A$  и  $B$ ,  $A$  и  $C$ ,  $B$  и  $C$ , вычисленные из поверхностных съемок;

$C'_{AB}$ ,  $C'_{AC}$ ,  $C'_{BC}$  — расстояния, вычисленные из подземных соединительных ходов АДВ, АДС и ВДС соответственно.

Для определения расстояний  $C'_{AB}$ ,  $C'_{AC}$  и  $C'_{BC}$  необходимо, исходя из измеренных углов и длин сторон, редуцированных на среднюю уровенную поверхность и плоскость проекции, вычислить всю сеть подземных соединительных ходов в одной условной системе координат, например, в условной системе, в которой условное начало координат совпадает с отвесом  $A$ , а условная ось абсцисс — со стороной, примыкающей к отвесу  $A$ , т. е. со стороной „А—I“.

Решая условные уравнения (1, 2, 3) под условием

$$[p_3 \varepsilon_3^2] + [p_l \varepsilon_l^2] = \text{минимум},\tag{6}$$

получим нормальные уравнения коррелат:

$$\begin{aligned}\left\{ \left[ \frac{a_3^2}{p_3} \right] + \left[ \frac{a_l^2}{p_l} \right] \right\} K_1 + \left\{ \left[ \frac{a_3 b_3}{p_3} \right] + \left[ \frac{a_l b_l}{p_l} \right] \right\} K_2 + \\ + \left\{ \left[ \frac{a_3 c_3}{p_3} \right] + \left[ \frac{a_l c_l}{p_l} \right] \right\} K_3 + \Delta C_{AB} = 0; \\ \left\{ \left[ \frac{b_3^2}{p_3} \right] + \left[ \frac{b_l^2}{p_l} \right] \right\} K_2 + \left\{ \left[ \frac{b_3 c_3}{p_3} \right] + \left[ \frac{b_l c_l}{p_l} \right] \right\} K_3 + \Delta C_{AC} = 0; \\ \left\{ \left[ \frac{c_3^2}{p_3} \right] + \left[ \frac{c_l^2}{p_l} \right] \right\} K_3 + \Delta C_{BC} = 0,\end{aligned}\tag{7}$$

где  $a_3 = \frac{R''_{AB}}{\rho}$ ;  $b_3 = \frac{R''_{AC}}{\rho}$ ;  $c_3 = \frac{R''_{BC}}{\rho}$ ;

$$a_l = \cos \delta_{AB}; \quad b_l = \cos \delta_{AC}; \quad c_l = \cos \delta_{BC};$$

$p_3$  — вес измеренного угла;  
 $p_l$  — вес измеренной стороны.

Веса измеренных углов и длин сторон определяются из соотношения

$$m_p^2 p_p = m_l^2 p_l = m_p^2 = 1. \quad (8)$$

Отсюда

$$p_p = \frac{m_p^2 = 1}{m_p^2}. \quad (9)$$

$$p_l = \frac{m_p^2 = 1}{m_l^2}. \quad (10)$$

Из решения уравнений (7) найдем значения коррелат  $K_1$ ,  $K_2$  и  $K_3$ .

Вероятнейшие поправки  $\varepsilon_p$  и  $\varepsilon_l$  и уравненные углы и длины сторон вычисляются по формулам:

$$\varepsilon_p = \frac{a_p}{p_p} K_1 + \frac{b_p}{p_p} K_2 + \frac{c_p}{p_p} K_3, \quad (11)$$

$$\varepsilon_l = \frac{a_l}{p_l} K_1 + \frac{b_l}{p_l} K_2 + \frac{c_l}{p_l} K_3, \quad (12)$$

$$\beta^\circ = \beta + \varepsilon_p, \quad (13)$$

$$l^\circ = l + \varepsilon_l, \quad (14)$$

где  $\beta, \beta^\circ$  — измеренное и уравненное значение угла,

$l, l^\circ$  — измеренное и уравненное значение длины стороны.

Для вычисления уравненной сети подземных соединительных ходов в системе координат, принятой на поверхности, необходимо предварительно в этой же системе координат определить уравненный дирекционный угол ее правой стороны, т. е. стороны, направление которой было принято за условную ось абсцисс при вычислении сети в условной системе координат, например, стороны „А—І“.

Уравненный дирекционный угол в системе координат, принятой на поверхности, первой стороны сети, например, стороны „А—І“, вычислится по формуле:

$$\alpha_1^0 = (AB) - (AB)'_0; \quad (15)$$

$$\operatorname{tg} (AB)'_0 = \frac{y'_B}{x'_B}, \quad (16)$$

где  $(AB)$  — дирекционный угол линии створа отвесов  $AB$  из поверхностной съемки;

$x'_B, y'_B$  — условные координаты отвеса „В“, вычисленные исходя из уравненных углов и длин сторон соединительного хода АДВ.

Исходя из уравненного дирекционного угла первой стороны и уравненных углов и длин сторон и координат отвеса А, полученных из поверхностной съемки, вычисляются в системе координат, принятой на поверхности, дирекционные углы всех сторон и координаты всех вершин, в том числе и координаты отвесов В и С.

Контролем правильности уравнивания сети подземных соединительных ходов служит равенство координат отвесов В и С из подземной и поверхностной съемок.

Для случая, когда сеть подземных соединительных ходов при ориентировке через три вертикальных шахтных ствола включает в себя замкнутый полигон (рис. 2), то к трем условным уравнениям сторон (1, 2, 3) добавится еще три условных уравнения для замкнутого полигона, а именно: одно—фигуры, одно абсцисс и одно—ординат.

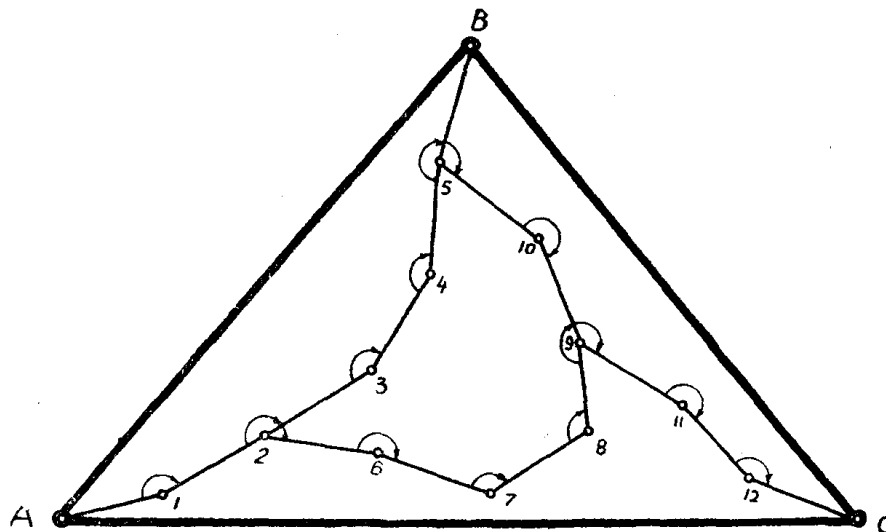


Рис. 2.

При ориентировке через четыре вертикальных шахтных ствола сеть подземных соединительных ходов замыкается на четыре твердых пункта (отвеса) А, В, С и Д (рис. 3, 4 и 5).

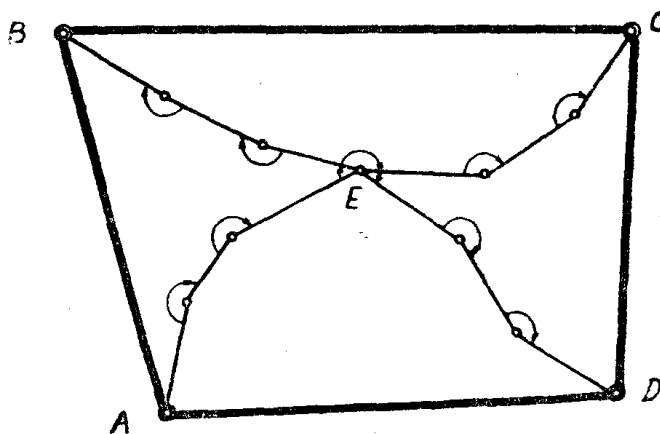


Рис. 3.

При уравнивании сети подземных соединительных ходов, изображенной на рис. 3 или 4, по методу условных наблюдений будет пять условных уравнений сторон вида:

$$\frac{1}{\rho} \sum_{AB} R''_{AB} \varepsilon_3 + \sum_{AB} \cos \vartheta_{AB} \varepsilon_1 + \Delta C_{AB} = 0; \quad (17)$$

$$\frac{1}{\rho} \sum_{BC} R''_{BC} \varepsilon_{\beta} + \sum_{BC} \cos \delta_{BC} \varepsilon_l + \Delta C_{BC} = 0; \quad (18)$$

$$\frac{1}{\rho} \sum_{CD} R''_{CD} \varepsilon_{\beta} + \sum_{CD} \cos \delta_{CD} \varepsilon_l + \Delta C_{CD} = 0; \quad (19)$$

$$\frac{1}{\rho} \sum_{DA} R''_{DA} \varepsilon_{\beta} + \sum_{DA} \cos \delta_{DA} \varepsilon_l + \Delta C_{DA} = 0; \quad (20)$$

$$\frac{1}{\rho} \sum_{AC} R''_{AC} \varepsilon_{\beta} + \sum_{AC} \cos \delta_{AC} \varepsilon_l + \Delta C_{AC} = 0. \quad (21)$$

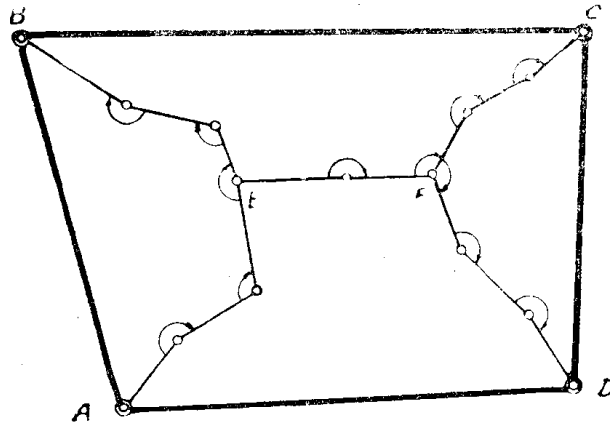


Рис. 4.

Вместо условного уравнения стороны AC, т. е. уравнения (21), можно взять условное уравнение стороны BD:

$$\frac{1}{\rho} \sum_{BD} R''_{BD} \varepsilon_{\beta} + \sum_{BD} \cos \delta_{BD} \varepsilon_l + \Delta C_{BD} = 0. \quad (21a)$$

Из условных уравнений (21) и (21a) необходимо брать то условное уравнение, которое имеет меньшее количество неизвестных, т. е. поправок  $\varepsilon_{\beta}$  и  $\varepsilon_l$ .

При уравнивании по методу условных наблюдений сети подземных соединительных ходов, изображенной на рис. 5, будет восемь условных уравнений, из которых пять уравнений сторон (17—21), одно—фигуры, одно—абсцисс и одно—ординат для замкнутого полигона.

Общее количество условных уравнений в сети подземных соединительных ходов, замкнутой на два и более твердых пункта (отвеса), можно определить по формуле:

$$R = N - 2(P - p), \quad (22)$$

где  $N$  — количество всех измеренных углов и сторон в сети;  
 $P$  — количество всех пунктов в сети, включая и твердые пункты (отвесы);  
 $p$  — количество твердых пунктов (отвесов).

Из общего количества условных уравнений, вычисленных по формуле (22), условных уравнений сторон:

$$r = 2p - 3. \quad (23)$$

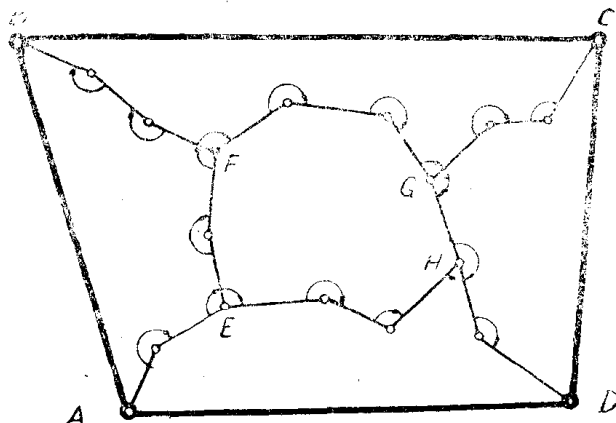


Рис. 5

Если в сети подземных соединительных ходов имеется „ $n$ “ сторон, дирекционные углы которых известны из предыдущих ориентировок, то при уравнивании указанной сети по методу условных наблюдений количество условных уравнений будет:

а) уравнений абсцисс и ординат

$$r_{x,y} = 2(p + m) - 2, \quad (24)$$

б) уравнений дирекционных углов

$$r_{\alpha} = n - 1, \quad (25)$$

в) уравнений фигур

$$r_{\phi} = m, \quad (26)$$

г) общее количество условных уравнений

$$R = 2p + 3m + n - 3 \quad (27)$$

или

$$R = N - 2(P - p) + n, \quad (27a)$$

где  $m$  — количество замкнутых полигонов в сети.

Дирекционные углы сторон из предыдущих ориентировок необходимо считать как измеренные величины, подлежащие исправлению за счет уравнивания сети.

Веса известных дирекционных углов определяются, исходя из их средних квадратических ошибок, установленных или по результатам двойных независимых ориентировок или по предрасчету.

В качестве примера установим вид условных уравнений для сети, изображенной на рис. 1, в которой дирекционные углы сторон „А—1“, „6—7“ и „9—10“ известны из предыдущих ориентировок.

Для случая, когда указанная сеть подземных соединительных ходов предварительно вычисляется в системе координат, принятой на поверхности, исходя из дирекционного угла стороны „А—1“, полученного из предыдущих ориентировок, и координат отвеса А, условные уравнения примут вид:

$$-\frac{(y_B - y_A)}{\rho} \varepsilon_{\alpha_1} - \frac{1}{\rho} \sum_{AB} (y_B - y_i) \varepsilon_{\beta_i} + \sum_{AB} \cos \alpha_i \varepsilon_{l_i} + f_{x_{AB}} = 0; \quad (28)$$

$$\frac{(x_B - x_A)}{\rho} \varepsilon_{\alpha_1} + \frac{1}{\rho} \sum_{AB} (x_B - x_i) \varepsilon_{\beta_i} + \sum_{AB} \sin \alpha_i \varepsilon_{l_i} + f_{y_{AB}} = 0; \quad (29)$$

$$-\frac{(y_C - y_A)}{\rho} \varepsilon_{\alpha_1} - \frac{1}{\rho} \sum_{AC} (y_C - y_i) \varepsilon_{\beta_i} + \sum_{AC} \cos \alpha_i \varepsilon_{l_i} + f_{x_{AC}} = 0; \quad (30)$$

$$\frac{(x_C - x_A)}{\rho} \varepsilon_{\alpha_1} + \frac{1}{\rho} \sum_{AC} (x_C - x_i) \varepsilon_{\beta_i} + \sum_{AC} \sin \alpha_i \varepsilon_{l_i} + f_{y_{AC}} = 0; \quad (31)$$

$$\varepsilon_{\alpha_1} + \sum_{i=1}^6 \varepsilon_{\beta_i} - \varepsilon_{\alpha_7} + V_{\alpha_7} = 0; \quad (32)$$

$$\varepsilon_{\alpha_1} + \sum_{i(1, 2, 3, 4, 4', 8, 9)} \varepsilon_{\beta_i} - \varepsilon_{\alpha_{11}} + V_{\alpha_{11}} = 0, \quad (33)$$

где  $f_{x_{AB}}, f_{y_{AB}}$  — невязки координат соединительного хода АДВ;  
 $f_{x_{AC}}, f_{y_{AC}}$  — невязки координат соединительного хода АДС;  
 $V_{\alpha_7}$  и  $V_{\alpha_{11}}$  — невязки в дирекционных углах сторон соответственно „6—7“ и „9—10“;

$\varepsilon_{\alpha}$  — вероятнейшая поправка к дирекционному углу.

Решив систему условных уравнений (28—33) под условием

$$\sum (p_{\alpha} \varepsilon_{\alpha}^2 + p_{\beta} \varepsilon_{\beta}^2 + p_l \varepsilon_l^2) = \text{минимум},$$

получим вероятнейшие поправки к измеренным углам и длинам сторон и дирекционным углам, полученным из предыдущих ориентировок, приводящие сеть подземных теодолитных ходов к согласию с данными поверхностных съемок.

Если в сети (рис. 1) из предыдущих ориентировок известны дирекционные углы сторон „2—3“, „6—7“ и „9—10“ и сеть предварительно вычислена в системе координат, принятой на поверхности, исход, например, из дирекционного угла стороны „2—3“, которая непосредственно не примыкает к отвесу „А“, то условные уравнения (28—31) примут вид:

$$-\frac{(y_B - y_A)}{\rho} \varepsilon_{\alpha_3} - \frac{1}{\rho} \sum_1^2 (y_A - y_i) \varepsilon_{\beta_i} - \frac{1}{\rho} \sum_3^7 (y_B - y_i) \varepsilon_{\beta_i} + \sum_{AB} \cos \alpha_i \varepsilon_{l_i} + f_{x_{AB}} = 0; \quad (28a)$$



$$\begin{aligned}
& \frac{(x_B - x_A)}{\rho} \varepsilon_{\alpha_3} + \frac{1}{\rho} \sum_1^2 (x_A - x_i) \varepsilon_{\beta_i} + \\
& + \frac{1}{\rho} \sum_3^7 (x_B - x_i) \varepsilon_{\beta_i} + \sum_{AB} \sin \alpha_i \varepsilon_{l_i} + f_{y_{AB}} = 0; \quad (29a) \\
& - \frac{(y_C - y_A)}{\rho} \varepsilon_{\alpha_3} - \frac{1}{\rho} \sum_1^2 (y_A - y_i) \varepsilon_{\beta_i} - \frac{1}{\rho} \sum_{i(3, 4, 4', 8, 9, 10)} (y_C - y_i) \varepsilon_{\beta_i} + \\
& + \sum_{AC} \cos \alpha_i \varepsilon_{l_i} + f_{x_{AC}} = 0; \quad (30a) \\
& \frac{(x_C - x_A)}{\rho} \varepsilon_{\alpha_3} + \frac{1}{\rho} \sum_1^2 (x_A - x_i) \varepsilon_{\beta_i} + \frac{1}{\rho} \sum_{i(3, 4, 4', 8, 9, 10)} (x_C - x_i) \varepsilon_{\beta_i} + \\
& + \sum_{AC} \sin \alpha_i \varepsilon_{l_i} + f_{y_{AC}} = 0. \quad (31a)
\end{aligned}$$

#### Установление весов измеренных углов и длин сторон

Результаты уравнивания по способу наименьших квадратов сети подземных соединительных ходов, ориентированной через три и более вертикальных шахтных ствола, в основном зависят от точности установления весов измеренных углов и длин сторон.

Если веса измеренных углов и длин сторон установлены неправильно, то уравнивание сети по способу наименьших квадратов будет строгим только формально. Поэтому веса измеренных углов и длин сторон необходимо определять, исходя из результатов измерений углов и длин сторон уравниваемой сети.

Для определения весов измеренных углов и длин сторон по формулам (9) и (10) необходимо знать для каждого угла и для каждой стороны сети средние квадратические ошибки.

Установим средние квадратические ошибки измерений углов и длин сторон исходя из разностей расстояний между отвесами из подземной и поверхностной съемок.

Средняя квадратическая ошибка разности расстояний между отвесами из подземной и поверхностной съемок при ориентировке через два вертикальных ствола, как известно, выражается формулой:

$$M_{\Delta C_{AB}} = \pm \sqrt{\sum_{AB} R_{AB}''^2 \left(\frac{m_{\beta}}{\rho}\right)^2 + \sum_{AB} \cos^2 \delta_{AB} m_l^2}. \quad (34)$$

Приравняв ошибку  $M_{\Delta C_{AB}}$  фактической разности  $\Delta C_{AB}$ , получим следующее уравнение:

$$\sum_{AB} R_{AB}''^2 \left(\frac{m_{\beta}}{\rho}\right)^2 + \sum_{AB} \cos^2 \delta_{AB} m_l^2 - \Delta C_{AB}^2 = 0. \quad (35)$$

В подземных соединительных ходах, в особенности с короткими сторонами или в которых углы измерены высокоточными теодолитами, основным источником ошибок измерений углов является неточное центрирование теодолита и сигналов. В связи с этим ошибку измерения угла будем определять по формуле:

$$m_{\beta} = \pm \sqrt{Z_C e_C^2 + Z_T e_T^2}; \quad (36)$$

$$Z_C = \frac{\rho^2}{2 a^2 b^2} (a^2 + b^2); \quad (37)$$

$$Z_T = \frac{\rho^2}{2 a^2 b^2} (a^2 + b^2 - 2 ab \cos \beta), \quad (38)$$

где  $a, b$  — стороны угла;  
 $e_C, e_T$  — линейные ошибки центрирования сигналов и теодолита соответственно.

При  $e_T = e_C \sqrt{2}$  формула (36) примет вид:

$$m_{\beta} = \pm e_T \sqrt{\frac{1}{2} Z_C + Z_T}. \quad (39)$$

Так как

$$m_{\beta_i}^2 p_{\beta_i} = m_{\beta_k}^2 p_{\beta_k},$$

то

$$\frac{1}{p_{\beta_i}} = \frac{m_{\beta_i}^2}{m_{\beta_k}^2 p_{\beta_k}}. \quad (40)$$

Вес угла  $\beta_k$  примем равным единице, тогда:

$$\frac{1}{p_{\beta_i}} = \frac{m_{\beta_i}^2}{m_{\beta_k}^2}. \quad (41)$$

Отсюда

$$m_{\beta_i} = \pm m_{\beta_k} \sqrt{\frac{1}{p_{\beta_i}}}. \quad (42)$$

Из формулы (39) имеем:

$$m_{\beta_i} = \pm e_T \sqrt{\frac{1}{2} Z_{C_i} + Z_{T_i}}; \quad (43)$$

$$m_{\beta_k} = \pm e_T \sqrt{\frac{1}{2} Z_{C_k} + Z_{T_k}}. \quad (44)$$

Подставляя  $m_{\beta_i}$  и  $m_{\beta_k}$  из (43) и (44) в (41), получим:

$$\frac{1}{p_{\beta_i}} = \frac{\frac{1}{2} Z_{C_i} + Z_{T_i}}{\frac{1}{2} Z_{C_k} + Z_{T_k}}. \quad (45)$$

Ошибки измерения длин сторон выразим формулой

$$m_l = \pm \mu \sqrt{l}, \quad (46)$$

где  $\mu$  — коэффициент случайного влияния при измерении длин сторон.

Подставляя  $m_\beta$  и  $m_l$  из (42) и (46) в (35), получим:

$$m_{\beta_k}^2 \sum_{AB} \frac{1}{p_\beta} \left( \frac{R''_{AB}}{\rho} \right)^2 + \mu^2 \sum_{AB} l \cos^2 \delta_{AB} - \Delta C_{AB}^2 = 0. \quad (47)$$

Для сети подземных соединительных ходов, ориентированной через три ствола (рис. 1), может быть написано три уравнения вида (47), а именно:

$$\begin{aligned} m_{\beta_k}^2 \sum_{AB} \frac{1}{p_\beta} \left( \frac{R''_{AB}}{\rho} \right)^2 + \mu^2 \sum_{AB} l \cos^2 \delta_{AB} - \Delta C_{AB}^2 &= 0, \\ m_{\beta_k}^2 \sum_{AC} \frac{1}{p_\beta} \left( \frac{R''_{AC}}{\rho} \right)^2 + \mu^2 \sum_{AC} l \cos^2 \delta_{AC} - \Delta C_{AC}^2 &= 0, \\ m_{\beta_k}^2 \sum_{BC} \frac{1}{p_\beta} \left( \frac{R''_{BC}}{\rho} \right)^2 + \mu^2 \sum_{BC} l \cos^2 \delta_{BC} - \Delta C_{BC}^2 &= 0. \end{aligned} \quad (48)$$

Разности  $\Delta C_{AB}$ ,  $\Delta C_{AC}$  и  $\Delta C_{BC}$  определяются по формулам (5). Система уравнений (48) дает возможность определить ошибку измерения угла с весом, равным единице, т. е. угла  $\beta_k$ , и коэффициент  $\mu$  формулы (46).

Обозначим:

$$x = m_{\beta_k}^2, \quad y = \mu^2;$$

$$a_1 = \sum_{AB} \frac{1}{p_\beta} \left( \frac{R''_{AB}}{\rho} \right)^2; \quad a_2 = \sum_{AC} \frac{1}{p_\beta} \left( \frac{R''_{AC}}{\rho} \right)^2;$$

$$a_3 = \sum_{BC} \frac{1}{p_\beta} \left( \frac{R''_{BC}}{\rho} \right)^2;$$

$$b_1 = \sum_{AB} l \cos^2 \delta_{AB}; \quad b_2 = \sum_{AC} l \cos^2 \delta_{AC}; \quad b_3 = \sum_{BC} l \cos^2 \delta_{BC};$$

$$v_1 = \Delta C_{AB}^2; \quad v_2 = \Delta C_{AC}^2; \quad v_3 = \Delta C_{BC}^2.$$

В принятых обозначениях системы уравнений (48) примет вид:

$$\begin{aligned} a_1 x + b_1 y - v_1 &= 0 \\ a_2 x + b_2 y - v_2 &= 0 \\ a_3 x + b_3 y - v_3 &= 0. \end{aligned} \quad (48a)$$

Решая несовместную систему уравнений (48а) под условием  $\sum (ax + by - v)^2 = \text{минимум}$ , получим следующие два нормальных уравнения для определения  $x$  и  $y$ :

$$\begin{aligned} [a a]x + [a b]y - [a v] &= 0, \\ [a b]x + [b b]y - [b v] &= 0. \end{aligned} \quad (49)$$

Решив систему нормальных уравнений (49), получим  $x$  и  $y$ .

Ошибка измерения угла с весом, равным единице, и значение коэффициента  $\mu$  определяются по формулам:

$$m_{\beta_k} = \pm \sqrt{x}; \quad (50)$$

$$\mu = \pm \sqrt{y}. \quad (51)$$

Ошибки измерений углов вычисляются по формуле (42), а длин сторон — по формуле (46).

Для сетей, изображенных на рис. 2, 3, 4, система уравнений (48) будет состоять из шести уравнений.

После определения ошибки  $m_{\beta_k}$  и коэффициента  $\mu$ , исходя из формул (9) и (10), устанавливаются веса измеренных углов и длин сторон.

За ошибку  $m_{p=1}$  может быть принята ошибка измерения какого-либо угла или ошибка измерения длины стороны в один метр.

Если за ошибку  $m_{p=1}$  принята ошибка измерения какого-либо угла, например угла  $\beta_k$ , то веса измеренных углов и длин сторон, исходя из формул (9), (10) и (46), будут равны:

$$p_{\beta_i} = \frac{m_{\beta_k}^2}{m_{\beta_i}^2}; \quad (52)$$

$$p_{l_i} = \frac{m_{\beta_k}^2}{\mu^2 l_i}. \quad (53)$$

Отсюда:

$$\frac{1}{p_{\beta_i}} = \frac{m_{\beta_i}^2}{m_{\beta_k}^2}; \quad (54)$$

$$\frac{1}{p_{l_i}} = \frac{\mu^2 l_i}{m_{\beta_k}^2}. \quad (55)$$

Если за ошибку  $m_{p=1}$  принята ошибка измерения длины стороны в 1 м, то веса измеренных углов и длин сторон, исходя из формул (9), (10) и (46), будут равны:

$$p_{\beta_i} = \frac{\mu^2}{m_{\beta_i}^2}; \quad (56)$$

$$p_{l_i} = \frac{1}{l_i}. \quad (57)$$

Отсюда:

$$\frac{1}{p_{\beta_i}} = \frac{m_{\beta_i}^2}{\mu^2}; \quad (58)$$

$$\frac{1}{p_{l_i}} = l_i. \quad (59)$$

Если свободные члены условных уравнений сторон (1—3) или абсцисс и ординат (28—31) и проекции  $R''$  или разности абсцисс и ординат выражены в миллиметрах, а длины сторон при подсчете весов по формуле (53)—в метрах, то формулы (53) и (55) примут вид:

$$p_{l_i} = \frac{\Theta}{l_i}; \quad (53a)$$

$$\frac{1}{p_{l_i}} = \frac{l_i}{\Theta}; \quad (55a)$$

$$\Theta = \left( \frac{m_{\beta_i}}{1000 \mu} \right)^2. \quad (60)$$

Если одновременно с уравнением сети подземных соединительных ходов производится оценка точности уравненных дирекционных углов или координат, то для удобства вычислений веса измеренных углов и длин сторон необходимо определять по формулам (52) и (53a).

В заключение отметим, что подземные соединительные хода, пройденные и замкнутые в пределах околовольного двора на три и более твердых пункта (отвеса), должны в обязательном порядке уравниваться по строгому способу.