

**ВОПРОСЫ ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН  
ПРИМЕНИТЕЛЬНО К БЕСКОЛЛЕКТОРНЫМ  
ЭЛЕКТРОМАШИНЫМ УСИЛИТЕЛЯМ (БЭМУ) ПЕРЕМЕННОГО  
ТОКА**

**А. И. СКОРОСПЕШКИН**

(Рекомендовано семинаром кафедр электрических машин и общей электротехники.)

Разработка общей теории электрических машин способствует дальнейшему развитию теории электрических машин и решению ряда важнейших практических задач электромашиностроения. К вопросам, которые могут решаться на базе общей теории, следует отнести возможность сравнения различных классов электрических машин и разработки новых машин.

Следует отметить, что развитие общей теории электрических машин обычно ведется применительно к машинам нормального исполнения (синхронным, асинхронным и машинам постоянного тока) [1, 2, 3]. При этом машина приводится к идеализированной двухполюсной и двухфазной, а затем ведется анализ режимов ее работы. При таком подходе имеются свои достоинства и недостатки. Достоинства заключаются в том, что упрощаются аналитические связи и уменьшается количество уравнений. Недостатки — некоторая искусственность, при которой реальная машина является отображением исходной идеализированной машины.

Совмещенные электрические машины типа преобразователей фиксированной и регулируемой частоты, бесколлекторных электромашиных усилителей постоянного и переменного тока фиксированной и регулируемой частоты, насколько нам известно, не рассматриваются с позиций общей теории электрических машин, хотя необходимость разработки общего подхода для них очевидна. Общий подход к совмещенным машинам, по нашему мнению, может быть разработан на основе теории электромагнитных явлений Максвелла и уравнений Лагранжа [4, 5, 6]). В этом случае общие уравнения выводятся, исходя из непосредственного рассмотрения физических свойств этих машин.

Разрабатываемые нами бесколлекторные электромашиные усилители (БЭМУ) и преобразователи являются двухкаскадными. Оба каскада совмещены в одном магнитопроводе при выполнении условий совмещения. Выполнение таких условий позволяет при исследованиях рассматривать вначале каждый каскад как отдельную машину с последующим установлением связи между отдельными каскадами.

При использовании уравнений Лагранжа — Максвелла представляется возможным рассматривать электрическую машину, состоящую из двух групп обмоток: одна из них неподвижная и располагается на статоре, другая — вращающаяся и располагается на роторе. В этом случае каждая из обмоток может рассматриваться в отдельности, и для нее уравнения Лагранжа второго рода представляются в виде двух

уравнений. Одно из них записывается для электромеханических сил, другое — для электродвижущих.

В окончательном виде эти уравнения записываются следующими формулами:

для электромеханических сил

$$M_{эм} = -\frac{1}{2} i_a i_b \frac{\partial m_{ab}}{\partial h}, \quad (1)$$

для электродвижущих сил

$$e_k = i_k r_k + \frac{d(l_k i_k)}{dt} + \frac{d(m_{ka} i_a)}{dt}. \quad (2)$$

Здесь  $M_{эм}$  — обобщенная внешняя электромеханическая сила,

$e_k$  — обобщенная э. д. с.,

$h$  — обобщенная геометрическая координата,

$i_k$  — ток контура (обобщенная скорость),

$r_k, l_k, m_{ab}, i_a, i_b, i_k$  — активное сопротивление, индуктивности, взаимоиנדуктивности и токи рассматриваемых обмоток.

В каждом каскаде совмещенной машины для каждой из обмоток могут быть записаны общие уравнения электродвижущих сил и электрических мощностей и уравнения электромеханических сил и электромеханических мощностей с учетом взаимодействия обмоток статора и ротора.

Эти уравнения записываются в следующем виде:

1. Уравнения э. д. с.

$$e_k = i_k r_k + \frac{d(l_k i_k)}{dt} + \sum \frac{d(m_{ka} i_a)}{dt}. \quad (3)$$

2. Уравнения электрических мощностей

$$P_{эл} = e_k i_k = i_k^2 r_k + i_k \frac{d(l_k i_k)}{dt} + i_k \sum \frac{d(m_{ka} i_a)}{dt}. \quad (4)$$

3. Уравнения электромеханических сил

$$M_{эм} = -\frac{1}{2} i_a i_b \frac{\partial m_{ab}}{\partial h}. \quad (5)$$

4. Уравнения электромеханических мощностей

$$P_{эм} = M_{эм} \frac{dh}{dt} = -\frac{1}{2} i_a i_b \frac{\partial m_{ab}}{\partial h} \frac{\partial h}{\partial t}. \quad (6)$$

За обобщенную геометрическую координату  $h$  в электрических машинах принимается угол поворота ротора  $\alpha$ . Тогда при установившемся режиме

$$h = \alpha = \omega t. \quad (7)$$

В этом случае обобщенной электромеханической силой будет момент вращения.

Поскольку индуктивности зависят только от геометрических координат, а электрическая машина характеризуется одной геометрической координатой  $\alpha$ , то частные производные  $\frac{\partial m_{ab}}{\partial \alpha}$  будут равны

полным производным  $\frac{dm_{ab}}{d\alpha}$ . Поэтому (5) и (6) принимают вид:

$$M_{эм} = -\frac{1}{2} i_a i_b \frac{dm_{ab}}{d\alpha}; \quad (8)$$

$$P_{эм} = -\frac{1}{2} i_a i_b \frac{dm_{ab}}{dt}. \quad (9)$$

Необходимо отметить, что в неявнополюсной машине индуктивности и взаимоиндуктивности между фазами можно считать постоянными, а изменяются лишь взаимоиндуктивности между обмотками статора и ротора, что является обязательным условием преобразования механической энергии в электрическую энергию переменного тока или наоборот.

Из системы уравнений (3) — (6) можно определить токи, мощности, моменты и установить таким образом взаимосвязь между отдельными каскадами.

Проведем определение необходимых величин применительно к БЭМУ переменного тока, схема и принцип работы которого поясняются рис. 1. На рисунке приняты обозначения:

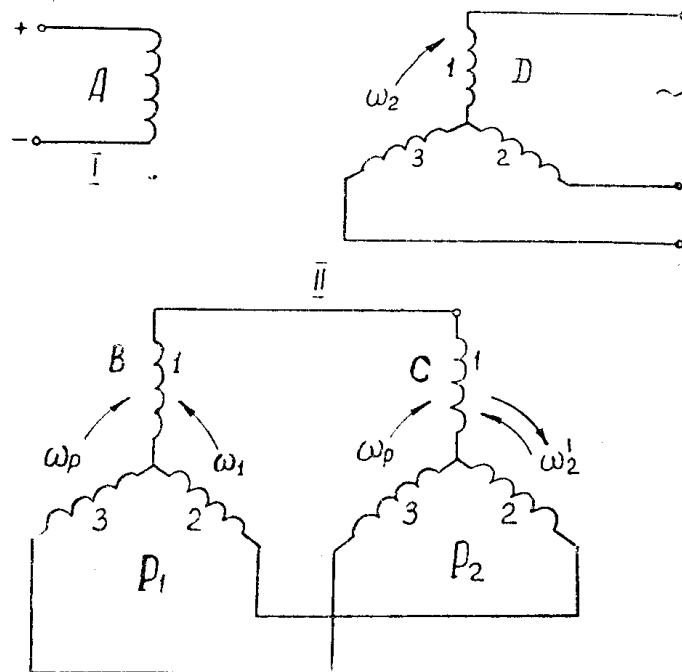


Рис. 1. Схема бесколлекторного электромашинного усилителя (БЭМУ) переменного тока.

*A* — обмотка управления. Расположена на статоре и питается постоянным током.

*B, C* — обмотки ротора первого и второго каскадов усилителя.

*D* — выходная обмотка. Расположена на статоре.

Цифрами 1, 2, 3 обозначен порядок чередования фаз в трех фазных обмотках ротора и статора.

$\omega_p$  — угловая скорость вращения ротора.

$\omega_1; \omega_2; \omega_2'$  — угловые скорости вращения полей в обмотках.

Стрелками показаны направления вращения ротора *B, C* и полей в I и II каскадах.

$P_1$  и  $P_2$  — числа пар полюсов в I и II каскадах. Направление вращения поля в обмотке *C* зависит от чередования фаз, соответственно изменяется и  $\omega_2$ .

Напишем уравнения равновесия э. д. с. для обмотки управления  $A$  и для одной из фаз обмоток  $B$ ,  $C$  и  $D$ , считая, что обмотки выполнены симметрично. В самом общем виде они запишутся следующими выражениями:

Для обмотки  $A$

$$U_A = i_A r_A + L_A \frac{di_A}{dt} + i_1 \frac{dm_{1AB}}{dt} + m_{1AB} \frac{di_1}{dt} + m_{2AB} \frac{di_2}{dt} + i_2 \frac{dm_{2AB}}{dt} + m_{3AB} \frac{di_3}{dt} + i_3 \frac{dm_{3AB}}{dt} \quad (10)$$

Для первой фазы обмоток  $B$  и  $C$

$$0 = i_1 (r_b + r_c) + L_B \frac{di_1}{dt} + L_C \frac{di_1}{dt} + m_{1AB} \frac{di_A}{dt} + i_A \frac{dm_{1AB}}{dt} - M_B \frac{di_2}{dt} - M_B \frac{di_3}{dt} - M_C \frac{di_2}{dt} - M_C \frac{di_3}{dt} + m_{1C1D} \frac{di_{D1}}{dt} + i_{D1} \frac{dm_{1C1D}}{dt} + m_{1C2D} \frac{di_{D2}}{dt} + i_{D2} \frac{dm_{1C2D}}{dt} + m_{1C3D} \frac{di_{D3}}{dt} + i_{D3} \frac{dm_{1C3D}}{dt} \quad (11)$$

Для первой фазы обмотки  $D$

$$U_{D1} = i_{D1} r_D + L_D \frac{di_{D1}}{dt} - M_D \frac{di_{D2}}{dt} - M_D \frac{di_{D3}}{dt} + m_{1D1C} \frac{di_1}{dt} + i_1 \frac{dm_{1D1C}}{dt} + m_{1D2C} \frac{di_2}{dt} + i_2 \frac{dm_{1D2C}}{dt} + m_{1D3C} \frac{di_3}{dt} + i_3 \frac{dm_{1D3C}}{dt} \quad (12)$$

Учитывая, что

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0, \quad (13)$$

$$i_{D1} + i_{D2} + i_{D3} = 0$$

и принимая по [7]

$$-M_B = 0,5 L_B,$$

$$-M_C = 0,5 L_C,$$

$$-M_D = 0,5 L_D,$$

можно соответственно преобразовать (10), (11), (12).

Обозначения в формулах:

$i_A, i_1, i_2, i_3, i_{D1}, i_{D2}, i_{D3}$  — мгновенные значения токов в обмотках  $A, B, C$  и  $D$ ;

$r_A, r_B, r_C, r_D$  и  $L_A, L_B, L_C, L_D$  — активные сопротивления, индуктивности обмоток  $A, B, C$  и  $D$ , причем в  $r_D$  входит сопротивление нагрузки.

$M_{B1}, M_{C1}, M_D$  — взаимоиנדуктивности между фазами обмоток  $B, C$  и  $D$ .

Буквой  $m$  с соответствующими индексами обозначены переменные взаимоиנדуктивности между обмотками статора и ротора в первом и втором каскадах.

$U_A$  — постоянное напряжение, приложенное к обмотке управления;  
 $U_{D_1}$  — мгновенное значение фазного напряжения  $D$  обмотки.

Уравнения (10), (11), (12) написаны для мгновенных значений всех величин и действительны для любого установившегося или переходного режима.

Рассмотрим пока лишь установившийся режим и будем учитывать только основные гармонические. В схеме рис. 1 для ротора примем встречное вращение полей и ротора в обоих каскадах, в статоре — согласное с ротором.

В этом случае изменения токов и взаимоиндуктивностей будут определяться уравнениями:

$$\begin{aligned} i_1 &= I_{mBC} \sin(\omega_1 t + \alpha_1); & m_{1AB} &= M_{AB} \sin \omega_1 t; \\ i_2 &= I_{mBC} \sin\left(\omega_1 t + \alpha_1 + \frac{2\pi}{3}\right); & m_{2AB} &= M_{AB} \sin\left(\omega_1 t + \frac{2\pi}{3}\right); \\ i_3 &= I_{mBC} \sin\left(\omega_1 t + \alpha_1 - \frac{2\pi}{3}\right); & m_{3mB} &= M_{AB} \sin\left(\omega_1 t - \frac{2\pi}{3}\right); \end{aligned} \quad (15)$$

$$i_{D1} = I_{mD} \sin(\omega_2 t + \alpha_2);$$

$$i_{D2} = I_{mD} \sin\left(\omega_2 t + \alpha_2 - \frac{2\pi}{3}\right);$$

$$i_{D3} = I_{mD} \sin\left(\omega_2 t + \alpha_2 + \frac{2\pi}{3}\right);$$

$$m_{1C1D} = M_{CD} \sin(\omega_M t); \quad m_{2C1D} = M_{CD} \sin\left(\omega_M t + \frac{2\pi}{3}\right);$$

$$m_{1C2D} = M_{CD} \sin\left(\omega_M t - \frac{2\pi}{3}\right); \quad m_{2C2D} = M_{CD} \sin(\omega_M t);$$

$$m_{1C3D} = M_{CD} \sin\left(\omega_M t + \frac{2\pi}{3}\right); \quad m_{2C3D} = M_{CD} \sin\left(\omega_M t - \frac{2\pi}{3}\right);$$

$$m_{3C1D} = M_{CD} \sin\left(\omega_M t - \frac{2\pi}{3}\right);$$

$$m_{3C2D} = M_{CD} \sin\left(\omega_M t + \frac{2\pi}{3}\right);$$

$$m_{3C3D} = M_{CD} \sin(\omega_M t);$$

$I_{mBC}$ ,  $I_{mD}$ ,  $M_{AB}$ ,  $M_{CD}$  — соответствующие амплитудные значения токов и взаимоиндуктивностей.

В этих уравнениях

$$\omega_1 = \omega_p P_1;$$

$$\omega_M = \omega_p P_2;$$

$$\omega_2 = \omega_p (P_2 - P_1),$$

(16)

где  $\omega_m$  — угловая скорость, с которой происходит изменение взаимной индуктивности во втором каскаде.

Для установившегося режима уравнение (10) примет вид:

$$U_A = I_A r_A \quad \text{и} \quad I_A = \frac{U_A}{r_A}. \quad (17)$$

Уравнения (11) и (12) с учетом (13), (16) после некоторых преобразований запишутся в следующем виде:

$$\begin{aligned} 0 = & I_{mBC} [\sin(\omega_1 t + \alpha_1) (r_B + r_C) + (15L_B + 1,5L_C) \omega_1 \cos(\omega_1 t + \alpha_1)] + \\ & + I_A M_{AB} \omega_1 \cos \omega_1 t + I_{mD} M_{CD} [\sin \omega_M t \cdot \omega_2 \cdot \cos(\omega_2 t + \alpha_2) + \\ & + \sin(\omega_2 t + \alpha_2) \omega_M \cos(\omega_M t) + \\ & + \sin\left(\omega_M t - \frac{2\pi}{3}\right) \omega_2 \cos\left(\omega_2 t + \alpha_2 - \frac{2\pi}{3}\right) + \\ & + \sin\left(\omega_2 t + \alpha_2 - \frac{2\pi}{3}\right) \omega_M \cos\left(\omega_M t - \frac{2\pi}{3}\right) + \\ & + \sin\left(\omega_M t + \frac{2\pi}{3}\right) \omega_2 \cos\left(\omega_2 t + \alpha_2 + \frac{2\pi}{3}\right) + \\ & + \sin\left(\omega_2 t + \alpha_2 + \frac{2\pi}{3}\right) \omega_M \cos\left(\omega_M t + \frac{2\pi}{3}\right)]; \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} U_{mD} \sin \omega_2 t = & I_{mD} [\sin(\omega_2 t + \alpha_2) r_D + 1,5L_D \omega_2 \cos(\omega_2 t + \alpha_2)] + \\ & + I_{mBC} M_{CD} [\sin(\omega_M t) \omega_1 \cos(\omega_1 t + \alpha_1) + \sin(\omega_1 t + \alpha_1) \omega_M \cos(\omega_M t) + \\ & + \sin\left(\omega_M t + \frac{2\pi}{3}\right) \omega_1 \cos\left(\omega_1 t + \alpha_1 + \frac{2\pi}{3}\right) + \\ & + \sin\left(\omega_1 t + \alpha_1 + \frac{2\pi}{3}\right) \omega_M \cos\left(\omega_M t + \frac{2\pi}{3}\right) + \\ & + \sin\left(\omega_M t - \frac{2\pi}{3}\right) \omega_1 \cos\left(\omega_1 t + \alpha_1 - \frac{2\pi}{3}\right) + \\ & + \sin\left(\omega_1 t + \alpha_1 - \frac{2\pi}{3}\right) \omega_M \cos\left(\omega_M t - \frac{2\pi}{3}\right)]. \end{aligned} \quad (19)$$

После преобразований (18) и (19) принимают вид:

$$\begin{aligned} 0 = & I_{mBC} [\sin \omega_1 t + \alpha_1) (r_B + r_C) + (1,5L_B + 1,5L_C) \omega_1 \cos(\omega_1 t + \alpha_1)] + \\ & + I_A M_{AB} \omega_1 \cos \omega_1 t - \frac{3}{2} I_{mD} M_{CD} \omega_1 \sin(\omega_1 t - \alpha_2); \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} U_{mD} \sin \omega_2 t = & I_{mD} [\sin(\omega_2 t + \alpha_2) r_D + 1,5L_D \omega_2 \cos(\omega_2 t + \alpha_2)] - \\ & - \frac{3}{2} I_{mBC} M_{CD} \omega_2 \sin(\omega_2 t - \alpha_1)]. \end{aligned} \quad (21)$$

При изменении чередования фаз в роторе второго каскада, т. е. при изменении направления вращения поля, когда

$$\omega_2 = \omega_p (P_2 + P_1),$$

уравнения (20) и (21) запишутся в виде

$$0 = I_{mBC} [\sin(\omega_1 t + \alpha_1) (r_B + r_C) + (1,5L_B + 1,5L_C) \omega_1 \cos(\omega_1 t + \alpha_1)] + \quad (23)$$

$$+ I_A M_{AB} \omega_1 \cos(\omega_1 t) + \frac{3}{2} I_{mD} M_{CD} \omega_1 \sin(\omega_1 t + \alpha_2);$$

$$U_{mD} \sin \omega_2 t = I_{mD} [\sin(\omega_2 t + \alpha_2) r_D + 1,5L_D \omega_2 \cos(\omega_2 t + \alpha_2)] + \quad (24)$$

$$+ \frac{3}{2} I_{mBC} M_{CD} \omega_2 \sin(\omega_2 t + \alpha_1).$$

Уравнения (20)—(24) позволяют провести некоторый анализ составляющих и определить амплитудные значения токов  $I_{mBC}$  и  $I_{mD}$  при холостом ходе, коротком замыкании и любой нагрузке. Затем можно переходить к определению мощностей и моментов.

Необходимые э. д. с. соответственно для обмоток  $B$ ,  $C$  и  $D$

$$e_{B_1} = I_A \omega_1 M_{AB} \cos \omega_1 t;$$

$$e_{C_1} = \mp \frac{3}{2} I_{mD} M_{CD} \omega_1 \sin(\omega_1 t \mp \alpha_2); \quad (25)$$

$$e_{D_1} = \mp \frac{3}{2} I_{mBC} M_{CD} \omega_2 \sin(\omega_2 t \mp \alpha_1).$$

Знаки ( $\mp$ ) в (25) соответствуют  $\omega_2 = \omega_p (P_2 \mp P_1)$ .

Электрические мощности обмотки  $A$  и одной фазы обмоток  $B$ ,  $C$  и  $D$ :

$$P_{эл. A} = I_A^2 r_A;$$

$$P_{эл. B_1} = i_1 e_{B_1} = I_{mBC} \sin(\omega_1 t + \alpha_1) I_A \omega_1 M_{AB} \cos \omega_1 t; \quad (26)$$

$$P_{эл. C_1} = i_1 e_{C_1} = I_{mBC} \sin(\omega_1 t + \alpha_1) \left[ \mp \frac{3}{2} I_{mD} M_{CD} \omega_1 \sin(\omega_1 t \mp \alpha_2) \right];$$

$$P_{эл. D_1} = i_1 e_{D_1} = I_{mD} \sin(\omega_2 t + \alpha_2) \left[ \mp \frac{3}{2} I_{mBC} M_{CD} \omega_2 \sin(\omega_2 t \mp \alpha_1) \right].$$

Электромеханические мощности I и II каскадов на фазу по (1)

$$P_{эм AB1} = - \frac{1}{2} I_A I_{mBC} \sin(\omega_1 t + \alpha_1) \omega_1 M_{AB} \cos \omega_1 t; \quad (27)$$

$$P_{эм C1B} = - \frac{1}{2} i_{C1} i_{D1} \frac{dm_{1C1D}}{dt} - \frac{1}{2} i_{C1} i_{D2} \frac{dm_{1C2D}}{dt} -$$

$$- \frac{1}{2} i_{C1} i_{D3} \frac{dm_{1C3D}}{dt} = - \frac{1}{2} I_{mBC} I_{mD} \left[ \mp \frac{3}{2} \sin(\omega_1 t \mp \alpha_2) \right] \sin(\omega_1 t + \alpha_1) \cdot M_{CD}.$$

Вращающие моменты для I и II каскадов по (8)

$$M_{эм AB1} = - \frac{1}{2} I_A I_{mBC} M_{AB} \sin(\omega_1 t + \alpha_1) \cos \omega_1 t;$$

$$M_{\text{ЭМЦИД}} = - \frac{1}{2} I_{mBC} I_{mD} \sin(\omega_1 t + \alpha_1) \left[ \mp \frac{3}{2} \sin(\omega_1 t \mp \alpha_2) \right]. \quad (28)$$

Таким образом, на основании общих уравнений Лагранжа — Максвелла определяются все необходимые данные совмещенной электрической машины типа БЭМУ. По ним может быть сделан необходимый анализ всех режимов работы усилителя.

В усилителе, как правило, для компенсации реакции якоря имеются обмотки обратной связи. Создаваемые ими токи, мощности и моменты учитываются аналогичным образом.

Если поле обмотки управления вращается (БЭМУ с регулируемой частотой), то общие уравнения для усилителя остаются такими же, как и рассмотренные выше, только изменятся соответственно значения угловых скоростей с учетом направления вращения полей и ротора.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Б. Адкинс. Общая теория электрических машин. ГЭИ, 1960.
2. Д. Уайт и Г. Вудсон. Электромеханическое преобразование энергии. Издательство Энергия, 1964.
3. М. И. Алябьев. Общая теория судовых электрических машин. Издательство Судостроение, 1965.
4. А. Г. Каплянский. Введение в общую теорию электрических машин. ГЭИ, 1941.
5. В. В. Базилевич. К вопросу общей теории электрических машин. Электричество, № 21, 1930.
6. И. М. Садовский. Электродинамика коллекторных электрических машин. Электричество, № 4, 1949.
7. Г. Н. Петров. Электрические машины. ГЭИ, 1963.