

## РЕАКЦИЯ ЯКОРЯ УДАРНОГО ГЕНЕРАТОРА

А. В. ЛООС, Г. А. СИПАЙЛОВ, К. А. ХОРЬКОВ

*Представлена научным семинаром кафедр электрические машины  
и общей электротехники*

Генератор ударной мощности это — однофазный генератор, типа турбогенератора, работающий в режиме внезапного короткого замыкания или замыкания на нагрузку, сопротивление которой соизмеримо со сверхпереходным сопротивлением генератора. В пазах ротора ударного генератора, наряду с обмоткой возбуждения, уложена мощная демпферная обмотка, равномерно распределенная по всей окружности ротора.

Исследование реакции якоря однофазной машины имеет свои особенности и трудности по сравнению с трехфазной машиной; особенно сложным является математическое рассмотрение реакции якоря ударных генераторов.

Короткое замыкание обмотки статора осуществляется в момент перехода э. д. с. генератора через нулевое значение, при этом ток обмотки статора содержит максимально-возможную апериодическую составляющую. Ударный ток генератора создает намагничивающую силу, неподвижную относительно оси  $d$  обмотки статора и изменяющуюся во времени. Поток реакции якоря возбуждает в обмотках ротора электродвижущие силы и токи, которые противодействуют проникновению потока реакции якоря в контуры обмоток ротора, причем в первый момент времени значения этих токов строго соответствуют условию сохранения постоянства потокоцеплений контуров. Поток реакции якоря при этом вытесняется на пути рассеяния и не проникает в тело ротора.

В первом приближении можно считать обмотки ротора сверхпроводящими контурами и не учитывать поток реакции якоря при расчетах э. д. с. генератора. При этом демпферная обмотка, расположенная ближе к воздушному зазору машины и имеющая меньшее сопротивление рассеяния, компенсирует большую часть потока реакции якоря, освобождая обмотку возбуждения от дополнительных токов. Однако такое рассмотрение допустимо только для контуров, активное сопротивление которых значительно меньше индуктивного сопротивления рассеяния.

В реальных случаях наличие активных сопротивлений вызывает затухание свободных токов и постепенное проникновение потока ре-

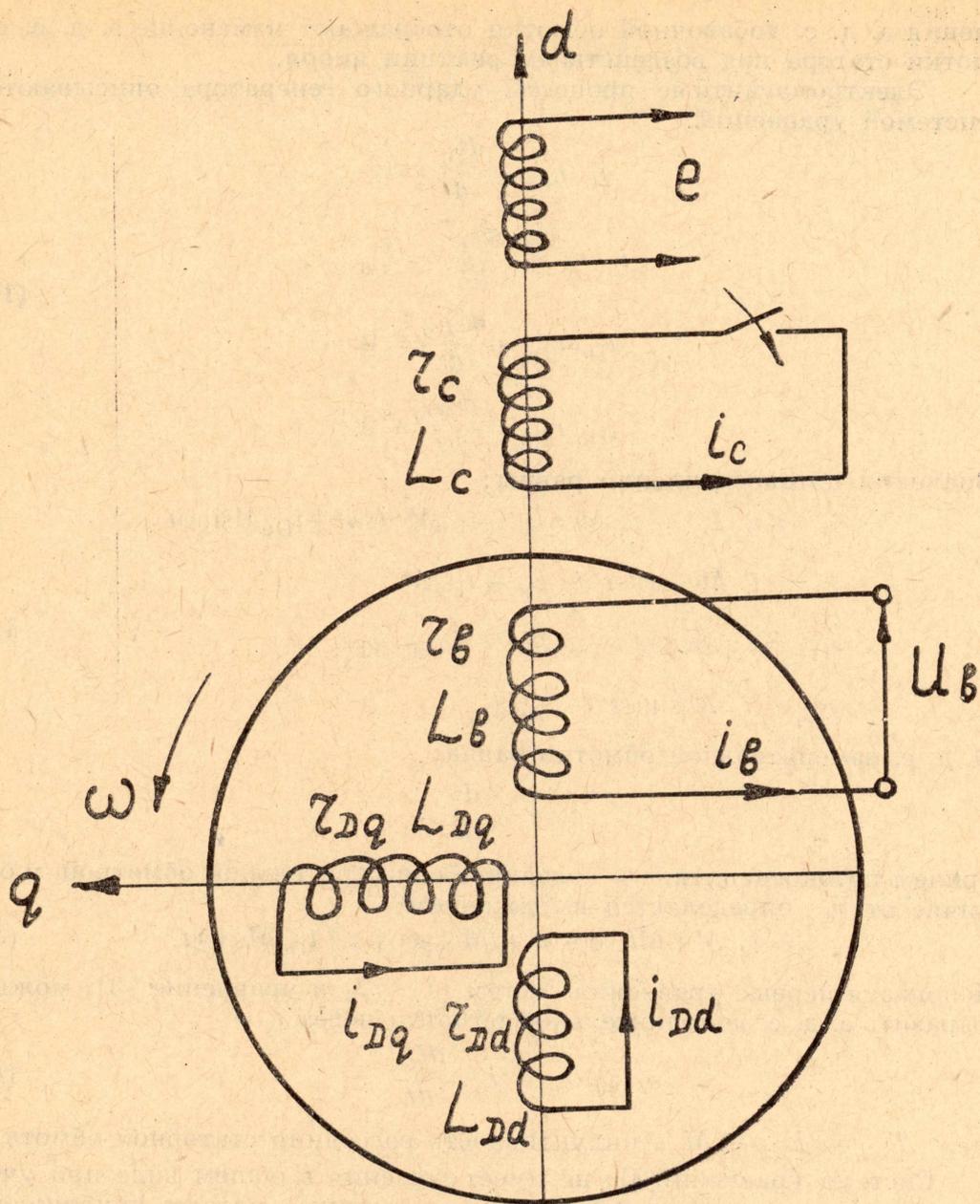


Рис. 1. Расположение обмоток статора и ротора в момент короткого замыкания.

акции якоря в контуры ротора. Реакция якоря будет размагничивать машину, уменьшая этим э. д. с. обмотки статора генератора.

В статье рассмотрены вопросы влияния реакции якоря на э. д. с. генератора за время первого периода внезапного короткого замыкания в зависимости от параметров ударного генератора. Исследование реакции якоря проведено по уравнениям электромагнитных процессов ударного генератора. Схема обмоток генератора представлена на рис. 1. Основной особенностью методики исследования является использование добавочной измерительной обмотки, связанной электромагнитно с результирующим потоком машины. Измерительная обмотка расположена на статоре и имеет такие же коэффициенты взаимной индуктивности с обмотками ротора, как и обмотка статора. Изме-

нения э. д. с. добавочной обмотки отображают изменение э. д. с. обмотки статора под воздействием реакции якоря.

Электромагнитные процессы ударного генератора описываются системой уравнений:

$$\begin{aligned} i_c r_c + \frac{d\psi_c}{dt} &= 0; \\ i_B r_B + \frac{d\psi_B}{dt} &= U_B; \\ i_{Dd} r_{Dd} + \frac{d\psi_{Dd}}{dt} &= 0; \\ i_{Dq} r_{Dq} + \frac{d\psi_{Dq}}{dt} &= 0. \end{aligned} \tag{1}$$

Значения потокосцеплений равны:

$$\begin{aligned} \psi_c &= i_c L_c + i_B M \cos \omega t + i_{Dd} M \cos \omega t + i_{Dq} M \sin \omega t; \\ \psi_B &= i_c M \cos \omega t + i_B L_B + i_{Dd} M; \\ \psi_{Dd} &= i_c M \cos \omega t + i_B M + L_{Dd} i_{Dd}; \\ \psi_{Dq} &= i_c M \sin \omega t + i_{Dq} L_{Dq}. \end{aligned} \tag{2}$$

Э. д. с. измерительной обмотки равна:

$$e = - \frac{d\psi}{dt},$$

причем потокосцепление  $\psi$ , связанное с измерительной обмоткой, в отличие от  $\psi_c$  определяется выражением:

$$\psi = i_c M + M i_B \cos \omega t + M i_{Dd} \cos \omega t + i_{Dq} M \sin \omega t. \tag{3}$$

Используя первые уравнения систем (1), (2) и уравнение (3), можно выразить э. д. с. дополнительной обмотки через  $i_c$ :

$$e = i_c r_B + L_{cs} \frac{di_c}{dt}, \tag{4}$$

где  $L_{cs} = L_c - M$  — индуктивность рассеяния статорной обмотки.

Система уравнений (1) не имеет решения в общем виде при учете активных сопротивлений. Однако существуют методы приближенного решения данной системы. Применяем метод последовательных приближений, представляя неизвестные токи в виде разложения в ряд по малому параметру [1]. Для этого необходимо преобразовать систему (1), разделив соответственно каждое из уравнений на  $L_c$ ,  $L_B$ ,  $L_{Dd}$ ,  $L_{Dq}$  и умножив на  $T$ , где  $T$  — период э. д. с.

$$\begin{aligned} \frac{T di_c}{dt} + \alpha i_c &= 0; \\ \frac{T dI_B}{dt} + \gamma_B \alpha i_B &= \frac{T}{L_B} U_B; \\ \frac{T dI_{Dd}}{dt} + \gamma_{Dd} \alpha i_{Dd} &= 0; \\ \frac{T dI_{Dq}}{dt} + \gamma_{Dq} \alpha i_{Dq} &= 0. \end{aligned} \tag{5}$$

Здесь

$$\begin{aligned}
 I_c &= i_c + i_B \frac{M}{L_c} \cos \omega t + i_{Dd} \frac{M}{L_c} \cos \omega t + i_{Dq} \frac{M}{L_c} \sin \omega t; \\
 I_B &= i_c \frac{M}{L_B} \cos \omega t + i_B + i_{Dd} \frac{M}{L_B}; \\
 I_{Dd} &= i_c \frac{M}{L_{Dd}} \cos \omega t + i_B \frac{M}{L_{Dd}} + i_{Dd}; \\
 I_{Dq} &= i_c \frac{M}{L_{Dq}} \sin \omega t + i_{Dq};
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

$$\alpha = \frac{Tr_c}{L_c} \text{ — малый параметр, так как } \frac{L_c}{r_c} = T_c \gg T;$$

$$\gamma_B = \frac{T_c}{T_B}, \quad \gamma_{Dd} = \frac{T_c}{T_{Dd}}, \quad \gamma_{Dq} = \frac{T_c}{T_{Dq}}, \quad T_B = \frac{L_B}{r_B}, \quad T_{Dd} = \frac{L_{Dd}}{r_{Dd}},$$

$$T_{Dq} = \frac{L_{Dq}}{r_{Dq}}.$$

Учитывая, что в уравнениях (5)  $\alpha$  — малый параметр, решение для токов можно найти в виде разложения в ряд [1]:

$$\begin{aligned}
 i_c &= i_{oc} + \alpha i_{1c} + \alpha^2 i_{2c} + \dots; \\
 i_B &= i_{oB} + \alpha i_{1B} + \alpha^2 i_{2B} + \dots; \\
 i_{Dd} &= i_{oDd} + \alpha i_{1Dd} + \alpha^2 i_{2Dd} + \dots; \\
 i_{Dq} &= i_{oDq} + \alpha i_{1Dq} + \alpha^2 i_{2Dq} + \dots;
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

При решении системы (1) достаточно ограничиться первыми двумя слагаемыми выражений (7), т. к.  $\alpha^2 \ll \alpha$ , и каждый последующий член дает небольшую поправку к основному решению. Подставив выражения (7) в (6), получим систему уравнений для  $I_c$ ,  $I_B$ ,  $I_{Dd}$  и  $I_{Dq}$ , при этом, учитывая их одинаковый вид, запишем только уравнение для  $I_c$ :

$$\begin{aligned}
 I_c &= (i_{oc} + i_{oB} \frac{M}{L_c} \cos \omega t + i_{oDd} \frac{M}{L_c} \cos \omega t + i_{oDq} \frac{M}{L_c} \sin \omega t) + \\
 &+ \alpha (i_{1c} + i_{1B} \frac{M}{L_c} \cos \omega t + i_{1Dd} \frac{M}{L_c} \cos \omega t + i_{1Dq} \frac{M}{L_c} \sin \omega t) + \dots = I_{oc} + \\
 &+ \alpha I_{1c} + \dots
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

Подставив уравнения системы (8) в (5), получим дифференциальные уравнения для каждого контура:

$$\frac{T di_{oc}}{dt} + \alpha \frac{T di_{1c}}{dt} + \alpha i_{oc} + \dots = 0.
 \tag{9}$$

При этом для обмотки возбуждения правая часть будет равна

$$\frac{T}{L_B} U_B.$$

Для решения системы, состоящей из уравнений вида (9), применяем метод последовательных приближений, пренебрегая в нулевом приближении всеми членами, содержащими  $\alpha$ , тогда

$$\begin{aligned} \frac{T di_{oc}}{dt} &= 0, & \frac{T di_{ob}}{dt} &= \frac{T U_B}{L_B}, \\ \frac{T di_{oDd}}{dt} &= 0, & \frac{T di_{oDq}}{dt} &= 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Откуда

$$\begin{aligned} i_{oc} &= C_{oc}, & i_{ob} &= C_{ob} + \frac{U_B}{L_B} t, \\ i_{oDd} &= C_{oDd}, & i_{oDq} &= C_{oDq}. \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь  $C_{oc}$ ,  $C_{ob}$ ,  $C_{oDd}$ ,  $C_{oDq}$  — постоянные интегрирования, определяемые из начальных условий. При  $t=0$ ,  $i_c = 0$ ,  $i_b = i_{bo}$ ,  $i_{Dd} = 0$ ,  $i_{Dq} = 0$ ,

тогда  $C_{oc} = i_{bo} \frac{M}{L_c}$ ,  $C_{ob} = i_{bo}$ ,  $C_{oDd} = i_{bo} \frac{M}{L_{Dd}}$ ,  $C_{oDq} = 0$ .

Решая систему (11), находим токи  $i_{oc}$ ,  $i_{ob}$ ,  $i_{oDd}$ ,  $i_{oDq}$ .

Далее, для первого приближения учитываем члены, содержащие  $\alpha$ .

$$\begin{aligned} \frac{T di_{1c}}{dt} + i_{oc} &= 0, & \frac{T di_{1b}}{dt} + \gamma_B i_{ob} &= 0, \\ \frac{T di_{1Dd}}{dt} + \gamma_{Dd} i_{oDd} &= 0, & \frac{T di_{1Dq}}{dt} + \gamma_{Dq} i_{oDq} &= 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Откуда

$$\begin{aligned} i_{1c} &= -\frac{1}{T} \int_0^t i_{oc} dt, \\ i_{1b} &= -\frac{1}{T} \gamma_B \int_0^t i_{ob} dt, \\ i_{1Dd} &= -\frac{1}{T} \gamma_{Dd} \int_0^t i_{oDd} dt, \\ i_{1Dq} &= -\frac{1}{T} \gamma_{Dq} \int_0^t i_{oDq} dt. \end{aligned} \quad (13)$$

Решение для токов в обмотках в нулевом приближении имеет вид:

$$\begin{aligned}
i_{oc} &= \frac{1}{A - B \cos^2 \omega t} \left[ i_{BO} C \frac{M}{L_c} (1 - \cos \omega t) - i_{BO} \frac{M}{L_c} \frac{t}{T_B} D \cos \omega t \right], \\
i_{oB} &= \frac{1}{A - B \cos^2 \omega t} \left[ i_{BO} C - i_{BO} \frac{M^2 C}{L_c L_{Dq}} \sin^2 \omega t - i_{BO} \frac{M^2 D}{L_c L_{Dd}} \cos^2 \omega t - \right. \\
&\quad \left. - i_{BO} \frac{M^2 D}{L_c L_B} \cos \omega t - i_{BO} \frac{t}{T_B} \frac{M^2}{L_c L_{Dq}} \right], \\
i_{oDd} &= \frac{1}{A - B \cos^2 \omega t} \left[ -i_{BO} \frac{M^2 F}{L_c L_{Dd}} \cos \omega t + i_{BO} \frac{M^2 D}{L_c L_{Dd}} \cos^2 \omega t + \right. \\
&\quad \left. + i_{BO} \frac{t}{T_B} \frac{M^3}{L_c L_B L_{Dq}} \sin \omega t - i_{BO} \frac{t}{T_B} \frac{M}{L_{Dd}} \right], \\
i_{oDq} &= \frac{1}{A - B \cos^2 \omega t} \left[ i_{BO} \frac{M^2}{L_c L_{Dd}} \sin \omega t \cos \omega t \left( C + \frac{t}{T_B} \right) - \right. \\
&\quad \left. - i_{BO} \frac{M^2 C}{L_c L_{Dd}} \sin \omega t \right], \tag{14}
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
A &= \left( 1 - \frac{M^2}{L_c L_{Dd}} \right) \left( 1 - \frac{M^2}{L_B L_{Dd}} \right), \\
B &= \frac{M^2}{L_c L_B} \left( 1 - \frac{M^2}{L_{Dd}} \right)^2, \quad C = 1 - \frac{M^2}{L_c L_B}, \\
D &= 1 - \frac{M}{L_{Dd}}, \quad F = 1 - \frac{M}{L_B}. \tag{15}
\end{aligned}$$

Решая уравнения (13), получаем:

$$\begin{aligned}
i_{1c} &= \frac{1}{A - B \cos^2 \omega t} \left[ C \left( \frac{M}{L_c} \frac{T_c}{T_{Dq}} \frac{1}{T} \sin \omega t \int_0^t i_{oDq} dt - \frac{1}{T} \int_0^t i_{oc} dt \right) + \right. \\
&\quad \left. + \frac{M}{L_c} \cos \omega t \left( D \frac{T_c}{T_B} \frac{1}{T} \int_0^t i_{oB} dt + F \frac{T_c}{T_{Dq}} \frac{1}{T} \int_0^t i_{oDd} dt \right) \right], \tag{16}
\end{aligned}$$

аналогично для  $i_{1B}$ ,  $i_{1Dd}$  и  $i_{1Dq}$ .

Пользуясь известными методами разложения в ряд функций вида

$$\frac{f(\omega t)}{(x''_d + x''_q) - (x''_d - x''_q) \cos 2\omega t}, \quad \text{где } f(\omega t) = \cos \omega t; \sin \omega t; 1,$$

уравнения (14) и (16) можно привести к виду, удобному для интегрирования, и при  $x''_d = x''_q$  существенно упростить. Например, первое уравнение системы (14) можно привести к виду:

$$i_{oc} = \frac{E_0}{\sqrt{x''_d x''_q}} (1 + 2b \cos 2\omega t + 2b^2 \cos 4\omega t + \dots) -$$

$$- \frac{2E_0}{x''_d + \sqrt{x''_d x''_q}} (\cos \omega t + b \cos 3\omega t + b^2 \cos 5\omega t + \dots),$$

$$\text{где } b = \frac{\sqrt{x''_q} - \sqrt{x''_d}}{\sqrt{x''_q} + \sqrt{x''_d}},$$

$$x''_d = (L_c - M) + \frac{1}{\frac{1}{M} + \frac{1}{L_c - M} + \frac{1}{L_{Dd} - M}}.$$

При  $x''_d = x''_q$ ,

$$b = 0 \text{ и } i_{oc} = \frac{E_0}{x''_d} (1 + \cos \omega t).$$

Общий ток статора с учетом активных сопротивлений

$$i_c = i_{oc} + \alpha i_{lc}. \quad (17)$$

Э. д. с. генератора, с учетом влияния реакции якоря на величину потока в воздушном зазоре машины, определяется по выражению (4), подстановкой значения тока статора с учетом активных сопротивлений (17).

По изложенной методике был проведен расчет э. д. с. обмотки статора с учетом реакции якоря и с учетом активных сопротивлений обмоток. Расчет выполнен для следующих параметров обмоток:  $L_c = 1,05$ ;  $L_B = 1,1$ ;  $L_{Dd} = L_{Dq} = 1,03$ ;  $M = 1$ . Результаты расчета представлены в виде кривых на рис. 2 для различных значений активных сопротивлений обмоток статора и ротора.

Как следует из кривых рис. 2, пренебречь уменьшением э. д. с. за счет реакции якоря можно только для первой полуволны э. д. с. при условии, что  $r_D$  в относительных единицах имеет величину порядка 0,005. При расчете э. д. с. второго и последующих полупериодов пренебрежение реакцией якоря приводит к существенным погрешностям.

Исследования по влиянию активного сопротивления демпферной обмотки на величину э. д. с. проведены также на аналоговой вычислительной машине ИПТ-5 по методике, изложенной в [2] для приведенных выше параметров обмоток при изменении  $r_D$  в пределах 0,001 ÷ 0,05. Результаты исследований представлены в табл. 1. Кроме того для двух значений сопротивления демпферной обмотки  $r_D = 0,001$  и  $r_D = 0,02$  на рис. 3 представлены осциллограммы э. д. с. и токов.

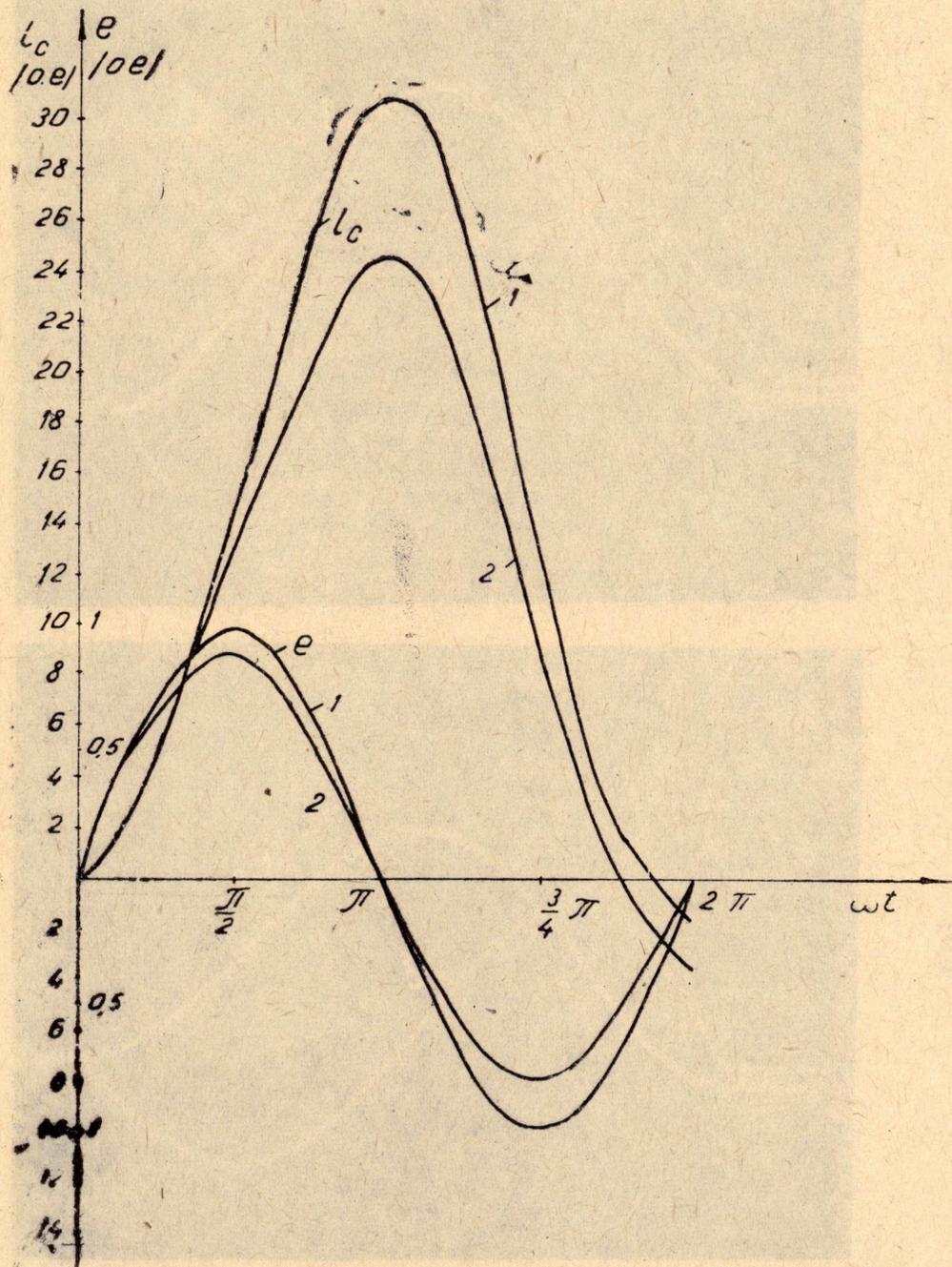
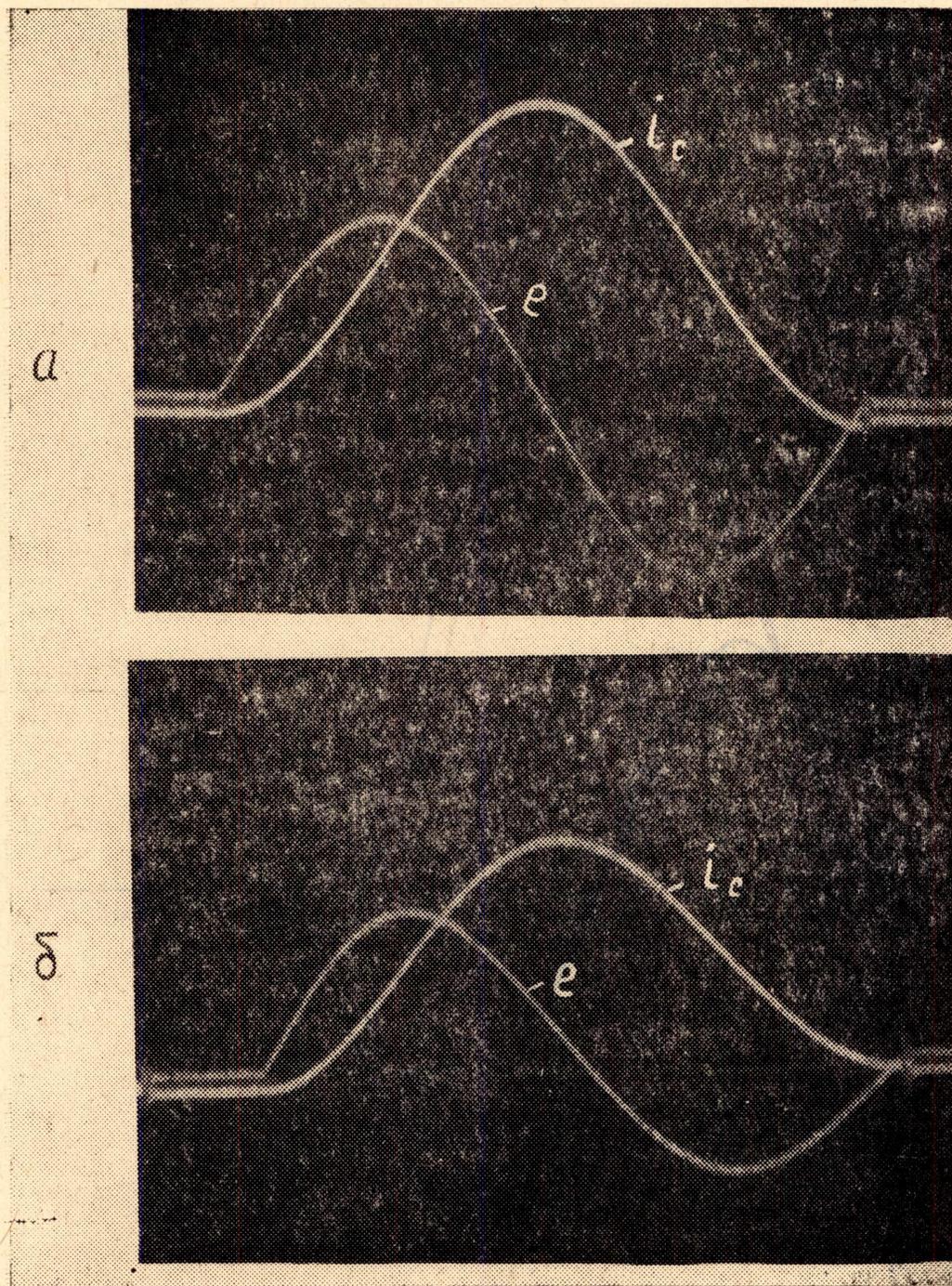


Рис. 2. Расчетные кривые ударного тока статора и э. д. с. измерительной обмотки:

1.  $r_c = 0,001$ ;  $r_B = 0,001$ ;  $r_{Dd} = r_{Dq} = 0,001$ .
2.  $r_c = 0,005$ ;  $r_B = 0,001$ ;  $r_{Dd} = r_{Dq} = 0,01$ .



Р и с. 3. Осциллограммы ударного тока статора и э. д. с. измерительной обмотки.

- а.  $r_c = 0,001$ ;  $r_B = 0,001$ ;  $r_{Dd} = r_{Dq} = 0,001$ .  
 б.  $r_c = 0,001$ ;  $r_B = 0,001$ ;  $r_{Dd} = r_{Dq} = 0,02$ .

Таблица 1

$\omega t$	$r_{Dd} = r_{Dq}$	0,001	0,005	0,01	0,015	0,02	0,05
$\pi/2$	$e/E_m$	1	0,98	0,96	0,94	0,91	0,84
$\pi$	$e/E_m$	0	0	0	0,3	0,05	0,1
$3/2 \pi$	$e/E_m$	0,95	0,90	0,88	0,85	0,82	0,68

Пользуясь таблицей 1, можно для известного значения  $r_D$  оценить влияние реакции якоря на амплитуду э. д. с. ударного генератора, не производя сложных математических расчетов, требующих больших затрат времени.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Н. Н. Боголюбов. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний, Физматгиз, 1952.
2. А. В. Лоос, Г. А. Сипайлов. Математическое моделирование электромагнитных процессов ударного генератора. Известия ТПИ, том 152, 1965.