

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРИНЦИПА ИНВАРИАНТНОСТИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ НЕЙТРОННОЙ ДИФФУЗИИ НА АНАЛОГОВЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ МАШИНАХ

Б. С. КОСТИН, И. Г. ВИНТИЗЕНКО

(Представлена научным семинаром вычислительной лаборатории ТПИ)

В 1943 г. В. А. Амбарцумян ввел новую методику изучения задач атмосферного рассеяния. Метод был развит в последующих работах Амбарцумяна, Чандрасекара [2], Соболева. Он может быть с успехом применен в теории диффузии нейтронов. Ряд таких задач рассмотрен в работах Беллмана [3]. В настоящей работе покажем возможность применения методики Амбарцумяна для решения задачи о диффузии нейтронов в одномерном ядерном реакторе.

Рассмотрим одномерный ядерный реактор, в котором все нейтроны разделим на две группы — быстрые и тепловые.

В реакторе происходят процессы:

- а) деления ядер тепловыми нейтронами,
- б) образования быстрых нейтронов за счет деления,
- в) поглощения тепловых нейтронов,
- г) замедления быстрых нейтронов до тепловых энергий.

Потоки тепловых и быстрых нейтронов в реакторе разделим на потоки, идущие влево, и потоки, идущие вправо через точку реактора (рис. 1). Обозначим соответственно:

$U_2(x)$ — ожидаемое число тепловых нейтронов, прошедших через точку x влево за все время после начала процесса;

$U_1(x)$ — ожидаемое число тепловых нейтронов,двигающихся вправо через точку x ;

$V_2(x)$ — ожидаемое число быстрых нейтронов, прошедших через точку „ x “ влево за все время после начала процесса;

$V_1(x)$ — ожидаемое число быстрых нейтронов, прошедших через точку „ x “ вправо.

Предположим следующий характер процессов, имеющих место в ядерном реакторе:

- 1) деление — когда ядрами топлива активной зоны поглощается тепловой нейтрон, и тотчас испускается быстрый нейтрон;

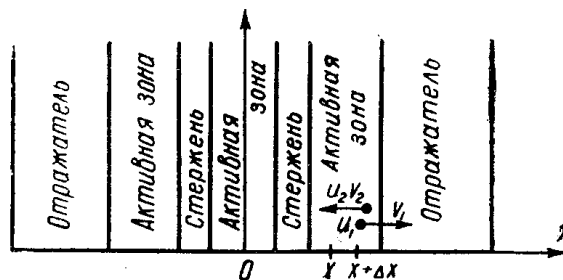


Рис. 1. Одномерный ядерный реактор

2) замедление — когда быстрый нейтрон поглощается ядрами материала реактора, и при этом испускается тепловой нейтрон.

Вероятности испущенных теплового и быстрого нейтронов двигаться влево или вправо считаются равными. Далее обозначим:

Σ_a — сечение поглощения тепловых нейтронов,
 Σ_f — сечение замедления быстрых нейтронов,
 $\Sigma_x = \kappa \Sigma_a$ — сечение „появления“ быстрых нейтронов.

Согласно приведенным выше предположениям о характере процессов и введенным обозначениям для потока тепловых нейтронов,двигающихся влево, можно записать условие баланса нейтронов:

$$U_2(x) - U_2(x + \Delta x) = -\Sigma_a \cdot \Delta x U_2(x) + \frac{1}{2} \Sigma_f \cdot \Delta x V_2(x) + \frac{1}{2} \Sigma_f \Delta x V_1(x), \quad (1a)$$

или при $\Delta x \rightarrow 0$

$$-\frac{dU_2(x)}{dx} = -\Sigma_a U_2(x) + \frac{1}{2} \Sigma_f V_2(x) + \frac{1}{2} \Sigma_f V_1(x). \quad (1)$$

Аналогично можно записать уравнения для потоков быстрых и тепловых нейтронов, направленных вправо:

$$\frac{dV_1(x)}{dx} = -\Sigma_f V_1(x) + \frac{1}{2} \Sigma_x U_1(x) + \frac{1}{2} \Sigma_x U_2(x); \quad (2)$$

$$\frac{dU_1(x)}{dx} = -\Sigma_a U_1(x) + \frac{1}{2} \Sigma_f V_1(x) + \frac{1}{2} \Sigma_f V_2(x). \quad (3)$$

Для потоков быстрых нейтронов, направленных влево,

$$-\frac{dV_2(x)}{dx} = -\Sigma_f V_2(x) + \frac{1}{2} \Sigma_x U_2(x) + \frac{1}{2} \Sigma_x U_1(x). \quad (4)$$

Система уравнений (1 — 4) в матричной форме имеет вид

$$\frac{dY}{dx} = AY + BZ; \quad (5)$$

$$\frac{dZ}{dx} = AZ + BY, \quad (6)$$

где Y — потоки быстрых и тепловых нейтронов, направленные вправо;
 Z — потоки, направленные влево;

$$Y = \begin{pmatrix} U_1 \\ V_1 \end{pmatrix}, \quad Z = \begin{pmatrix} U_2 \\ V_2 \end{pmatrix},$$

$$A = \begin{pmatrix} -\Sigma_a & \frac{1}{2} \Sigma_f \\ \frac{1}{2} \Sigma_x & -\Sigma_f \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} \Sigma_f \\ \frac{1}{2} \Sigma_x & 0 \end{pmatrix}.$$

Следуя принципу В. А. Амбарцумяна, изложенному в [1], можно ввести матрицу R , связывающую потоки противоположных направлений

$$Y = RZ, \quad (7)$$

$$R = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{pmatrix}.$$

Рассматривая более детально нейтронные процессы, происходящие в слое Δx (рис. 1), можно получить уравнение для R .

Нейтронный поток Z_1 , идущий из точки $x + \Delta x$, имеет вероятность $B \cdot \Delta x$ вызвать изменение нейтронного потока, направленного вправо (за счет деления и за счет замедления быстрых нейтронов). Часть этого потока Z_1 достигает участка $(0 - x)$ и вызывает там поток противоположного направления (поток вправо).

Если же поток Z_1 не вызывает в слое Δx изменения потока нейтронов вправо, то он полностью достигает участка $(0 - x)$ и вызывает там поток Y_1 , направленный вправо. И в том, и в другом случае поток нейтронов, исходящий из участка $(0 - x)$ и направленный вправо, достигает слоя Δx . При этом он может пройти этот слой без изменения, но имеется вероятность того, что в слое Δx тепловые нейтроны вызовут деление, а быстрые могут замедлиться до тепловых энергий.

Часть нейтронов, получившихся в результате делений и замедления быстрых нейтронов, снова попадает на участок $(0 - x)$ и вызывает там поток, направленный вправо.

Резюмируя изложенное выше, можно записать:

$$R(x + \Delta x) = B \cdot \Delta x + (1 + A \cdot \Delta x) R(x) (1 + A \Delta x) + R(x) B \Delta x R(x), \quad (8)$$

при $\Delta x \rightarrow 0$ и, пренебрегая членами с $(\Delta x)^2$, получим

$$\frac{dR(x)}{dx} = B + AR(x) + R(x)A + R(x)BR(x), \quad (9)$$

$$R(0) = 1. \quad (10)$$

Теперь задача о диффузии нейтронов может быть решена в такой последовательности:

- 1) сначала решается уравнение (9) с начальным условием (10);
- 2) далее решается уравнение

$$-\frac{dZ(x)}{dx} = AZ + BRZ, \quad (11)$$

полученное путем подстановки (7) в (6);

- 3) из соотношения (7) находится $Y(x)$.

Таким образом, разделение потоков нейтронов на потоки, направленные влево, и потоки, направленные вправо, дает возможность представить краевую задачу диффузии нейтронов в виде системы уравнений (5) и (6). Используя уравнение (9), служащее математическим выражением принципа инвариантности, систему (5)-(6) можно решать как задачу с начальными условиями. Применение аналоговой вычислительной машины позволяет в один прием отыскать решение задачи о диффузии нейтронов.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Амбарцумян. К вопросу о диффузном отражении света мутной средой. ДАН СССР, 1943, 38, вып. 8.
2. С. Чандрасекар. Перенос лучистой энергии. ИИЛ, М., 1953.
3. R. Bellman and R. Kalaba. «On the principle of invariant imbedding and Propagation through inhomogeneous media». Proc. Nat. Acad. Sci, USA, v—42, N 9, 1956.