ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

Том 168 1969

СИНТЕЗ ПЛОСКИХ МЕХАНИЗМОВ НА АНАЛОГОВЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ МАШИНАХ

А. Г. КОКИН, И. Г. ВИНТИЗЕНКО

(Представлена научным семинаром вычислительной лаборатории ТПИ)

При решении технических проблем, особенно в области механики и автоматического управления, часто встречается необходимость решения трансцендентных уравнений на аналоговых машинах.

Модель должна обеспечивать реализацию решения уравнения

$$f(z, x_i) = 0. \tag{1}$$

Когда корень $z = z(x_i)$ представляет собой функцию независимых переменных x_i.

В общем случае можно представить себе модель для решения системы m трансцендентных уравнений вида

$$f_j(z_1, z_2, \ldots z_j, \ldots z_m, x_i) = 0 \tag{2}$$

относительно неизвестных z_j.

Математические модели для решения трансцендентных уравнений и их систем находят широкое применение.

Прежде всего они могут использоваться при создании искусственной обратимости простейших счетно-решающих устройств как элементы систем автоматического управления. Кроме того, они могут быть применены для моделирования плоских механизмов, движение которых описывается трансцендентными уравнениями.

При отыскании действительных корней трансцендентных уравнений и их систем на математических моделях применяется метод подбора корней. Сущность его заключается в подборе такого корня путем пробной подстановки значения его в данное уравнение, при котором уравнение обращается в тождество.

Математическая модель для решения трансцендентного уравнения с одним неизвестным методом подбора корня может быть применена для моделирования простейшего кривошипно-шатунного механизма — трехзвенника.

Она представляет собой обычную следящую систему, состоящую из вычислительного устройства, воспроизводящего функцию $\varepsilon = f(z, x_i)$ и линии обратной связи, которая в общем случае включает чувствительный элемент, усилитель и исполнительный элемент [4].

Работа следящей системы при подборе корня уравнения определяется прежде всего знаком величины $\varepsilon = f(z, x_i)$. Состоянию равновесия системы соответствует условие $\varepsilon = 0$. В случае нарушения состояния равновесия в линии обратной связи появляется сигнал, знак которого зависит от знака ε. При $\varepsilon = 0$ сигнал отсутствует, при $\varepsilon > 0$ сигнал следует считать положительным, при $\varepsilon < 0$ — отрицательным.

При наличии сигнала ($\varepsilon \neq 0$) следящая система реализует изменение переменной z до значения $z + \Delta z$. При этом, чтобы устройство вновь оказалось в состоянии равновесия, приращение Δz должно удовлетворять уравнению

$$f'_z \cdot \Delta z \simeq -\varepsilon, \text{ где } f'_z = \frac{\partial f}{\partial z}. \tag{3}$$

Знак приращения

$$\Delta z \simeq -\frac{\varepsilon}{f'_z} \tag{4}$$

определяется знаками ε и f'_z. При $f'_z > 0$ система должна вводить в вычислительное устройство приращение Δz со знаком, противоположным знаку ε, и при $f'_z < 0$ знаки Δz и ε должны быть тождественными.

В общем виде условие устойчивости математической модели можно записать так:

$$\operatorname{sign}(\Delta z) = -\operatorname{sign}(\varepsilon) \cdot \operatorname{sign}(f'_z). \tag{5}$$

Из уравнения (4) следует, что $|f'_z|$ является степенью устойчивости системы. На основании этого приходим к выводу, что из различных возможных вариантов проектируемой математической модели для решения заданного уравнения следует выбирать тот, при котором значение $|f'_z|$ оказывается наибольшим.

Для трехзвенного механизма такой количественной характеристикой устойчивости является величина

$$|b \cos \psi|,$$

где b — длина шатуна;

ψ — угол, составленный шатуном и осью x.

В конкретных случаях поведение математической модели прежде всего зависит от того, в каком состоянии она находилась в момент включения питания. Практически необходимо, чтобы это состояние, определяющееся значением $z = z_0$, соответствовало бы области устойчивости. В противном случае необходимо принудительно воздействовать на систему с тем, чтобы ввести ее в область устойчивости.

Математическая модель для решения системы двух уравнений с двумя неизвестными методом подбора корня может быть применена для моделирования четырехзвенного механизма.

В такой модели могут различаться два варианта линий обратной связи: параллельные линии обратной связи и перекрещивающиеся.

Для модели с параллельными линиями обратной связи условие принципиальной устойчивости будет:

$$\left| \begin{array}{l} \operatorname{sign}(\Delta z_1) = -\operatorname{sign}(\varepsilon_1) \cdot \operatorname{sign}(f'_{11}), \\ \operatorname{sign}(\Delta z_2) = \operatorname{sign}(\varepsilon_2) \cdot \operatorname{sign}(f'_{22}); \end{array} \right. \tag{6}$$

$$\varepsilon_1 = f_1(z_1, z_2, x_i), \quad \varepsilon_2 = f_2(z_1, z_2, x_i),$$

$$f'_{11} = \frac{\partial f_1}{\partial z_1}, \quad f'_{22} = \frac{\partial f_2}{\partial z_2}.$$

При выполнении этих условий характер устойчивости будет различным в зависимости от величин $|f'_{11}|$ и $|f'_{22}|$.

Поэтому величина $|f'_{11} \cdot f'_{22}|$ может рассматриваться как количественная характеристика устойчивости. Для модели с перекрещивающимися линиями обратной связи условие принципиальной устойчивости:

$$\left|\begin{aligned} &\operatorname{sign}(\Delta z_1) = -\operatorname{sign}(\varepsilon_2)\operatorname{sign}(f'_{21}), \\ &\operatorname{sign}(\Delta z_2) = -\operatorname{sign}(\varepsilon_1)\operatorname{sign}(f'_{12}). \end{aligned}\right. \tag{7}$$

Характеристикой устойчивости является величина $|f'_{12} \cdot f'_{21}|$;

$$f'_{12} = \frac{\partial f_1}{\partial z_2}, \quad f'_{21} = \frac{\partial f_2}{\partial z_1}.$$

Для четырехзвенного механизма, описываемого системой уравнений

$$\left|\begin{aligned} &a\cos\varphi + b\cos\gamma - c\cos\psi = 0, \\ &a\sin\varphi + b\sin\gamma - c\sin\psi - d = 0; \end{aligned}\right.$$

a — длина кривошипа,

b — длина шатуна,

c — длина коромысла;

значения $|c\cos\psi \cdot b\sin\gamma|$ и $|b\cos\gamma \cdot c\sin\psi|$ могут служить характеристикой устойчивости.

Применение математических моделей для моделирования плоских механизмов является новой задачей. Существует несколько методов моделирования таких механизмов: метод с применением функциональных преобразователей, метод с образованием arcsin, метод с использованием схемы извлечения квадратного корня, метод с использованием соотношения сторон в прямоугольном треугольнике. Недостатками всех этих методов является низкая точность моделирования из-за применения функциональных преобразователей и малый угол поворота коромысла, при котором схема еще устойчива, что ограничивает круг механизмов, которые можно моделировать на аналоговой машине.

Чтобы иметь возможность моделировать плоские механизмы с большой точностью и большим ψ, предлагается сочетать метод неявных функций с методом интегрирования по переменной, не являющейся независимой.

Новый метод моделирования кинематики плоских шарнирных механизмов заключается в создании гибких обратных связей в математической модели, замене голономных связей неголономными [2, 3]. Блок-схема моделирования кинематики четырехзвенного механизма по этому методу приведена на рис. 1.

Полученная схема представляет собой математическую модель с параллельно-перекрещивающимися линиями обратных связей, с интеграторами в обратных связях. В ней использовалась схема получения функций sin и cos интегрированием по зависимой переменной с использованием множительных блоков и интеграторов [7].

Погрешность метода значительно меньше погрешности решающих элементов. Значит, погрешность решения будет целиком определяться решающими элементами, особенно множителями. Погрешность множительных блоков ЭМУ-10 составляет 0,3%, что намного меньше погрешности функциональных преобразователей (1% и более). Общая погрешность решения на аналоговой вычислительной машине ЭМУ-10 с записью решения на «ДРП-2» не превышает 2%. Метод позволяет не только находить траектории точек механизмов, но и определять их скорости и ускорения.

На рис. 2 показан механизм и траектории его отдельных точек.

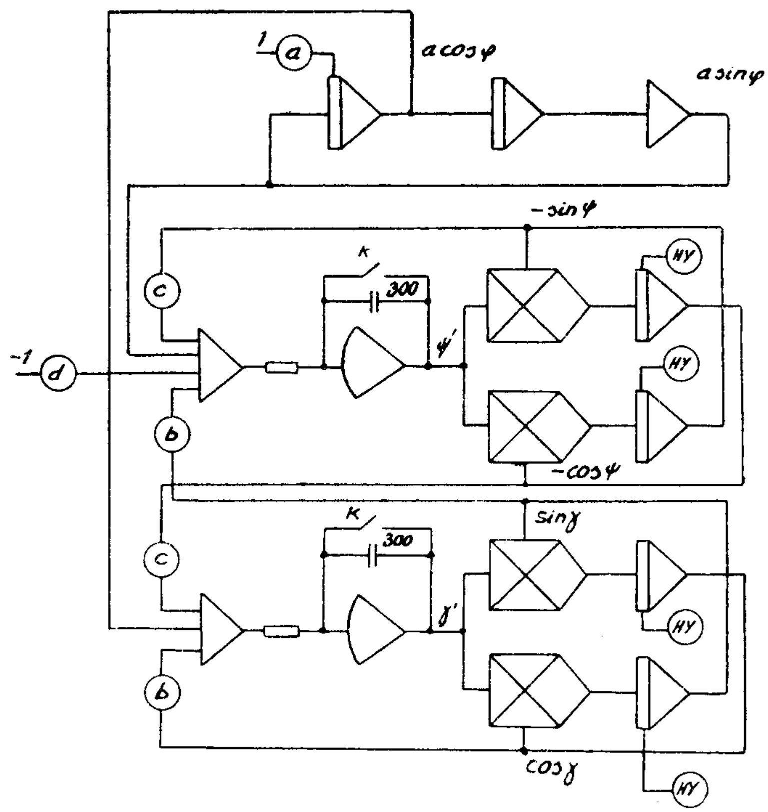

Рис. 1. Блок-схема моделирования четырехзвенного шарнирного механизма

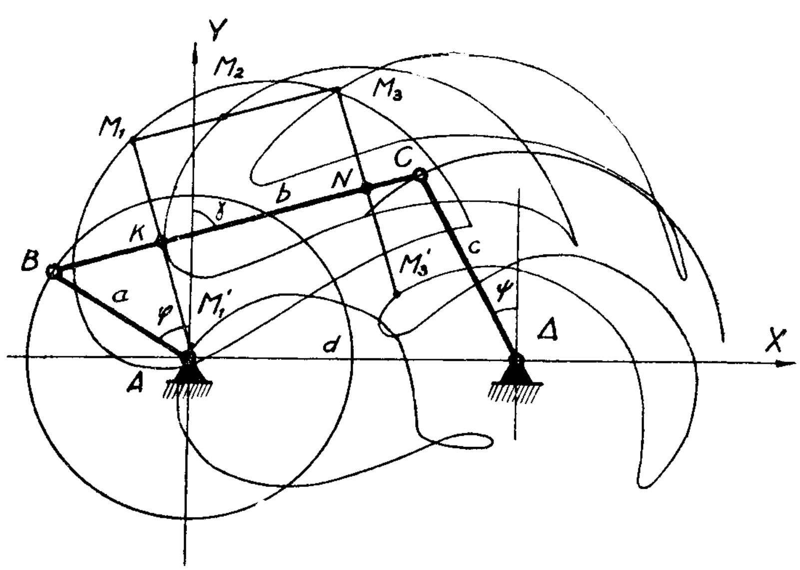

Рис. 2. Траектории отдельных точек механизма, полученные на аналоговой машине ЭМУ-10

Данные механизма:

$$a = 20\ см,\ b = 67\ см,\ c = 50\ см,$$

$$d = 60\ см,\ \kappa = \kappa' = 20\ см.$$

Для синтеза механизмов может применяться автоматический оптимизатор стойки СПС машины «ЭМУ-10».

Рассмотренный нами новый метод моделирования плоских шарнирных механизмов дает возможность моделировать механизмы с высокой точностью. Кроме того, этот метод позволяет при введении в линии обратных связей переключателей, изменяющих условия устойчивости, получить угол вращения коромысла четырехзвенника в пределах 360°. А применение автоматического оптимизатора позволяет получить схемы с заданными степенями устойчивости и оптимизировать не только параметры механизмов, но и траектории их точек, скорости отдельных точек механизмов и ускорения.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. Л. Быховский. Ультраустойчивость в электронных вычислительных устройствах при реализации нелинейных уравнений в неявном виде. IFACI АН СССР, 1961.
2. А. А. Воронов. Основы теории автоматического управления. Изд-во «Энергия», 1965.
3. М. Б. Игнатьев. Голономные автоматические системы. Изд-во АН СССР, 1963.
4. А. Н. Лебедев. Моделирование трансцендентных уравнений. Судпромгиз, 1963.
5. Е. П. Попов. Автоматическое регулирование и управление. Физматгиз, 1962.
6. Смолов и др. Вычислительные машины непрерывного действия. Изд-во «Высшая школа», 1964.
7. Agler H. Elektronische Analogrechner. Verlag der Wissenschaften. Berlin, 1962.
8. Crossley F. Die Nachbildung eines mechanischen Kurbelgetriebes mittels aines electronschen Analogrechners. Feinwerk Technik (FWT) früher «Feinmechanik und Präzision». 1963 H. 4, 5, 6, S. 218—222.