ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА им. С. М. КИРОВА

Том 170 1969

ИЗЛУЧЕНИЕ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ, ДВИЖУЩЕЙСЯ В СКРЕЩЕННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ И МАГНИТНОМ ПОЛЯХ

В. Г. БАГРОВ, В. А. БОРДОВИЦЫН

В статье теоретически рассматривается вопрос о радиационном излучении заряженной частицы, движущейся в скрещенных электрическом и магнитном полях. Изучен спектр излучения и его поляризация. Показывается, что наличие электрического поля приводит к сдвигу частот излучения в ультрафиолетовую область и к изменению поляризации излучения по сравнению с синхротронным излучением. Данное излучение можно наблюдать как в вакууме, так и в кристаллах. Полученные результаты представляют несомненный физический интерес и статья рекомендуется к опубликованию в сборнике «Радиационная физика ионных кристаллов».

Polarisation and spectral — angular characteristics of radiation of the charge, moving in constant and uniform ortogonal electric and magnetic fields are considered in the paper.

The case of $E \leqslant H$ is investigated. The consideration was performed by the classical theory.

В работе рассматривается спектрально-угловое распределение излучения заряда, движущегося в ортогональных постоянных и однородных электрическом и магнитном полях ($E < H$). Исследована линейная поляризация излучения. Рассмотрение проведено по классической теории.

Величина полной интенсивности излучения при движении заряда в постоянных и однородных ортогональных электрическом $\vec{E}$ и магнитном $\vec{H}$ полях для случая $E < H$ может быть найдена простым преобразованием Лорентца известной [1] интенсивности излучения для случая чисто магнитного поля (синхротронного излучения). Такое преобразование приводит к следующему результату:

$$W = \frac{2}{3} \frac{e^4 H^2}{m^2 c^3} \cdot \frac{1 - (\delta^2 + \beta_3^2) \cos^2 \eta}{} . \qquad (1)$$

Здесь поле H ориентировано по оси Z, поле E—по оси y, причем $E = H \sin \eta \left(-\frac{\pi}{2} \leqslant \eta \leqslant \frac{\pi}{2} \right)$, и введены обозначения:

$$\delta = \frac{mc^2}{\Sigma - cp_1 \sin \eta}, \quad \beta_3 = \frac{p_3}{mc\delta},$$

где ε — начальная кинетическая энергия заряда, p — его начальный импульс. Величины δ и β_3 являются интегралами движения в нашем случае.

Однако поляризация излучения, в отичие от интенсивности, не обладает простыми свойствами ковариантности, и для ее исследования необходимо решение задачи об излучении прямыми методами.

Решение уравнений движения заряда в нашем поле можно, как известно ([2] стр. 394), представить в следующем виде:

$$
\begin{aligned}
x &= -\frac{cp_2}{eH\cos\psi\cos^2\eta}\cos(\omega\xi-\psi)+\frac{c\sin\eta}{\delta\cos^2\eta}\cdot\xi,\\
y &= \frac{cp_2}{eH\cos\psi\cos\eta}\sin(\omega\xi-\psi),\\
z &= \frac{p_3}{m}\cdot\xi,\\
t &= -\frac{p_2\sin\eta}{eH\cos\psi\cos^2\eta}\cos(\omega\xi-\psi)+\frac{\xi}{\delta\cos^2\eta},\\
\operatorname{tg}\psi &= \frac{\varepsilon\sin\eta-cp_1}{cp_2\cos\eta},\qquad \omega=\frac{eH}{mc}\cos\eta.
\end{aligned}
\tag{2}
$$

Формулы (2) в параметрической форме описывают движение заряда (ξ — промежуточный параметр).

Векторный потенциал поля излучения в волновой зоне определяется известным выражением ([1] стр. 263).

$$
\boldsymbol{A}=\frac{e}{cr}\int\boldsymbol{v}(\tau)\,\delta\left(\tau-t+\frac{r}{c}-\frac{(\boldsymbol{r}\,\boldsymbol{a}(\tau))}{rc}\right)d\tau,
$$

где

$$
\boldsymbol{a}=(x,\ y,\ z),\quad \boldsymbol{v}=\frac{d\boldsymbol{a}}{dt}.
$$

Электрическое поле излучения $\boldsymbol{E}=-\frac{1}{c}\frac{\partial\boldsymbol{A}}{\partial t}$ определяет интенсивность излучения

$$
W=\frac{c}{4\pi}\int r^2E^2\sin\nu\,d\nu\,d\varphi. \tag{3}
$$

Для вектора $\bar{r}$ введена сферическая система координат

$$
\boldsymbol{r}=(r\sin\nu\cos\varphi,\quad r\sin\nu\sin\varphi,\quad r\cos\nu).
$$

Пользуясь формулами (2) и проводя расчёты так же, как они проводятся в теории синхротронного излучения (см. [1] стр. 264—266), после несложных, но громоздких вычислений можно получить следующие выражения для компонент поля излучения в сферической системе координат:

$$
E_\varphi=-\frac{2e\,\Omega\cos\eta}{rcA\,(1-\beta_3\cos^2\eta\cos\nu-\sin\eta\sin\nu\cos\varphi)}\times
$$

$$
\times\sum_{n=1}^{\infty}n\Big\{\sqrt{1-(\delta^2+\beta_3^2)\cos^2\eta}(\sin\nu-\sin\eta\cos\varphi)\,I_n'(nx)\cos n(\Omega t-s_0)-
$$

$$
-\frac{\sin\eta\cos\eta\cos\nu\sin\varphi}{A}\,[\cos\nu-\beta_3\,(1-\sin\eta\sin\nu\cos\varphi)]\times
$$

$$
\times I_n(nx)\sin n(\Omega t-s_0)\Big\},
$$

$$
E_\nu=-\frac{2e\,\Omega\cos\eta}{rcA\,(1-\beta_3\cos^2\eta\cos\nu-\sin\eta\sin\nu\cos\varphi)}\times
$$

$$\times\sum_{n=1}^{\infty} n\left\{\sqrt{1-(\delta^2+\beta_3^2)\cos^2\eta}\,\sin\eta\cos\nu\sin\varphi\, I_n'(nx)\cos n(\Omega t - s_0) -\right.$$

$$-\frac{\cos\eta}{A}(\sin\nu - \sin\eta\cos\varphi)\left[\cos\nu - \beta_3(1-\sin\eta\sin\nu\cos\varphi)\right]\times$$

$$\left.\times I_n(nx)\sin n(\Omega t - s_0)\right\}.$$

Здесь введены обозначения:

$$A = \sqrt{(1-\sin\eta\sin\nu\cos\varphi)^2 - \cos^2\eta\cos^2\nu},$$

$$x = \frac{A\sqrt{1-(\delta^2+\beta_3^2)\cos^2\eta}}{1-\beta_3\cos^2\eta\cos\nu - \sin\eta\sin\nu\cos\varphi},$$

$$\Omega = \frac{eH}{mc}\cdot\frac{\delta\cos^3\eta}{1-\beta_3\cos^2\eta\cos\nu - \sin\eta\sin\nu\cos\varphi},$$

s_0 — некоторая постоянная во времени фаза, конкретное значение которой для нашей задачи несущественно. Подставляя эти выражения в формулу (3) и усредняя по времени, получим спектрально-угловое распределение интенсивности излучения «σ» (dW_2) и «π» (dW_3) компонент линейной поляризации излучения

$$dW_2 = \frac{e^4H^2}{2\pi m^2c^3}\cdot\frac{\delta^2\cos^8\eta\cdot n^2}{A^2(1-\beta_3\cos^2\eta\cos\nu - \sin\eta\sin\nu\cos\varphi)^3}\times$$

$$\times\left\{[1-(\delta^2+\beta_3^2)\cos^2\eta](\sin\nu - \sin\eta\cos\varphi)^2 I_n'^2(nx) +\right.$$

$$\left.+\frac{\sin^2\eta\cos^2\eta\cos^2\nu\sin^2\varphi}{A^2}[\cos\nu - \beta_3(1-\sin\eta\sin\nu\cos\varphi)]^2 I_n^2(nx)\right\}, \tag{4}$$

$$dW_3 = \frac{e^4H^2}{2\pi m^2c^3}\cdot\frac{\delta^2\cos^8\eta\cdot n^2}{A^2(1-\beta_3\cos^2\eta\cos\nu - \sin\eta\sin\nu\cos\varphi)^3}\times$$

$$\times\left\{[1-(\delta^2+\beta_3^2)\cos^2\eta]\sin^2\eta\cos^2\nu\sin^2\varphi\, I_n'^2(nx) +\right.$$

$$\left.+\frac{\cos^2\eta}{A^2}(\sin\nu - \sin\eta\cos\varphi)^2[\cos\nu - \beta_3(1-\sin\eta\sin\vartheta\cos\varphi)]\, I_n^2(nx)\right\}.$$

Суммарное спектрально-угловое распределение имеет вид:

$$dW = \frac{e^4H^2}{2\pi m^2c^3}\cdot\frac{\delta^2\cos^8\eta\cdot n^2}{(1-\beta_3\cos^2\eta\cos\nu - \sin\eta\sin\nu\cos\varphi)^3}\times \tag{5}$$

$$\times\left\{[1-(\delta^2+\beta_3^2)\cos^2\eta]\, I_n'^2(nx) +\right.$$

$$\left.+\frac{\cos^2\eta}{A^2}[\cos\nu - \beta_3(1-\sin\eta\sin\nu\cos\varphi)]^2 I_n^2(nx)\right\}.$$

Отметим, что усреднение по времени нужно проводить в системе координат, где движение периодично, т. е. где имеется чисто магнитное поле. Это эквивалентно появлению в выражениях (4) и (5) дополнительного множителя $1-\beta_3\cos^2\eta\cos\vartheta - \sin\eta\sin\nu\cos\varphi$.

В частном случае $\eta = 0$, $\beta_3 = 0$ получим результаты, известные из теории синхротронного излучения (см. [3]).

Суммирование по спектру и интегрирование по углам в формуле (5), естественно, приводит к выражению (1).

Для отдельных компонент поляризации получаются следующие формулы:

$$W_2 = W\left[\frac{6+q^2}{8} - Q\right],$$

$$W_3 = W\left[\frac{2-q^2}{8} + Q\right] \qquad q = \sqrt{1 - \frac{(\delta^2 + \beta_3^2)\cos^2\eta}{1-\beta_3^2\cos^2\eta}}\,. \tag{6}$$

Величина Q в общем виде имеет сложное выражение, которое в частном случае $\beta_3 = 0$ несколько упрощается и имеет вид:

$$Q = \frac{\delta^2\cos_3^2\eta}{16(1-\delta^2\cos^2\eta)}\Bigg\{2(2+\delta^2\cos^2\eta) -$$
$$-\cos\eta\,\frac{4+\delta^2[2+(11+5\delta^2)\sin^2\eta + \delta^2(10+3\delta^2)\sin^4\eta + 3\delta^4\sin^6\eta]}{(1+\delta^2\sin^2\eta)^{5/2}}\Bigg\}. \tag{17}$$

Рассмотрим подробнее важнейший случай релятивистского движения заряда. Релятивистским мы будем называть такой заряд, скорость которого близка к скорости света в той системе координат, где он движется по окружности. В случае $\beta_3 = 0$ релятивистское движение определяется критерием $\delta \ll 1$.

При этом условии величина Q принимает вид:

$$Q = \frac{1}{2}\,\delta^2\cos^2\eta\sin^2\frac{\eta}{2}\,.$$

Максимальное значение $Q_{max} = \frac{\delta^2}{27}$ и является малым. Таким образом, поляризация излучения релятивистского заряда в нашем случае слабо отличается от поляризации синхротронного излучения. При $\eta = \frac{\pi}{2}$ (движение в ортогональных и равных по величине полях) из формулы (7) следует $Q = 0$, и поляризация точно совпадает с поляризацией синхротронного излучения.

Наконец, рассмотрим вопрос о спектральной плотности излучения. Проинтегрировав с помощью известных интегралов (см. [1] стр. 273) в формуле (5), получим спектральную плотность в виде

$$dW = \frac{e^4H^2\delta^2\cos^4\eta}{m^2c^3q}\,n\left\{2q^2 I_{2n}^1(2nq) - (1-q^2)\int_0^{2nq} I_{2n}(x)\,dx\right\}.$$

Эта формула переходит в формулу Шотта при $\eta \approx 0$. В релятивистском случае, пользуясь аппроксимацией функций Бесселя функциями Макдональда (см. [1] стр. 278), получаем

$$dW = \frac{3\sqrt{3}}{4\pi}\cdot\frac{e^4H^2}{m^2c^3}\cdot\frac{1}{\delta^2}\,y\,dy\left\{2K_{2/3}(y) - \int_y^\infty K_{1/3}(x)\,dx\right\}.$$

Здесь обозначено

$$y = \frac{\omega}{\omega_c}, \quad \omega = n\,\frac{eH}{mc}\,\delta\cos^3\eta, \quad \omega_c = \frac{3}{2}\,\frac{eH}{mc}\,\frac{1}{\delta^2}\,.$$

По форме получается спектральное распределение для синхротронного излучения, однако частоты испытывают сдвиг $\omega \sim \cos^3\eta$, т. е. максимум излучения смещается в сторону коротких волн.

Таким образом, поляризационные и спектральные свойства рассмотренного излучения, напоминая свойства синхротронного излучения, обладают и специфическими отличиями, представляющими физический интерес.

ЛИТЕРАТУРА

1. Д. Д. Иваненко, А. А. Соколов. Классическая теория поля. ГИТТЛ, 1951.
2. В. В. Батыгин, И. Н. Топтыгин. Сборник задач по электродинамике. Физматгиз, 1962.
3. А. А. Соколов, А. И. Матвеев, И. М. Тернов. ДАН СССР, 102, 65, 1959.