ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

Том 172 1967

О РАСЧЕТЕ РАССЕЯНИЯ ТРАНСФОРМАТОРОВ С РАЗНОВЫСОКИМИ ОБМОТКАМИ

Ю. В. ФРАКМАН

(Представлено профессором И. Д. Кутявиным)

Расчет сопротивления короткого замыкания разновысоких обмоток находит практическое применение при проектировании трансформаторов с произвольно расположенными обмотками.

Определение соответствующей индуктивности рассеяния с помощью теории многообмоточных трансформаторов [1] сводится к многократному применению формулы Каппа. К недостаткам этого способа расчета можно отнести большой объем вычислений и меньшую, чем у формулы Каппа, точность результата, обусловленную вычитанием величин одного порядка в промежуточных вычислениях.

Допускаемое в заводских расчетах усреднение близких по величине высот разновысоких обмоток теоретически не обосновано.

Настоящая работа посвящена обобщению формулы Каппа на случай, когда середины высот разновысоких обмоток расположены в одной плоскости, нормальной осям последних.

Принципиально в магнитно уравновешенном двухобмоточном трансформаторе, на основании закона сохранения энергии, энергию магнитного поля рассеяния и индуктивность рассеяния можно охарактеризовать высотой любой из разновысоких обмоток. Для выяснения реальной возможности использования высот обмоток в формуле Каппа воспользуемся выводом Роговского [1, § 67].

Рассмотрим двухобомоточный трансформатор, обмотки которого соответствуют всем условиям, принятым в выводе Роговского, но отличаются по высоте (рис. 1). Для определения векторного потенциала магнитного поля пространство между ферромагнитными плоскостями нужно разделить на три зоны. В выводе Роговского эти зоны определяются следующим образом. Зона 1 содержит все области магнитного поля, в которых плотность тока не равна нулю. В этой зоне плотность тока не зависит от координаты x и меняется лишь в направлении оси y. Зоны 2 и 3 расположены по обе стороны зоны 1 и простираются до бесконечности. Во всех точках этих зон плотность тока равна нулю.

При расположении обмоток согласно рис. 1 ширина зоны 1 не может быть принята равной средней высоте обмоток или высоте менее высокой обмотки, потому что такой выбор противоречит определениям всех зон. Если принять ширину зоны 1 равной более высокой обмотки, то нарушается только условие независимости плотности тока от координаты x в этой зоне. Вместе с тем выполнение этого условия осуществляется достаточно просто.

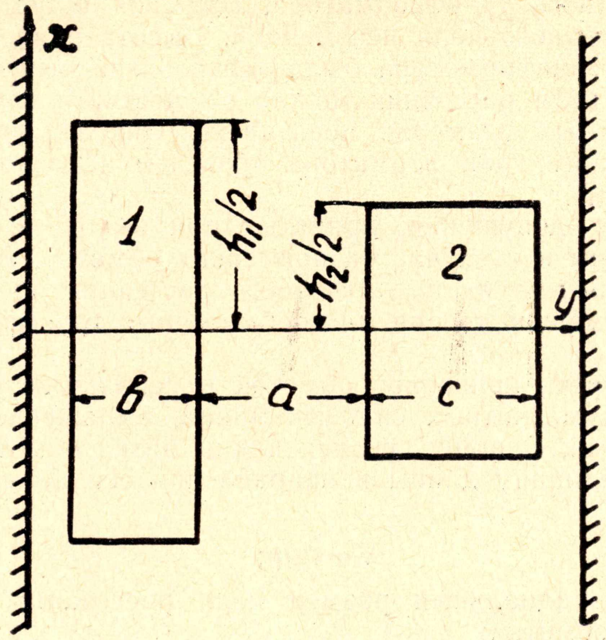

Рис. 1 — Рис. 1.

Поскольку обмотки магнитно уравновешены, диаграмма распределения плотности тока вдоль оси y может быть представлена в виде двух прямоугольников, равных по площади:

$$i_в b h_1 = -i_c c h_2; \tag{1}$$

где

$i_в$ и i_c — плотности тока в обмотках 1 и 2;

b и c — радиальные толщины обмоток 1 и 2;

h_1 и h_2 — высоты обмоток 1 и 2.

Равенство (1) не нарушится, если умножить и разделить его правую часть на h_1 (на рис. 1 $h_1 > h_2$), а затем переписать в виде

$$i_в b h_1 = -i_{pc} c h_1; \tag{2}$$

где $$i_{pc} = i_c h_2 / h_1;$$

Здесь и ниже индекс p (расчетный) использован для обозначения величин, не имеющих места в реальном трансформаторе.

Равенство (2) заменяет рассмотрение реального трансформатора с разновысокими обмотками рассмотрением расчетного (фиктивного) трансформатора с равновысокими обмотками, эквивалентного реальному по условию магнитной уравновешенности обмоток. Из равенства (2) получим

$$i_{pc} c = -i_в b. \tag{3}$$

В результате рассуждений, отличающихся от приведенных в § 67 [1], только использованием равенства (3) вместо равенства (23, 9) [1], можно сделать вывод о том, что в рассмотренном случае в формулу Каппа следует подставлять высоту более высокой обмотки.

Вывод Роговского основан на определении энергии магнитного поля рассеяния, следовательно, формула Каппа может быть использована для расчета только в том случае, когда энергии магнитных полей в расчетном и реальном трансформаторах одинаковы. В то же время введенная в равенство (2) расчетная плотность тока и соответствующая ей энергия магнитного поля меньше действительных. Для устранения отмеченного противоречия необходимо увеличить объем поля рассеяния расчетного трансформатора, сохраняя объемную плотность энергии его магнитного поля неизменной. Высота равновысоких обмоток расчетного трансформатора была установлена выше, поэтому увеличение объема поля рассеяния можно осуществить только путем изменения радиальных размеров последнего. Определение радиальных размеров расчетного трансформатора проведем на основании следующих соображений.

Упрощающие допущения, принятые при выводе формулы Каппа [1; 2], справедливы и в случае разновысоких обмоток, так как все выражения для расчета их индуктивности рассеяния по этой формуле, получаемые с помощью теории многообмоточных трансформаторов, линейны.

Если пренебречь кривизной обмоток и использовать допущение о прямолинейности магнитных силовых линий, выражение объема поля рассеяния — V — на единицу средней длины витка обмоток (в [1] соответственно на единицу длины в направлении оси z) можно записать в виде

$$V=\tau h/\rho;$$

где $\tau=a+b+c$ — радиальный размер поля рассеяния;

h — высота обмотки;

a — зазор между обмотками;

ρ — коэффициент Роговского.

При выводе формулы Каппа [1] подразумевается, что весь объем поля рассеяния занят потоком рассеяния первичной обмотки. Поскольку обмотки трансформатора магнитно уравновешены, правомерно и обратное рассуждение, согласно которому весь объем поля рассеяния занят потоком рассеяния вторичной обмотки. Объемная плотность энергии поля рассеяния W_V в этих случаях будет равна соответственно

$$W_{V1}=W/V_1=W\rho_1/h_1\tau;$$

$$W_{V2}=W/V_2=W\rho_2/h_2\tau;$$

где W — полная энергия поля рассеяния.

В реальном трансформаторе имеет место некоторая средняя объемная плотность энергии — $W_{V\,cp}$, поэтому условие равенства энергий магнитных полей расчетного и реального трансформаторов можно записать в виде

$$W_{V1}\frac{h_1}{\rho_1}\tau_p=W_{Vcp}\frac{h_1}{\rho_1}\tau, \tag{4}$$

откуда

$$\tau_p=\varphi\tau; \tag{5}$$

где

τ_p — радиальный размер поля рассеяния расчетного трансформатора;

$\varphi=W_{Vcp}/W_{V1}$ — коэффициент, показывающий, во сколько раз радиальный размер поля рассеяния в расчетном трансформаторе больше, чем в реальном.

Сопоставление различных способов осреднения величин W_{V1} и W_V показало, что оптимальные результаты в достаточно большом диапазоне отношений высот обмоток дают выражение

$$W_{Vcp}=\sqrt{0{,}5(W^2_{V1}+W_V{}^2)}. \tag{6}$$

Постановка равенства (6) в формулу (5) позволяет получить следующее выражение коэффициента φ:

$$\varphi=\sqrt{0{,}5[1+(h_1\rho_2/h_2\rho_1)^2]}.$$

Проведенные рассуждения позволяют записать формулу Каппа для расчета суммарной индуктивности рассеяния трансформатора с разновысокими, симметричными относительно оси у (рис. 1) обмотками в виде

$$L_{12s} = \frac{\mu_0 w_1^2 l \varphi^2}{h_{max}} \left(a + \frac{b+c}{3} \right) \rho_м \tag{7}$$

или

$$L_{12s} = \frac{2\pi\mu_0 w^2 \varphi_2}{h_{max}} \left(aR_a + \frac{1}{3} bR_b + \frac{1}{3} cR_c \right) \rho_м, \tag{8}$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ гн/м — магнитные проницаемости воздуха (или масла) и материала обмоток (медь или алюминий), принятые равными магнитной проницаемости пустоты;

w_1 — количество витков в обмотке, к которой приведена суммарная индуктивность трансформатора L_{12s};

l — средняя длина витка обмоток;

h_{max} и h_{min} — высоты более и менее высокой обмоток трансформатора соответственно;

R_b R_c и R_a — средние радиусы обмоток и зазора между ними;

ρ_{max} и ρ_{min} — коэффициенты Роговского, определенные по h_{max} и h_{min} при радиальном размере поля рассеяния, равном τ;

$$\varphi = \sqrt{0{,}5 \left[1 + (h_{max}\, \rho_{min} / h_{min}\, \rho_{max}{}^2)\right]},$$

$\rho_м = 1 - \frac{\varphi\tau}{\pi h_{max}} \left(1 - e^{-\pi h_{max}/\varphi\tau} \right)$ — коэффициент Роговского для расчетного трансформатора.

Уместно отметить, что квадрат коэффициента φ в двух последних формулах соответствует произведениям радиальных размеров.

Формулы (7) и (8) по отношению к формуле Каппа являются более общими и превращаются в последнюю в случае равновысоких обмоток, так как при $h_{max} = h_{min}$ $\varphi = 1$.

Формулы (7) и (8), как и формула Каппа, не учитывают влияния бака или кожуха и ярмовых балок трансформатора на рассматриваемую индуктивность и в этом смысле являются приближенными. При выводе формул (7) и (8) упрощающие допущения не принимались, поэтому точность этих формул такая же, как у формулы Каппа, то есть около 10%.

Для проверки последнего утверждения был изготовлен трансформатор, середины высот разновысоких концентрических обмоток 1, 2 и 3 которого располагались в одной плоскости, нормальной осям последних. Необходимые для вычислений размеры трансформатора приведены в таблице, где через q и r обозначены внутренние и внешние радиусы обмоток.

Таблица

Индекс обмотки	w	hоб	q	r	Примечания
	—	см	см	см	
1	834	18	2,95	3,3	Все обмотки изго-
2	553	12	4,5	4,85	товлены из провода
3	1142	24	5,75	6,1	марки ПЭЛ-0,8

Расчет сопротивлений короткого замыкания этого трансформатора по формуле (8) дает:

$$\omega L_{12s} = 8{,}1\ \textit{ом};\quad \omega L_{13s} = 11{,}28\ \textit{ом};\quad \omega L_{32s} = 19\ \textit{ом}.$$

При соответствующих опытах короткого замыкания получено

$$x_{\text{к}12} = 8{,}54\ \textit{ом};\quad x_{\text{к}13} = 11{,}05\ \textit{ом};\quad x_{\text{к}32} = 21{,}4\ \textit{ом},$$

то есть относительные погрешности составляют 5,17%, 2,08% и 11,2% соответственно.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Н. Петров. Трансформаторы. Т. 1, ОНТИ, 1934.
2. Б. Хэг. Электромагнитные расчеты. ОНТИ, 1934.