ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

Том 173 1970

ИССЛЕДОВАНИЕ ГЕОМЕТРИИ РЕЗЬБ, ОБРАБОТАННЫХ МЕТОДОМ ОБКАТКИ ПЛОСКОСТЬЮ

П. А. ЕКАТЕРИНЮК

(Представлена научным семинаром кафедры прикладной механики)

К подгруппе резьб, полученных обкаткой с плоскостью, относятся три технологических способа обработки винтовых поверхностей: накатка резьб крепежных винтов плоскими плашками, фрезерование резьб торцевой поверхностью фрезы и шлифование при окончательной обработке винтовых поверхностей ходовых винтов, червяков и накатных роликов плоской стороной шлифовального круга. Если отклонения, полученные в процессе накатки, у крепежных резьб существенного значения не имеют, так как они входят в поле допуска, то отклонения шлифованных винтовых поверхностей соразмерно с малыми допусками на изготовление будут довольно значительными.

Возникает необходимость определения величины развала впадины у шлифованных плоским кругом накатных роликов. С целью получения хорошей чистоты и высокой точности винтовую поверхность калибрующего участка накатного ролика шлифуют. Заборный конус шлифуют при периодических переточках.

Если геометрия винтовой поверхности заборного конуса на точность резьбы изделия никакого влияния не оказывает, а лишь несколько может влиять на величину и точку приложения сил сопротивления металла деформированию, то геометрия калибрующей части будет оказывать существенное влияние на точность накатываемого изделия.

Отклонения калибрующих витков резьбы ролика могут складываться или вычитаться с отклонениями резьбы изделия. Предварительные исследования показывают, что для случаев практики отклонения будут вычитаться:

$$\delta = \delta_1 - \delta_2,$$

где δ — отклонение резьбы изделия, накатанного роликом со шлифованной резьбой калибрующей части;

δ_1 — отклонение изделия при накатке роликом с архимедовой винтовой поверхностью;

δ_2 — отклонение, полученное при шлифовании калибрующей части резьбы накатного ролика.

Рессмотрим геометрию резьбы, полученной обкаткой с плоскостью, на примере технологического способа обработки — накатки плоскими плашками. Полученные выводы могут быть использованы и для других технологических способов обработки резьбы — шлифования плоскостью круга и фрезерования торцовой поверхностью фрезы.

При накатывании резьбы плоскими плашками искажение профиля резьбы будет меньше, чем при накатывании той же резьбы накатными роликами. У плоской плашки угол подъема гребня по высоте не изменяется и будет постоянным. Искажение профиля резьбы будет происходить за счет изменения по высоте витка угла подъема винтовой линии резьбы накатываемого винта (рис. 1).

Рассмотрим геометрию резьбы в прямоугольной неподвижной системе координат x, y, z. Расположим накатываемое изделие так, чтобы его ось совпадала с осью z (рис. 2), а осевые линии гребней накатной плоской плашки были расположе- натной плоскости yoz и ны параллельно координ- с координатной плоскостью yox составляли угол λ.

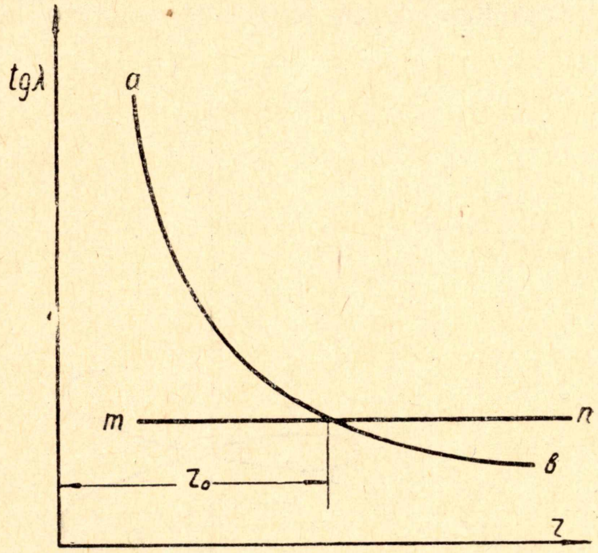

Рис. 1. График изменения тангенса угла подъема винтовой линии в зависимости от изменения радиуса цилиндрического сечения: ab — кривая изменения тангенса угла подъема у винтовой линии; mn — у плоскости

Принимаем предварительно у винта в качестве «базовой» архимедову винтовую поверхность. Уравнение архимедовой винтовой поверхности правого направления на основании построений (рис. 2) может быть выражено:

$$x = u \cos\alpha \cos\varphi;$$
$$y = u \cos\alpha \sin\varphi; \qquad (1)$$
$$z = -u \sin\alpha + p\varphi$$

Калибрующая поверхность гребня плоской плашки представляет собой плоскость. Если калибрующую плоскость гребня продолжить, то она отсечет отрезки на координатных слоях x, y, t соответственно a, b и c. Уравнение плоскости в отрезках, отсекаемых на осях координат,

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z_1}{c} = 1. \qquad (2)$$

Из построений (рис. 2) следует, что

$$a = \frac{c}{\operatorname{tg}\alpha}; \quad b = \frac{c}{\operatorname{tg}\lambda}; \qquad (3)$$

где α — угол профиля резьбы;

λ — угол подъема средней винтовой линии, а у плоской плашки — угол подъема гребня.

Выразим отрезки a и b через отрезок c и тангенсы углов α и λ. Подставим значение a и b из уравнения (3) в уравнение плоскости (2), причем, как видно из чертежа (рис. 2), b будет иметь отрицательное значение:

$$x \operatorname{tg}\alpha - y \operatorname{tg}\lambda + z_1 = c. \qquad (4)$$

Числовое значение отрезка c определяем из третьего уравнения системы (1), приняв параметр u равным нулю, тогда

$$z = p\varphi_0.$$

Если принять, что образующая винтовой поверхности будет совпадать с линией пересечения координатной плоскости zox и заданной пло-

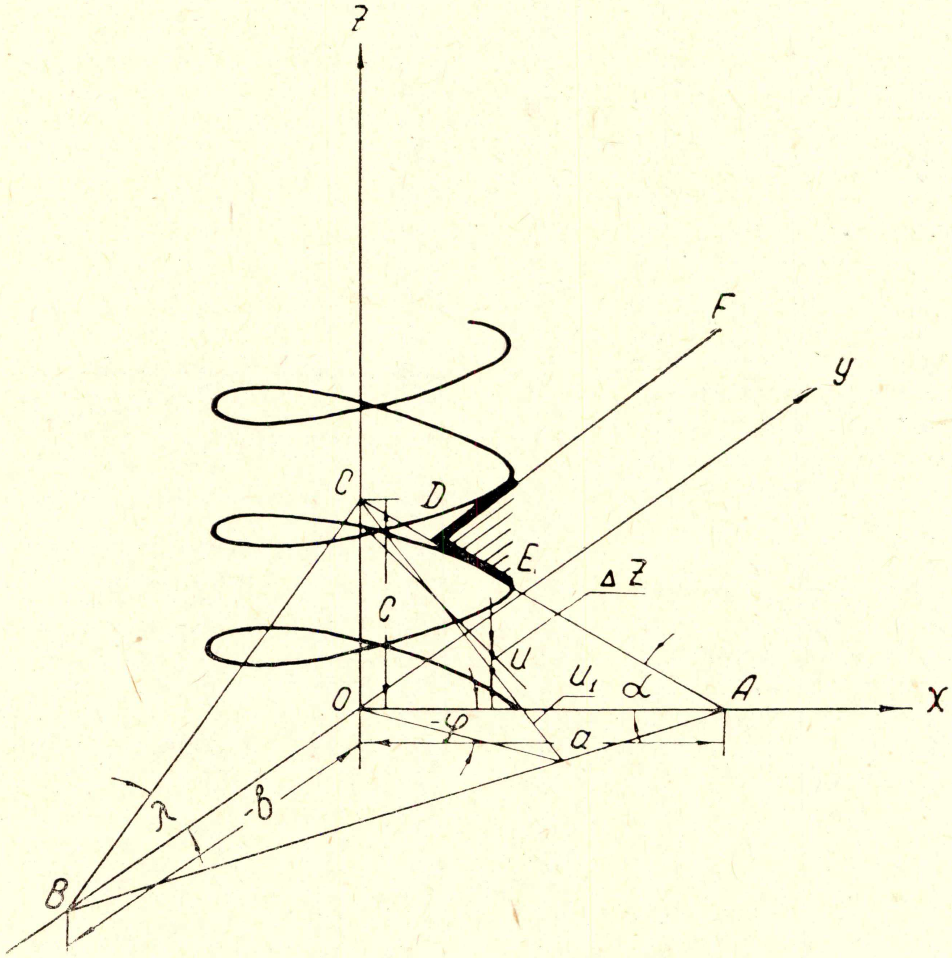

Рис. 2. Схема взаимодействия заданной архимедовой винтовой поверхности с калибрующей плоскостью плоской плашки (правая нарезка)

скости гребня плашки, то z в данном случае будет являться отсекаемым плоскостью на этой оси отрезком c. Значит,

$$c = p\varphi_0. \tag{5}$$

Подставим значение c в уравнение (4), получим

$$z_1 = p\varphi_0 - x \operatorname{tg} \alpha + y \operatorname{tg} \lambda. \tag{6}$$

Числовое значение угла φ_0 может быть принято

$$\varphi_0 = 2\pi n, \tag{7}$$

где n может быть целым и дробным числом, но для удобства расчета можно задавать целым числом $n = 1, 2, 3...$ Подставим значение φ_0 в уравнение (6), тогда

$$z_1 = 2\pi np - x \operatorname{tg} \alpha + y \operatorname{tg} \lambda. \tag{8}$$

Уравнение (5) является условием пересечения по линии, расположенной в координатной плоскости zox, калибрующей поверхности плоской плашки, выраженной уравнением (8) и винтовой поверхности изделия, выраженной системой уравнений (1).

Угол поворота образующей удобнее в данном случае представить состоящим из двух частей постоянной $2\pi n$ и переменной φ. Тогда уравнение (1) можно записать так:

$$\begin{aligned} x &= u\cos\alpha\cos(2\pi n \pm \varphi);\\ y &= u\cos\alpha\sin(2\pi n \pm \varphi);\\ z &= -u\sin\alpha + p(2\pi n \pm \varphi). \end{aligned} \tag{9}$$

Значение угла $2\pi n$ у винтовой поверхности, выраженной системой уравнений (9), и калибрующей плоскости плоской плашки, выраженной уравнением (8), берется одно и то же, а угол φ может быть отрицательным или положительным. При положительном значении угла φ

$$\begin{aligned} x &= u\cos\alpha\cos\varphi;\\ y &= u\cos\alpha\sin\varphi;\\ z &= -u\sin\alpha + p(2\pi n + \varphi). \end{aligned} \tag{10}$$

Отрезки Δz, измеренные в направлении оси z и ограниченные двумя пересекающимися поверхностями: заданной «базовой» архимедовой винтовой поверхностью и калибрующей плоскостью гребня плашки, можно определить как разность между значениями z и z_1 уравнений (10) и (8):

$$\Delta z = z - z_1 = -u\sin\alpha + p(2\pi n + \varphi) - 2\pi np + x\,\mathrm{tg}\,\alpha - y\,\mathrm{tg}\,\lambda. \tag{11}$$

Если подставим в уравнение (11) значение x из первого уравнения, а y из второго уравнения системы (10), то получим

$$\Delta z = -u\sin\alpha + u\sin\alpha\cos\varphi - \cos\alpha\,\mathrm{tg}\,\lambda\sin\varphi - p\varphi. \tag{12}$$

Числовое значение Δz может быть положительным и отрицательным. Положительное значение Δz будет соответствовать врезанию плоскости гребня в тело заданной «базовой» винтовой поверхности; отрицательное значение Δz будет обозначать зазор между заданной винтовой поверхностью и плоскостью гребня.

Возьмем частную производную стклонений Δz по углу φ, задав при этом u постоянное начение, и приравняем ее нулю.

$$\frac{\partial\Delta z}{\partial\varphi} = -u\cos\alpha\,\mathrm{tg}\,\lambda\cos\varphi - u\sin\alpha\sin\varphi + p = 0. \tag{13}$$

Приравняв частную производную $\frac{\partial\Delta z}{\partial\varphi}$ нулю, мы получили уравнение максимальных отклонений $\Delta z_{\max}$. Уравнение (13) является также уравнением проекции на координатную плоскость xoy линии контакта сопряженной винтовой поверхности с плоскостью гребня плоской плашки.

В уравнении (13) две переменные величины u и φ, принимая числовое значение одной из переменных, мы сможем определить вторую. Подставив найденные значение u и φ в уравнение (12), найдем ряд максимальных отклонений $\Delta z_{\max}$. Заменим в уравнении (13) Cosφ через Sinφ и приведем уравнение к канонической форме

$$u^2\cos^2\alpha(\mathrm{tg}^2\lambda + \mathrm{tg}^2\alpha)\sin^2\varphi - 2pu\sin\alpha\sin\varphi - u^2\cos^2\alpha\,\mathrm{tg}^2\lambda + p^2 = 0. \tag{14}$$

Решая квадратное уравнение (18), при заданном u можно определить косинус и угол φ. Уравнения (12), (13), (14) можно несколько упростить, если заменить переменную u через r, где r — радиус-вектор.

Из чертежа (рис. 2)

$$r = u\cos\alpha; \quad \mathrm{tg}\,\alpha = u\sin\alpha. \tag{15}$$

Подставим в уравнение (14) значение уравнений (15), после подстановки и преобразования получим

$$r^2(\operatorname{tg}^2\lambda + \operatorname{tg}^2\alpha)\sin^2\varphi - 2pr\operatorname{tg}\alpha\sin\varphi - r^2\operatorname{tg}^2\lambda + p^2 = 0. \qquad (16)$$

Решив уравнение второй степени, получим

$$\sin\varphi = \frac{p\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\lambda\sqrt{r^2(\operatorname{tg}^2\alpha + \operatorname{tg}^2\lambda - p^2)}}{r(\operatorname{tg}^2\alpha + \operatorname{tg}^2\lambda)}. \qquad (17)$$

Приняв значение r и подставив его в формулу (17), определим значение угла φ. Можно проводить исследование и другим путем. Преобразуем уравнение (12) и (13), заменив u на r из уравнений (15). После подстановки в уравнения (12) и (13) значения u

$$\Delta z = -r\operatorname{tg}\alpha(1 - \cos\varphi) - (r\operatorname{tg}\lambda\sin\varphi - p\varphi); \qquad (18)$$

$$r = \frac{p}{\operatorname{tg}\lambda\cos\varphi + \operatorname{tg}\alpha\sin\varphi}. \qquad (19)$$

Уравнения (18) и (19) могут быть использованы при определении расположения и величины площадок контакта возникающих на заборной части гребня при накатке и зависящих от величины подачи, угла подъема λ и параметра p.

Совместное решение уравнений (18) и (19) как системы и исключение переменного φ и его функций дает уравнение образующей сопряженной винтовой поверхности в отклонениях от прямолинейной образующей Δz.

Для быстрого выполнения расчетов можно пользоваться заранее составленными таблицами. Чтобы охватить все типоразмеры резьб, предусмотренные ГОСТами, и нестандартных резьб заборных конусов накатных роликов, необходимо постоянным α и p задавать различные значения и считать их переменными.

В уравнение (17) входят четыре переменные величины: p, α, λ и r в качестве аргументов и пятая $\mathrm{Sin}\varphi$ в качестве функции. Во второе уравнение (18) входят шесть переменных величин: Δz, α, λ, φ, p и r.

При таком количестве переменных трудно составить таблицы, которые охватывали бы все параметры применяемых в практике резьб. Такая таблица была бы слишком громоздкой и содержала бы около миллиона значений, причем многие значения либо повторялись бы, либо были очень близкими друг другу.

Поэтому появилась необходимость сгруппировать переменные и заменить их «групповыми коэффициентами».

Разделим все члены числителя и знаменателя правой части уравнения (17) на общий делитель $r\operatorname{tg}^2\alpha$ и приравняем

$$\operatorname{tg}\lambda = \frac{p}{r_0}. \qquad (20)$$

После подстановки получим

$$\sin\varphi = \frac{\dfrac{p}{r\operatorname{tg}\alpha} - \dfrac{p}{r_0\operatorname{tg}\alpha}\sqrt{\dfrac{p^2}{r_0^2\operatorname{tg}^2\alpha} + 1 - \dfrac{p^2}{r^2\operatorname{tg}^2\alpha}}}{1 + \dfrac{p^2}{r_0^2\operatorname{tg}^2\alpha}} \qquad (21)$$

Приравняем

$$q_0 = \frac{p}{r_0\operatorname{tg}\alpha}, \qquad (22)$$

$$q = \frac{p}{r\operatorname{tg}\alpha}, \qquad (23)$$

где r_0 — радиус цилиндра, угол подъема винтовой линии которого равен углу подъема плоскости плашки; r — текущий радиус-вектор; p — величина перемещения в осевом направлении при повороте винта на угол, равный одному радиану; α — угол профиля; q и q_0 — групповые коэффициенты.

Введем в уравнением (21) групповые коэффициенты q и q_0 из зависимостей (22) и (23)

$$\sin\varphi = \frac{q - q_0\sqrt{q_0^2 - q^2 + 1}}{1 + q_0^2}. \tag{24}$$

Приравняем

$$K = \frac{q_0}{q}. \tag{25}$$

После подстановки значений q и q_0 из зависимостей (22) и (23) в зависимость (25) и сокращения

$$K = \frac{r}{r_0}. \tag{26}$$

Найдем значение из зависимости (25) и подставим его в уравнение (24).

$$\sin\varphi = \frac{q_0\left[1 - \sqrt{q_0^2(K^2 - 1) + K^2}\right]}{K(1 + q_0^2)}. \tag{27}$$

С целью сокращения переменных произведем преобразование уравнения (18). Поделим обе части уравнения на $r\,\mathrm{tg}\,\alpha$ и введем вместо $\mathrm{tg}\,\lambda$ его значение из зависимости (20)

$$\frac{\Delta z}{r\,\mathrm{tg}\,\alpha} = -(1 - \cos\varphi) - \frac{p}{r_0\,\mathrm{tg}\,\alpha}\sin\varphi + \frac{p}{r\,\mathrm{tg}\,\alpha}\varphi.$$

Заменим коэффициенты, стоящие перед синусом φ и значением угла φ, через q_0 и q из зависимости (22) и (23) и приравняем

$$\Delta z_1 = \frac{\Delta z}{r\,\mathrm{tg}\,\alpha}. \tag{23}$$

Тогда

$$\Delta z_1 = -(1 - \cos\varphi) - q_0\sin\varphi + q\varphi. \tag{29}$$

Подставим вместо q в уравнение (29) его значение из зависимости (25)

$$\Delta z_1 = -(1 - \cos\varphi) + q_0\left(\frac{\varphi}{K} - \sin\varphi\right). \tag{30}$$

Решая уравнения (27) и (30) как систему и задавшись значениями q_0 и K, мы найдем значение φ. После подстановки значения φ в уравнение (30) найдем удельную величину развала при обкатке винтовой поверхности с плоскостью — Δz. Чтобы найти полную величину одностороннего развала—Δz, необходимо воспользоваться зависимостью (28), по которой

$$\Delta z = \Delta z_1 r\,\mathrm{tg}\,\alpha. \tag{31}$$

Расчетные данные можно свести в таблицу, так как число значений не превышает полторы тысячи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. И. Колчин, Ф. Л. Литвин. Методы расчета при изготовлении и контроле зубчатых изделий. Машгиз, 1952.

2. Ф. Л. Литвин. Новые виды цилиндрических червячных передач. Машгиз, 1962.