

## РАСЧЕТ ТРЕТЬИХ ГАРМОНИК И ОЦЕНКА ИХ ВЛИЯНИЯ НА РАБОТУ ТРАНСФОРМАТОРОВ

И.Р. Пивчик

ООО «Сибэнергосетьпроект», г. Новосибирск

E-mail: siesp@online.nsk.su

Выполнен расчёт третьих гармоник токов и напряжений трансформаторов. Получены выражения для напряжений и токов при аппроксимации потоков полиномами  $m$ -ой степени»

Третьи гармоники могут возникать в генераторах, коронирующих линиях электропередачи и в трансформаторах [1]. Считается, что если к первичной обмотке трансформатора приложена синусоидальная ЭДС, то кривая потока так же синусоидальна [1]. Однако намагничивающий ток не остаётся пропорционален потоку, т.к. не является синусоидальным. Это происходит из-за наличия в намагничивающем токе высших гармоник, наиболее значительной из которых являются третьи. Третьи гармоники тока не могут протекать в обмотках, соединённых в звезду без нейтрального провода. Третьи гармоники намагничивающего тока могут циркулировать в треугольнике. Если третьи гармоники намагничивающего тока не могут протекать в цепи, то напряжения в обмотках трансформатора должны исказиться. При трёх однофазных трансформаторах, соединённых звездой, амплитуда третьей гармоники напряжения может составить более 30 % от первой гармоники при нормальной плотности потока. В трёхфазном трансформаторе стержневого типа третьи гармоники потока замыкаются через воздух и железо бака. Высокое магнитное сопротивление уменьшает третьи гармоники тока и напряжения. В этом случае при нормальной плотности потока амплитуда третьей гармоники может достигнуть 5 % от амплитуды основной синусоиды.

Третьи гармоники намагничивающих токов замыкаются через сеть, вторичные обмотки всех станционных трансформаторов, соединённых в звезду с заземлённой нейтралью, и землю. Эти токи трансформируются в первичные обмотки станционных трансформаторов, соединённых в треугольник и замыкаются в них. Для исключения мешающего влияния на релейную защиту токов третьих гармоник автотрансформаторы и трансформаторы снабжаются обмоткой, соединённой в треугольник. Считается возможным выполнять автотрансформаторы для электрических станций без третичной обмотки, поскольку третьи гармоники их намагничивающих токов замыкаются в треугольниках блочных трансформаторов. Трёхстержневой автотрансформатор без третичной обмотки, как источник третьих гармоник, менее опасен, чем групповой или пятистержневой автотрансформатор [3]. При заземлении или разземлении соединённых в звезду обмоток трансформатора, содержащего также обмотку, соединённую в треугольник, проблем, связанных с третьими гармониками, не возникает. Рассмотрение проблем, связанных с третьими гармониками необходимо лишь для трансформаторов без обмотки, соединённой в треугольник, или при наличии в нем дополнительного сопротивления [1].

Напряжение на входе ненагруженного трансформатора, содержащего обмотку, соединённую в треугольник, и токи в его обмотках связываются системой уравнений:

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{d\Psi_1}{dt} + L_\lambda \frac{di_{\mu 1}}{dt} + u_n + L \frac{di_\Delta}{dt}, \\ u_2 &= \frac{d\Psi_2}{dt} + L_\lambda \frac{di_{\mu 2}}{dt} + u_n + L \frac{di_\Delta}{dt}, \\ u_3 &= \frac{d\Psi_3}{dt} + L_\lambda \frac{di_{\mu 3}}{dt} + u_n + L \frac{di_\Delta}{dt}, \end{aligned}$$

где  $u_1, u_2, u_3$  на входе;  $\frac{d\Psi_1}{dt}, \frac{d\Psi_2}{dt}, \frac{d\Psi_3}{dt}$  – ЭДС в

обмотках;  $i_{\mu 1}, i_{\mu 2}, i_{\mu 3}$  – намагничивающие токи;  $i_\Delta$  – ток в треугольнике;  $u_n$  – напряжение на нейтрали;  $L_\lambda$  – индуктивность рассеяния обмотки, соединённых в звезду (далее  $L$ ).

При заземлении нейтрали через реактор с индуктивностью  $L_n$

$$u_n = L_n \left( \frac{di_{\mu 1}}{dt} + \frac{di_{\mu 2}}{dt} + \frac{di_{\mu 3}}{dt} \right) - 3L_n \frac{di_\Delta}{dt}.$$

Ток треугольника

$$\frac{di_\Delta}{dt} = \frac{1}{3} L_\Delta^{-1} \frac{d}{dt} (\Psi_1 + \Psi_2 + \Psi_3),$$

где  $L_\Delta$  – индуктивность рассеяния обмотки, соединённой в треугольник, и параллельная ему индуктивность бака, если трансформатор трехстержневой.

Намагничивающие токи аппроксимируются выражениями:

$$\begin{aligned} i_{\mu 1} &= a\Psi_1 + b\Psi_1^n + c\Psi_1^m + d_b(\Psi_1 + \Psi_2 + \Psi_3), \\ i_{\mu 2} &= a\Psi_2 + b\Psi_2^n + c\Psi_2^m + d_b(\Psi_1 + \Psi_2 + \Psi_3), \\ i_{\mu 3} &= a\Psi_3 + b\Psi_3^n + c\Psi_3^m + d_b(\Psi_1 + \Psi_2 + \Psi_3). \end{aligned}$$

Коэффициенты  $a, b, c, m$  описывают характеристику намагничивания трансформатора;  $d_b$  – характеристика воздушного зазора между магнитопроводом трансформатора и баком.

Токи намагничивания в системе уравнений могут содержать третьи гармоники, часть которых,

или все могут протекать в другой обмотке, или фиктивной обмотке – баке трансформатора. Поэ-

тому из падения напряжения  $L \frac{di_\mu}{dt}$  должна быть

вычтена составляющая падения напряжения от не протекающего в обмотке с индуктивностью  $L$  тока другой обмотки, соединенной в треугольник.

В общем случае напряжение на сопротивлении нулевой последовательности между нейтралью источника и трансформатора будет  $U_n$ , а индуктивность этой ветви –  $L_n$ . По указанной причине из  $u_n$

– вычитается  $3L_n \frac{di_\Delta}{dt}$ , как падение напряжения от не протекающего по  $L_n$  – тока, который входит в  $i_\mu$ .

Составленная система после исключения из неё токов записывается в матричном виде:

$$\begin{bmatrix} 1 + \frac{L+3L_n}{L_g} + (L+L_n)\varphi_1 & \frac{L+3L_n}{L_g} + L_n\varphi_2 & \frac{L+3L_n}{L_g} + L_n\varphi_3 \\ \frac{L+3L_n}{L_g} + L_n\varphi_1 & 1 + \frac{L+3L_n}{L_g} + (L+L_n)\varphi_2 & \frac{L+3L_n}{L_g} + L_n\varphi_3 \\ \frac{L+3L_n}{L_g} + L_n\varphi_1 & \frac{L+3L_n}{L_g} + L_n\varphi_2 & 1 + \frac{L+3L_n}{L_g} + (L+L_n)\varphi_3 \end{bmatrix} \times \\ \times \begin{bmatrix} \Psi'_1 \\ \Psi'_2 \\ \Psi'_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}.$$

После чего, учитывая, что  $u_1+u_2=-u_1$  и т.д. не- трудно получить:

$$u_a = \frac{d\Psi_1}{dt} = \frac{1 + L(\varphi_2 + \varphi_3) + L_n\varphi_2\varphi_3 + 3\left(\frac{1}{3}L + L_n\right)L_g^{-1} + 3L_nL\varphi_2\varphi_3}{\Delta} u_1 + \\ + \frac{(L+3L_n)L_g^{-1}[\varphi_3(u_1 - u_2) + \varphi_2(u_1 - u_3)] + L_n[\varphi_3(u_1 - u_3) + \varphi_2(u_1 - u_2)]}{\Delta}. \quad (1)$$

$$u_b = \frac{d\Psi_2}{dt} = \frac{1 + L(\varphi_1 + \varphi_3) + L_n\varphi_1\varphi_3 + 3\left(\frac{1}{3}L + L_n\right)L_g^{-1} + 3L_nL\varphi_1\varphi_3}{\Delta} u_2 + \\ + \frac{(L+3L_n)L_g^{-1}[\varphi_1(u_2 - u_3) + \varphi_3(u_2 - u_1)] + L_n[\varphi_1(u_2 - u_1) + \varphi_3(u_2 - u_3)]}{\Delta}. \quad (2)$$

$$u_c = \frac{d\Psi_3}{dt} = \frac{1 + L(\varphi_1 + \varphi_2) + L_n\varphi_1\varphi_2 + 3\left(\frac{1}{3}L + L_n\right)L_g^{-1} + 3L_nL\varphi_1\varphi_2}{\Delta} u_3 + \\ + \frac{(L+3L_n)L_g^{-1}[\varphi_2(u_3 - u_1) + \varphi_1(u_3 - u_2)] + L_n[\varphi_2(u_3 - u_2) + \varphi_1(u_3 - u_1)]}{\Delta}. \quad (3)$$

где  $u_a, u_b, u_c$  – фазные вторичные напряжения,  $\Delta$  – определитель системы.

Здесь  $L_g^{-1} = \left(a_b + \frac{1}{3}L_\Delta^{-1}\right)$  в групповом трансфор-

маторе  $\alpha_b=0$ ,  $L_\Delta^{-1}$ , если на трансформаторе отсут-

ствует обмотка, соединенная в треугольник. В трех-

стержневом трансформаторе  $L_g = \left(a_b + \frac{1}{3}L_\Delta^{-1}\right)^{-1}$  представляет собой индуктивность, связанную с баком трансформатора и рассеянием потока нулевой последовательности. Эта индуктивность при отсутствии обмотки, соединенной в треугольник, равна  $L_g = (10...30)L_m$ , где  $L_m$  – индуктивность рассеяния трансформатора. Величина  $L_g$  – возрастает с увеличением мощности и напряжения трансфор-

матора и определяется по существу расположением крышки трансформатора над магнитопроводом.

В выражениях для  $\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3$

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= a + bn\Psi_1^{n-1} + cm\Psi_1^{m-1}, \\ \varphi_2 &= a + bn\Psi_2^{n-1} + cm\Psi_2^{m-1}, \\ \varphi_3 &= a + bn\Psi_3^{n-1} + cm\Psi_3^{m-1}. \end{aligned} \quad (4)$$

Определитель

$$\Delta = F_1(\varphi) + (L+3L_n)L_g^{-1}F_2(\varphi) + L_nF_3(\varphi), \quad (5)$$

$$F_1(\varphi) = 1 + L(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3) + L^2(\varphi_1\varphi_2 + \varphi_1\varphi_3 + \varphi_2\varphi_3) + L^3\varphi_1\varphi_2\varphi_3, \quad (6)$$

$$F_2(\varphi) = 3 + 2L(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3) + L^2(\varphi_1\varphi_2 + \varphi_1\varphi_3 + \varphi_2\varphi_3), \quad (7)$$

$$F_3(\varphi) = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + 2L(\varphi_1\varphi_2 + \varphi_1\varphi_3 + \varphi_2\varphi_3) + 3L^2\varphi_1\varphi_2\varphi_3. \quad (8)$$

Типовая характеристика намагничивания различных силовых трансформаторов в относительных единицах, в которых базисными являются:

$$U_\delta = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} U_n, \quad I_\delta = K_f I_\mu, \quad \omega_\delta = \omega_N = 314, \quad (9)$$

где  $\omega_N$  – промышленная частота,  $U_n, I_\mu$  – характеристики трансформатора,  $K_f$  – коэффициент формы кривой тока намагничивания, согласно [2], описывается выражением:

$$i_\mu = \sum_{k=1}^m a_k \Psi^k, \quad K_f = 1, 3, 5, \dots, 2S-1. \quad (10)$$

В указанной системе ак не зависит от величины тока  $I_\mu$  и мощности трансформатора.

Если в качестве базисного напряжения принять  $U_\delta = 314$ , а масштаб сопротивления оставить натуральным, т.е.  $P_r = P_l = P_c = 1$ , то амплитудное значение номинального потока останется равным  $\Psi = 1$ . Для приведения тока  $i_\mu$  из выражения (10) к этой системе единиц ак надо умножить на коэффициент  $K_f$ .

$$K = \frac{\pi \cdot S \cdot I_{xx}}{U_\delta^2} K_f, \quad (11)$$

где  $S$  – мощность трансформатора трёхфазная,  $U_\delta$  – линейное напряжение, действующее значение,  $I_{xx}$  – ток холостого хода.

При этом показатель степени в (14) не меняется.

Используя выражения (1–8) и (9–11), перейдя к фазным напряжениям, можно найти ЭДС третьих гармоник, генерируемых трансформатором:

$$\begin{aligned} E_3 &= \frac{1}{3}(\Psi'_1 + \Psi'_2 + \Psi'_3) = \\ &= \frac{(L+3L_n)(\varphi_1 U_1 + \varphi_2 U_2 + \varphi_3 U_3) + L(L+3L_n)(\varphi_2\varphi_3 U_1 + \varphi_1\varphi_3 U_2 + \varphi_1\varphi_2 U_3)}{3[F_1(\varphi) + (L+3L_n)L_g^{-1}F_2(\varphi) + L_nF_3(\varphi)]}. \end{aligned} \quad (12)$$

Далее используя выражение для индуктивности  $L$  электрической машины и отметив, что второе слагаемое в числителе (12) меньше первого при нормальных плотностях по крайней мере на два порядка, упростим выражение для ЭДС третьих гармоник  $E_3$ .

$$\begin{aligned} E_3 &= \frac{1}{3}(\Psi'_1 + \Psi'_2 + \Psi'_3) = \\ &= \frac{(L+3L_n)(\varphi_1 U_1 + \varphi_2 U_2 + \varphi_3 U_3)}{3[F_1(\varphi) + (L+3L_n)L_g^{-1}F_2(\varphi) + L_nF_3(\varphi)]}. \end{aligned}$$

Рассмотрим важнейшие для практики случаи:

1. Групповой пятистержневой трансформатор по схеме «звезда-звезда» при отсутствии цепи третьим гармоникам намагничивающих токов. При этом выражение для ЭДС  $E_3$  принимает вид:

$$E_3 = \frac{\varphi_1 U_1 + \varphi_2 U_2 + \varphi_3 U_3}{\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3}. \quad (13)$$

Когда один из потоков  $\Psi_1$ ,  $\Psi_2$  или  $\Psi_3$  равен нулю, потоки в двух других фазах в относительных

единицах соответственно равны  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  и  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ; фазные напряжения равны 1;  $-0,5$ ;  $-0,5$  от максимального; ЭДС третьих гармоник максимальна, т.е. равна своему амплитудному значению.

При  $\psi_1=0$ ;  $\varphi_1=0,2$  и

$$\varphi_2 = \varphi_3 = 0,2 + 0,64 \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^8 \cdot 9 + 5,16 \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^{10} - 11 = 2,12,$$

$U_1=U_{\max}$ ;  $U_2=U_3=-0,5U_{\max}$ , то по выражению (13)  $E_3=0,455U_{\max}$ .

Таким образом, амплитуда третьих гармоник ЭДС более 40 % амплитуды основной гармоники. Эта величина полностью согласуется с литературными данными [1–3] и недопустима для блока.

2. Нейтраль низшего напряжения рассматриваемого трансформатора соединена с нейтралью трансформатора собственных нужд по схеме «звезда-треугольник». В этом случае  $L_g^{-1}=0$  и ЭДС третьих гармоник не опасна для блока, но и нежелательна, поэтому сопротивление трансформатора собственных нужд надо компенсировать конденсаторной батареей. При этом ЭДС третьих гармоник уменьшается на порядок, т.е. практически не присутствует в кривой напряжения.

3. Трёхстержневой трансформатор со схемой «звезда-звезда», у которого отсутствует путь токам третьих гармоник через нейтраль. Поскольку в этом случае  $L_n=\infty$ , а  $L_g \approx (10...30)L_m$ , то ЭДС третьих гармоник так же не опасна для блока.

Если нейтраль низшего напряжения блочного трансформатора соединить с нейтралью трансформатора собственных нужд через дополнительный реактор, то ЭДС третьих гармоник значительно уменьшается, что безусловно допустимо для блоков и не требует уменьшения сопротивления цепи для третьих гармоник намагничивающих токов.

Что касается токов третьих гармоник, то они, при наличии пути относительно небольшого сопротивления, в каждой фазе равны

$$i_{\mu_3} = \frac{1}{3} [a(\Psi_1 + \Psi_2 + \Psi_3) + b(\Psi_1^n + \Psi_2^n + \Psi_3^n) + c(\Psi_1^m + \Psi_2^m + \Psi_3^m)].$$

Амплитудное значение этих токов, когда поток в одной из фаз максимален и равен в относительных единицах  $\Psi_1=1$ , а в двух других одинаков и равен  $\Psi_2=\Psi_3=0,5$ , равно

$$I_{\mu_3} = \frac{1}{3} \left[ b + c - 2b \left( \frac{1}{2} \right)^9 - 2c \left( \frac{1}{2} \right)^{11} \right] \approx 0,27,$$

или 27 % амплитуды фазного намагничивающего тока.

### Вывод

Получены расчетные формулы, позволяющие определить ЭДС и токи третьих гармоник, и степень их влияния на протекание переходных процессов в различных трансформаторах. Результаты расчетов могут быть использованы при выборе уставок средств релейной защиты и автоматики.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Льюис В. Линии передачи электрической энергии. – М.: Энергия, 1935. – 368 с.
2. Артемьев Д.Е., Тиходеев Н.Н., Шур С.С. Статистические основы выбора изоляции линий электропередачи. – М.-Л.: Энергия, 1965. – 376 с.

3. Гашимов А.М., Дмитриев Е.В., Пивчик И.Р. Численный анализ волновых процессов в электрических сетях. – Новосибирск: Наука, 2003. – 148 с.