ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

Том 109 1960

К ВОПРОСУ О СТАЦИОНАРНЫХ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЯХ В ТЕЛАХ КОНЕЧНЫХ РАЗМЕРОВ ПРИ ВНУТРЕННЕМ ТЕПЛОВЫДЕЛЕНИИ

Г. П. БОЙКОВ, В. А. БЛОХИН, Б. С. СКРЕБУШЕВСКИЙ

(Представлено проф. докт. техн. наук Г. И. Фуксом)

В работе [1] предложен способ расчета распределения температуры вдоль линии „стока" тепла при прогреве тел лучистой энергией.

По нашему мнению, предложенный путь может быть аналогично использован и для случаев теплопроводности при наличии внутренних источников тепла. Полученные при этом зависимости в определенном приближении будут давать распределение температуры вдоль линии „истока" тепла в теле.

Пусть имеем бесконечный брус прямоугольного сечения, распространение тепла в котором описывается уравнением

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{w}{\lambda} = 0.$$

Согласно [1], для линии истока тепла последнее уравнение перепишется в виде

$$\xi \frac{d^2 t}{dx^2} + \frac{w}{\lambda} = 0, \tag{1}$$

где постоянный коэффициент ξ для бесконечного бруса прямоугольного сечения определяется соотношением

$$\xi = 1 + \frac{R_1^2}{R_2^2 + 0{,}5\, R_1^2}\,; \tag{2}$$

здесь $0 \leq x \leq R_1$,
$2R_2$ — наибольшее измерение тела.

Используя (1), а также условия

$$-\lambda \left(\frac{dt}{dx}\right)_{x=R_1} = \alpha\,(t_n - t_c),$$

$$\left(\frac{dt}{dx}\right)_{x=0} = 0,$$

найдем

$$t_x = t_c + \frac{wR_1^2}{2\xi\cdot\lambda}\left[1 + \frac{2\lambda}{\alpha R_1} - \left(\frac{x}{R_1}\right)^2\right]. \qquad (3)$$

Формула (3) дает распределение температуры от центра тела до поверхности вдоль наименьшего измерения.

Решим теперь эту же задачу методом элементарных балансов для случая, когда $R_2 = R_1$, для чего разбиваем площадь поперечного сечения тела на 25 элементарных участков. (рис. 1)

Благодаря симметрии достаточно составить 6 уравнений элементарных балансов:

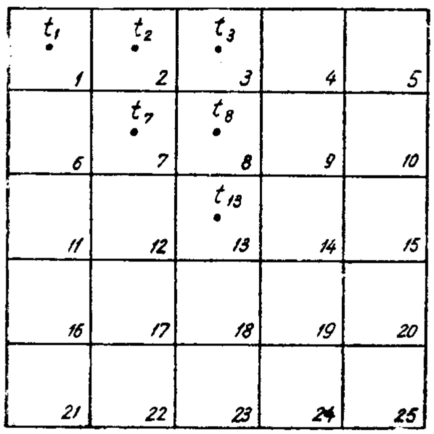

Рис. 1

$$W + 2Q_{2;1} = 2Q_{1;\alpha},$$

$$W + Q_{3;2} + Q_{7;2} = Q_{2;\alpha} + Q_{2;1},$$

$$W + Q_{8;3} = 2Q_{3;2} + Q_{3;\alpha}, \qquad (4)$$

$$W + 2Q_{8;7} = 2Q_{7;2},$$

$$W + Q_{13;8} = 2Q_{8;7} + Q_{8;3},$$

$$W = 4Q_{13;8}.$$

Здесь

$$W = w\cdot f = w\cdot S\cdot S = w\left(\frac{R}{2,5}\right)^2 \frac{ккал}{час}.$$

$Q_{i;k}$ — количество тепла, переданное от элемента i элементу k $\frac{ккал}{час}$;

$Q_{i;\alpha}$ — количество тепла, переданное от элемента i окружающей среде $\left|\frac{ккал}{час}\right|$.

Полагая коэффициент теплопроводности $\lambda = 1\frac{ккал}{м\,час\,град}$ и коэффициент теплоотдачи $\alpha = \infty\frac{ккал}{м^2\,час\,град}$, найдем коэффициент теплопередачи от элемента к окружающей среде $K = 2\frac{ккал}{м^2\,час\,град}$.

Если считать, что температура окружающей среды $t_c = 0^\circ$ С, то систему балансовых уравнений (4) можно записать через неизвестные температуры:

$$w\left(\frac{R}{2,5}\right)^2 + 2(t_2 - t_1) = 4t_1,$$

$$w\left(\frac{R}{2,5}\right)^2 + (t_3 - t_2) + (t_1 - t_2) = 2t_2 + (t_2 - t_1).$$

$$w\left(\frac{R}{2,5}\right)^2 + (t_8 - t_3) = 2(t_3 - t_2) + 2t_3, \qquad (5)$$

Таблица 1

Температура	t_1	t_2	t_3	t_7	t_8	t_{13}
t_i^* — по методу элементарных балансов	$0{,}066R^2w$	$0{,}117R^2w$	$0{,}1312R^2w$	$0{,}229R^2w$	$0{,}2604R^2w$	$0{,}301R^2w$
t_i^{**} — по формуле (3)			$0{,}108R^2w$		$0{,}251R^2w$	$0{,}3R^2w$
Расхождение $\frac{t_i^* - t_i^{**}}{t_i^*} \cdot 100\%$			17,7		2,45	0,332

Таблица 2

Температура	t_1	t_2	t_3	t_7	t_8	t_{13}
t_i^* — по методу элементарных балансов	$0{,}152R^2w$	$0{,}224R^2w$	$0{,}246R^2w$	$0{,}34R^2w$	$0{,}376R^2w$	$0{,}414R^2w$
t_i^{**} — по формуле (3)			$0{,}227R^2w$		$0{,}372R^2w$	$0{,}42R^2w$
Расхождение $\frac{t_i^* - t_i^{**}}{t_i^*} \cdot 100\%$			7,73		1,065	—0,72

$$w\left(\frac{R}{2{,}5}\right)^2 + 2\,(t_8 - t_7) = 2\,(t_7 + t_2),$$

$$w\left(\frac{R}{2{,}5}\right)^2 + (t_{13} - t_8) = 2\,(t_8 - t_7) + (t_8 - t_3),$$

$$w\left(\frac{R}{2{,}5}\right)^2 = 4\,(t_{13} - t_8).$$

Решение системы (5) приведено в табл. 1. Там же даны значения температур t_{13}, t_8, t_3, полученные для тех же условий по формуле (3).

Полагая коэффициент теплопроводности $\lambda = 1\,\dfrac{ккал}{м\,час\,град}$, коэффициент теплоотдачи $\alpha = \dfrac{2}{S}\,\dfrac{ккал}{м^2\,час\,град}$, найдем коэффициент теплоотдачи от элемента к окружающей среде $K = 1$.

Если считать, что температура окружающей среды $t_c = 0°\,C$, то систему балансовых уравнений (4) можно записать через неизвестные температуры:

$$
\begin{aligned}
&w\left(\frac{R}{2{,}5}\right)^2 + 2\,(t_2 - t_1) = 2\,t_1,\\
&w\left(\frac{R}{2{,}5}\right)^2 + (t_3 - t_2) + (t_7 - t_2) = 2\,t_2 - t_1,\\
&w\left(\frac{R}{2{,}5}\right)^2 + (t_8 - t_3) = 2\,(t_3 - t_2) + t_3,\\
&w\left(\frac{R}{2{,}5}\right)^2 + 2\,(t_8 - t_7) = 2\,(t_7 - t_2),\\
&w\left(\frac{R}{2{,}5}\right)^2 + (t_{13} - t_8) = 2\,(t_8 - t_7) + (t_8 - t_3),\\
&w\left(\frac{R}{2{,}5}\right)^2 = 4\,(t_{13} - t_8).
\end{aligned}
\tag{6}
$$

Решение системы (6) приведено в табл. 2. Там же даны значения температур t_{13}, t_8, t_3, полученные для тех же условий по формуле (3).

Как видно из таблиц 1 и 2, данные расчета по формуле (3) достаточно удовлетворительно совпадают с данными расчета, выполненного на основании метода элементарных балансов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бойков Г. П. Прогрев тел конечных размеров под действием лучистого тепла (сообщение первое и второе), Изв. ТПИ, том 101, 1958.