

**К ВОПРОСУ О СТАЦИОНАРНЫХ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЯХ
В ТЕЛАХ КОНЕЧНЫХ РАЗМЕРОВ ПРИ ВНУТРЕННЕМ
ТЕПЛОВЫДЕЛЕНИИ**

Г. П. БОЙКОВ, В. А. БЛОХИН, Б. С. СКРЕБУШЕВСКИЙ

(Представлено проф. докт. техн. наук Г. И. Фуксом)

В работе [1] предложен способ расчета распределения температуры вдоль линии „стока“ тепла при прогреве тел лучистой энергией.

По нашему мнению, предложенный путь может быть аналогично использован и для случаев теплопроводности при наличии внутренних источников тепла. Полученные при этом зависимости в определенном приближении будут давать распределение температуры вдоль линии „источка“ тепла в теле.

Пусть имеем бесконечный брус прямоугольного сечения, распространение тепла в котором описывается уравнением

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{w}{\lambda} = 0.$$

Согласно [1], для линии истока тепла последнее уравнение переписывается в виде

$$\xi \frac{d^2 t}{dx^2} + \frac{w}{\lambda} = 0, \quad (1)$$

где постоянный коэффициент ξ для бесконечного бруса прямоугольного сечения определяется соотношением

$$\xi = 1 + \frac{R_1^2}{R_2^2 + 0,5 R_1^2}; \quad (2)$$

здесь $0 \leq x \leq R_1$,

$2R_2$ — наибольшее измерение тела.

Используя (1), а также условия

$$-\lambda \left(\frac{dt}{dx} \right)_{x=R_1} = \alpha (t_n - t_c),$$

$$\left(\frac{dt}{dx} \right)_{x=0} = 0,$$

найдем

$$t_x = t_c + \frac{wR_1^2}{2\xi \cdot \lambda} \left[1 + \frac{2\lambda}{\alpha R_1} - \left(\frac{x}{R_1} \right)^2 \right]. \quad (3)$$

Формула (3) дает распределение температуры от центра тела до поверхности вдоль наименьшего измерения.

Решим теперь эту же задачу методом элементарных балансов для случая, когда $R_2 = R_1$, для чего разбиваем площадь поперечного сечения тела на 25 элементарных участков. (рис. 1)

Благодаря симметрии достаточно составить 6 уравнений элементарных балансов:

t_1	t_2	t_3		
1	2	3	4	5
	t_7	t_8		
6	7	8	9	10
		t_{13}		
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

Рис. 1

$$W + 2 Q_{2;1} = 2 Q_{1;\alpha},$$

$$W + Q_{3;2} + Q_{7;2} = Q_{2;\alpha} + Q_{2;1},$$

$$W + Q_{8;3} = 2 Q_{3;2} + Q_{3;\alpha}, \quad (4)$$

$$W + 2 Q_{8;7} = 2 Q_{7;2},$$

$$W + Q_{13;8} = 2 Q_{8;7} + Q_{8;3},$$

$$W = 4 Q_{13;8}.$$

Здесь

$$W = w \cdot f = w \cdot S \cdot S = w \left(\frac{R}{2,5} \right)^2 \frac{\text{ккал}}{\text{час}}$$

$Q_{i;k}$ — количество тепла, переданное от элемента i элементу k $\frac{\text{ккал}}{\text{час}}$;

$Q_{i;\alpha}$ — количество тепла, переданное от элемента i окружающей среде $\frac{\text{ккал}}{\text{час}}$.

Полагая коэффициент теплопроводности $\lambda = 1 \frac{\text{ккал}}{\text{м час град}}$ и ко-

эффициент теплоотдачи $\alpha = \infty \frac{\text{ккал}}{\text{м}^2 \text{ час град}}$, найдем коэффициент теп-

лопередачи от элемента к окружающей среде $K = 2 \frac{\text{ккал}}{\text{м}^2 \text{ час град}}$.

Если считать, что температура окружающей среды $t_c = 0^\circ \text{C}$, то систему балансовых уравнений (4) можно записать через неизвестные температуры:

$$w \left(\frac{R}{2,5} \right)^2 + 2(t_2 - t_1) = 4t_1,$$

$$w \left(\frac{R}{2,5} \right)^2 + (t_3 - t_2) + (t_1 - t_2) = 2t_2 + (t_2 - t_1),$$

$$w \left(\frac{R}{2,5} \right)^2 + (t_8 - t_3) = 2(t_3 - t_2) + 2t_3, \quad (5)$$

Таблица 1

Температура	t_1	t_2	t_3	t_7	t_8	t_{13}
t_i^* — по методу элементарных балансов	$0,066R^2\omega$	$0,117R^2\omega$	$0,1312R^2\omega$	$0,229R^2\omega$	$0,2604R^2\omega$	$0,301R^2\omega$
t_i^{**} — по формуле (3)			$0,108R^2\omega$		$0,254R^2\omega$	$0,3R^2\omega$
Расхождение $\frac{t_i^* - t_i^{**}}{t_i^*} \cdot 100\%$			17,7		2,45	0,332

Таблица 2

Температура	t_1	t_2	t_3	t_7	t_8	t_{13}
t_i^* — по методу элементарных балансов	$0,152R^2\omega$	$0,224R^2\omega$	$0,246R^2\omega$	$0,34R^2\omega$	$0,376R^2\omega$	$0,414R^2\omega$
t_i^{**} — по формуле (3)			$0,227R^2\omega$		$0,372R^2\omega$	$0,42R^2\omega$
Расхождение $\frac{t_i^* - t_i^{**}}{t_i^*} \cdot 100\%$			7,73		1,065	-0,72

$$w \left(\frac{R}{2,5} \right)^2 + 2(t_8 - t_7) = 2(t_7 + t_2),$$

$$w \left(\frac{R}{2,5} \right)^2 + (t_{13} - t_8) = 2(t_8 - t_7) + (t_8 - t_3),$$

$$w \left(\frac{R}{2,5} \right)^2 = 4(t_{13} - t_8).$$

Решение системы (5) приведено в табл. 1. Там же даны значения температур t_{13} , t_8 , t_3 , полученные для тех же условий по формуле (3).

Полагая коэффициент теплопроводности $\lambda = 1 \frac{\text{ккал}}{\text{м час град}}$, коэффициент теплоотдачи $\alpha = \frac{2}{S} \frac{\text{ккал}}{\text{м}^2 \text{ час град}}$, найдем коэффициент теплоотдачи от элемента к окружающей среде $K = 1$.

Если считать, что температура окружающей среды $t_c = 0^\circ \text{C}$, то систему балансовых уравнений (4) можно записать через неизвестные температуры:

$$w \left(\frac{R}{2,5} \right)^2 + 2(t_2 - t_1) = 2t_1,$$

$$w \left(\frac{R}{2,5} \right)^2 + (t_3 - t_2) + (t_7 - t_2) = 2t_2 - t_1,$$

$$w \left(\frac{R}{2,5} \right)^2 + (t_8 - t_3) = 2(t_3 - t_2) + t_3, \quad (6)$$

$$w \left(\frac{R}{2,5} \right)^2 + 2(t_8 - t_7) = 2(t_7 - t_2),$$

$$w \left(\frac{R}{2,5} \right)^2 + (t_{13} - t_8) = 2(t_8 - t_7) + (t_8 - t_3),$$

$$w \left(\frac{R}{2,5} \right)^2 = 4(t_{13} - t_8).$$

Решение системы (6) приведено в табл. 2. Там же даны значения температур t_{13} , t_8 , t_3 , полученные для тех же условий по формуле (3).

Как видно из таблиц 1 и 2, данные расчета по формуле (3) достаточно удовлетворительно совпадают с данными расчета, выполненного на основании метода элементарных балансов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бойков Г. П. Прогрев тел конечных размеров под действием лучистого тепла (сообщение первое и второе), Изв. ТПИ, том 101, 1958.