

ГЕНЕРАТОР СИНУСОИДАЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ НА ПОЛУУПРАВЛЯЕМЫХ ВЕНТИЛЯХ ДЛЯ ПИТАНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТОВ УСКОРИТЕЛЕЙ

В. М. ОСИПОВ, М. В. КИМ, Ю. П. ЯРУШКИН

(Представлена научным семинаром кафедры промышленной электроники)

При питании бетатрона синусоидальным током промышленной или повышенной частоты используется резонансная схема питания обмоток. Благодаря этому источник питания компенсирует лишь потери энергии в контуре. Так как добротность резонансного контура сравнительно высока, то возбуждение схемы на повышенной частоте возможно импульсным вводом энергии в колебательный контур.

В приведенной схеме колебательный контур включен последовательно с тиратроном, который играет роль ключа (рис. 1).

Особенностью данной схемы является использование в качестве коммутирующего элемента полууправляемого прибора. Это требует соблюдения некоторых условий для работы схемы.

Во-первых, момент зажигания тиратрона должен быть в определенной фазе с напряжением на контуре, во-вторых, длительность ввода энергии должна быть таковой, чтобы компенсировать потери в контуре, в-третьих, элементы схемы C_d и L_d должны обеспечивать гашение тиратрона.

Эти условия можно выбрать такими, что ввод энергии будет осуществляться либо каждый период, либо через несколько периодов. В последнем случае получим генератор затухающих колебаний, который может быть использован в тех случаях, когда не имеет значения пульсация переменного напряжения.

Рассмотрим, каковы условия возбуждения незатухающих колебаний в контуре генератора, представленного на рис. 1.

Переходя к эквивалентной схеме колебательного контура и тиратрона в установившемся режиме, получим схему, изображенную на рис. 2.

Пусть конденсатор C заряжен от источника постоянного напряжения до значения U_0 . При замыкании K_2 в контуре возникнут затухающие колебания тока и напряжения на емкости $\left(r_2 < r_{кр} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}\right)$.

Процесс характеризуется следующими выражениями:

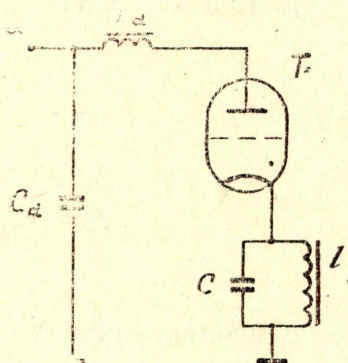


Рис. 1

$$U_C(t) = \frac{U_0}{\omega_0 \sqrt{LC}} \sin(\omega_0 t + \beta_0) e^{-\alpha t}; \quad (1)$$

$$i(t) = C \frac{dU_C}{dt} = -\frac{U_0}{\omega_0 L} e^{-\alpha t} \sin \omega_0 t;$$

где $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \alpha^2}; \alpha = \frac{r_2}{2L}; \sin \beta_0 = \omega_0 \sqrt{LC};$

В некоторый момент времени t_1 с помощью ключа κ_1 контур подключается к источнику постоянного напряжения U_0 . Конденсатор подзаряжается до значения U_0 , после чего ключ κ_1 размыкается и цикл повторяется. Следующее включение ключа произойдет в момент $t = t_1 + t_2$, где t_2 — момент размыкания κ_1 (от начала отсчета времени).

Манипуляции с ключом κ_1 эквивалентны по своему действию источнику импульсного напряжения, вырабатывающего прямоугольные импульсы высотой U_0 и длительностью $\tau = t_2 - t_1$. Импульсы следуют друг за другом с частотой собственных колебаний контура. Примерная

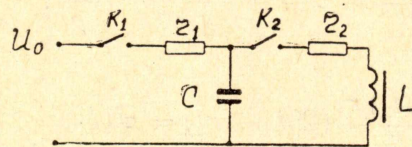


Рис. 2

диаграмма импульсов напряжения и тока на входе цепи показана на рис. 3. Будем предполагать, что в период действия импульсов внутреннее сопротивление источника равно нулю, а в промежутках между импульсами — бесконечности.

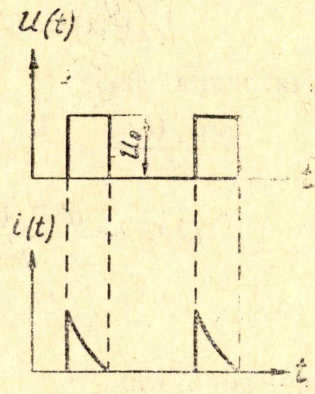


Рис. 3

Выясним, при каких условиях возможен описанный режим работы цепи. Иначе говоря, выясним, при каких условиях возможно возбуждение незатухающих колебаний в контуре.

Поскольку интересующий нас режим работы цепи начинается с момента включения ключа κ_1 (момент t_1), целесообразно принять его за начало отсчета времени τ .

Итак, пусть в момент $\tau = 0$ или $t = t_1$ контур включается на напряжение U_0 , которое действует до тех пор, пока напряжение на емкости не достигнет U_0 , а ток в контуре не станет равным нулю. В этот момент ($\tau = t_2$) действие напряжения прекращается и в контуре возникает свободный режим, определяемый выражением (1). В интервале $0 < \tau \leq t_2$ процесс в контуре будет по-прежнему иметь колебательный характер, однако параметры его будут другими. Очевидно,

$$U_C = \frac{U_0 r_2}{r_1 + r_2} + (A_1 \sin \Omega \tau + A_2 \cos \Omega \tau) e^{-\beta \tau}. \quad (2)$$

Решение (2) дает

$$U_C(\tau) = \frac{U_0 r_2}{r_1 + r_2} + \left\{ \frac{[U_0 - U_C(t_1)](\beta L - r_2) - i(t_1) r_1 (2\beta L - r_2) + \frac{U_0 r_1}{r_1 + r_2} \beta L}{\Omega L} \sin \Omega \tau + \left[U_C(t_1) - \frac{U_0 r_2}{r_1 + r_2} \right] \cos \Omega \tau \right\} e^{-\beta \tau}; \quad (3)$$

Согласно условию задачи необходимо обеспечить следующие равенства

$$U_c(t_2) = U_0, \quad (4)$$

$$\left. \frac{dU_c(\tau)}{d\tau} \right|_{\tau=t_2} = 0.$$

Эти условия означают, что в момент $\tau = t_2$ цепь находится в исходном состоянии: напряжение на емкости равно U_0 , а токи во всех ветвях отсутствуют. Последнее следует из соотношения (3). Из условий (4) найдем длительность импульса напряжения $\tau_n = t_2 - t_1$ и величину сопротивления. Непосредственное использование для этой цели точного выражения (3) делает невозможным аналитическое решение задачи и серьезно затрудняет анализ. Целесообразно поэтому, допуская некоторую погрешность, заменить точное выражение (3) приближенным, но более простым.

Разложим выражение (3) в степенной ряд при $\tau = 0$ (т. е. $t = t_1$) и возьмем первых 3 члена, т. е.

$$U_c(t_1\tau) \approx U_c(t_1) + \frac{dU_c(t_1\tau)}{d\tau} \tau + \frac{d^2U_c(t_1\tau)}{d\tau^2} \cdot \frac{\tau^2}{2}.$$

Вычисления дают

$$\begin{aligned} \frac{dU_c(t_1\tau)}{d\tau} &= \frac{U_0 - U_c(t_1) - i(t_1)r_1}{L} (2\beta L - r_2) = \varphi(t_1), \\ -f(t_1) &= \frac{d^2U_c(t_1\tau)}{d\tau^2} = -\left\{ (\Omega^2 + \beta^2) \left[U_c(t_1) - \frac{U_0 r_2}{r_1 + r_2} \right] + \right. \\ &\quad \left. + \frac{U_0 - U_c(t_1) - i(t_1)r_1}{L} 2\beta (2\beta L - r_2) \right\}. \end{aligned} \quad (5)$$

Таким образом,

$$U_c(t_1\tau) \approx U_c(t_1) + \varphi(t_1) \tau - f(t_1) \frac{\tau^2}{2}.$$

Условия (5) дают

$$\left. \frac{dU_c(t_1\tau)}{d\tau} \right|_{\tau=t_2} = 0 = \varphi(t_1) - f(t_1) t_2,$$

откуда длительность импульса $\tau_n = t_2 - t_1$ будет равна

$$\tau_n = \frac{\varphi(t_1)}{f(t_1)} = F(t_1),$$

т. е. длительность импульса зависит от момента включения. Далее имеем

$$U_c(t_1 t_2) = U_0 = U_c(t_1) + \frac{\varphi(t_1)^2}{2f(t_1)}, \quad (6)$$

откуда

$$f(t_1) = \frac{\varphi(t_1)^2}{2[U_0 - U_c(t_1)]}.$$

Окончательно имеем

$$\begin{aligned} U_c(t_1\tau) &\approx U_c(t_1) + \varphi(t_1) \tau - \frac{\varphi^2(t_1)}{2[U_0 - U_c(t_1)]} \cdot \frac{\tau^2}{2}, \\ \tau_n &= \frac{2[U_0 - U_c(t_1)]}{\varphi(t_1)}. \end{aligned} \quad (7)$$

Найдем величину сопротивления r_1 , обеспечивающую выполнение условий (4). Введем величину x , связанную с r_1 соотношением $\frac{L}{r_1 C} = x$ или $r_1 = \frac{L}{xC}$. Имея в виду, что

$$\begin{aligned} 2\beta L - r_2 &= \frac{r_1 r_2 C + L}{r_1 C} - r_2 = \frac{L}{r_1 C} = x, \\ L(\Omega^2 + \beta^2) &= \frac{(r_1 + r_2)}{r_1 C} = \frac{1}{C} + \frac{r_2}{L} x, \\ 2\beta(2\beta L - r_2) &= \frac{r_2}{L} x + \frac{1}{L} x^2, \end{aligned} \quad (8)$$

получим

$$\begin{aligned} \varphi(t_1) &= \frac{[U_0 - U_c(t_1)]x - i(t_1)\frac{L}{C}}{L}, \\ f(t_1) &= \frac{1}{L} \left\{ \frac{1}{C} U_c(t_1) + [U_0 - U_c(t_1)] \frac{x^2}{L} - i(t_1) \frac{1}{C} (r_1 + x) \right\}. \end{aligned} \quad (9)$$

Из уравнения 6 находим

$$U_0 - U_c(t_1) = \frac{[U_0 - U_c(t_1)]^2 x^2 - [U_0 - U_c(t_1)] i(t_1) \frac{2L}{C} x + i(t_1)^2 \left(\frac{L}{C}\right)^2}{\frac{2L}{C} U_c(t_1) + [U_0 - U_c(t_1)] 2x^2 - i(t_1) \frac{2L}{C} (r_2 + x)},$$

откуда

$$x(t_1) = \frac{\sqrt{i^2(t_1) \left(\frac{L}{C}\right)^2 - \frac{2L}{C} [U_c(t_1) - i(t_1)r_2] [U_0 - U_c(t_1)]}}{U_0 - U_c(t_1)}. \quad (10)$$

Таким образом, величина сопротивления x (или r_1), обеспечивающая нужный режим работы, зависит от момента включения источника. Для реальной цепи, очевидно, x есть существенная положительная величина, однако вид функциональной зависимости $x(t_1)$ дает основание утверждать появление чисто мнимых значений x . Последнее свидетельствует о невозможности возбуждения незатухающих колебаний в контуре при данном значении t_1 .

Обратимся к анализу этого вопроса.

Из уравнения (9) находим

$$x(t_1) = \frac{\frac{L}{C} [C\varphi(t_1) + i(t_1)]}{U_0 - U_c(t_1)}. \quad (11)$$

Совместное решение (9) и (10) дает

$$\varphi(t_1) = -i(t_1) \frac{1}{C} + \sqrt{i^2(t_1) \frac{1}{C^2} - \frac{2}{LC} [U_c(t_1) - i(t_1)r_2] [U_0 - U_c(t_1)]} \quad (12)$$

Средняя мощность, отдаваемая источником за время действия импульса, будет равна

$$P_{cp} = \frac{1}{t_2} \int_0^{t_2} U_0 i_0(\tau) d\tau = \frac{U_0}{t_2} \int_0^{t_2} \frac{U_0 - U_c(t_1\tau)}{r_1} d\tau =$$

$$= U_0^2 \frac{C}{L} x(t_1) - \frac{U_0}{t_2} \frac{C}{L} x(t_1) \int_0^{t_2} U_c(t_1 \tau) d\tau.$$

Учитывая (7), получим

$$\begin{aligned} P_{cp} &= U_0^2 \frac{C}{L} x(t_1) - U_0 \frac{C}{L} x(t_1) \left[U_c(t_1) \frac{1}{3} + \frac{2}{3} U_0 \right] = \\ &= \frac{1}{3} U_0 \frac{C}{L} x(t_1) [U_0 - U_c(t_1)]. \end{aligned}$$

С учетом (1) окончательно будем иметь

$$P_{cp} = \frac{1}{3} U_0 [C\varphi(t_1) + i(t_1)]$$

или

$$P_{cp} = \frac{U_0}{3} \sqrt{i^2(t_1) - 2 \frac{C}{L} [U_c(t_1) - i(t_1) r_2] [U_0 - U_c(t_1)]}. \quad (13)$$

Поскольку нули и полюса, а также точки экстремумов функции $P_{cp}(t_1)$ и $P_{cp}^2(t)$ совпадают, будем рассматривать функцию

$$P_{cp}^2(t_1) = \left(\frac{U_0}{3} \right)^2 \left\{ i^2 \left(t_1 - 2 \frac{C}{L} [U_c(t_1) - i(t_1) r_2] [U_0 - U_c(t_1)] \right) \right\}. \quad (14)$$

После преобразований получим

$$\begin{aligned} P_{cp}^2 &= \frac{U_0^4}{18(\omega_0 L)^2} \left\{ 3 + \cos 2\omega_0 t_1 - 3 \frac{C}{L} r_2^2 \cos 2\omega_0 t_1 + 4\omega_0 C r_2 \sin 2\omega_0 t_1 + \right. \\ &\quad \left. + \frac{C}{L} r_2^2 \right\} e^{-2\alpha t_1} - \frac{U_0^4}{9} 2 \frac{C}{L} \left[\frac{3}{2} \frac{r_2}{\omega_0 L} \sin \omega_0 t_1 + \cos \omega_0 t_1 \right] e^{-\alpha t_1}. \end{aligned}$$

Учитывая, что при частотах порядка 1000 гц и более

$$\frac{r_2}{\omega_0 L} \ll 1; \quad \frac{C}{L} r_2^2 \ll 1; \quad \omega_0 C r_2 \ll 1;$$

с большой степенью точности получим

$$P_{cp}^2(t_1) \approx \frac{U_0^4}{18(\omega_0 L)^2} [3 + \cos 2\omega_0 t_1] e^{-2\alpha t_1} - \frac{U_0^4}{9} 2 \frac{C}{L} \cos \omega_0 t_1 e^{-\alpha t_1}.$$

Найдем интервалы значений t_1 , при которых $P_{cp}^2(t_1) < 0$ и, следовательно, возбуждение колебаний невозможно. Нули функции $P_{cp}^2(t_1)$ найдутся из уравнения $P_{cp}^2(t_1) = 0$. Оно имеет вид

$$\frac{1}{2(\omega_0 L)^2} [3 + \cos 2\omega_0 t_1] e^{-2\alpha t_1} = 2 \frac{C}{L} \cos \omega_0 t_1 e^{-\alpha t_1}$$

или, учитывая, что

$$\cos 2\omega_0 t_1 = 2 \cos^2 \omega_0 t_1 - 1$$

и что при рассматриваемых частотах с большой точностью можно считать $\omega_0 \approx \frac{1}{\sqrt{LC}}$, получим более простое уравнение

$$(1 + \cos^2 \omega_0 t_1) e^{-\alpha t_1} = 2 \cos \omega_0 t_1$$

или

$$\varphi e^{-\alpha t_1} = \frac{2 \cos \omega_0 t_1}{1 + \cos^2 \omega_0 t_1}.$$

Это уравнение может быть решено графически. Примерный вид построений показан на рис. 4. Интервал значений $t_{11} < t_1 < t_{12}$ — зона отрицательных $P_{\text{ср}}^2(t_1)$. В этой зоне возбуждение незатухающих колебаний невозможно.

Примерный вид зависимости $P_{\text{ср}}^2(t_1)$ показан на рис. 4. Кривая имеет максимум. Найдем значение t_{1m} , при котором этот максимум наблюдается.

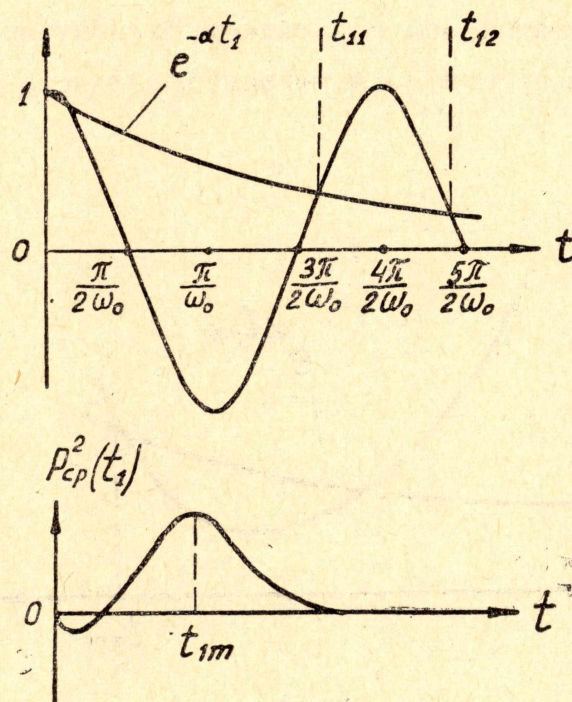


Рис. 4

$$\frac{d[P_{\text{ср}}^2(t_1)]}{dt_1} = \frac{U_0^4}{9} \frac{C}{L} \{-2 \cos \omega_0 t_1 \sin \omega_0 t_1 e^{-2\alpha t_1} - 2\alpha (1 + \cos^2 \omega_0 t_1) e^{-2\alpha t_1} +$$

$$+ 2\omega_0 \sin \omega_0 t_1 e^{-\alpha t_1} + 2\alpha \cos \omega_0 t_1 e^{-\alpha t_1}\} = 0$$

или

$$e^{-\alpha t_{1m}} = \frac{\omega_0 \sin \omega_0 t_{1m} + \alpha \cos \omega_0 t_{1m}}{\omega_0 \cos \omega_0 t_{1m} \sin \omega_0 t_{1m} + \alpha (1 + \cos^2 \omega_0 t_{1m})}.$$

Это уравнение можно переписать иначе:

$$e^{\alpha t_{1m}} = \frac{\cos \omega_0 t_{1m} (\omega_0 \sin \omega_0 t_{1m} + \alpha \cos \omega_0 t_{1m}) + \alpha}{\omega_0 \sin \omega_0 t_{1m} + \alpha \cos \omega_0 t_{1m}} =$$

$$= \cos \omega_0 t_{1m} + \frac{\alpha}{\omega_0 \sin \omega_0 t_{1m} + \alpha \cos \omega_0 t_{1m}}.$$

Поскольку $\alpha \ll \omega_0$, приближенно имеем

$$e^{\alpha t_{1m}} = \cos \omega_0 t_{1m} + \frac{\alpha}{\omega_0 \sin \omega_0 t_{1m}}.$$

Графическое решение этого уравнения представлено на рис. 5, откуда видно, что максимум достигается при t_{1m} . Если считать, что $t_{1m} \approx \frac{\pi}{\omega_0}$, то величина самого максимума будет равна

$$P_{cp}^2 \approx -\frac{2U_0^4}{9} \frac{C}{L} \left[e^{-2\alpha \frac{\pi}{\omega_0}} + e^{-\alpha \frac{\pi}{\omega_0}} \right].$$

Рабочее значение момента включения источника t_1 следует выбирать вблизи запретной зоны, например, в точке $t_1 = \frac{3\pi}{2\omega_0}$, когда P_{cp} невелико.

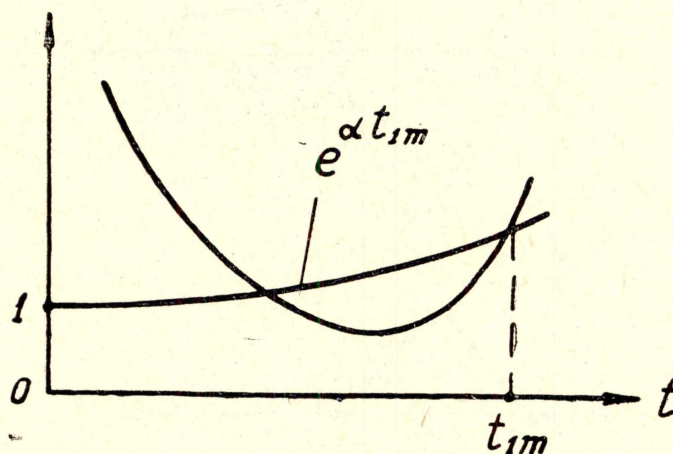


Рис. 5

$$P_{cрт_1} = \frac{U_0^2}{3} \sqrt{\frac{C}{L}} e^{-\alpha \frac{3\pi}{2\omega_0}}.$$

В этом случае имеем

$$U_c(t_1) = -\frac{U_0 \alpha}{\omega_0} e^{-\alpha \frac{3\pi}{2\omega_0}},$$

$$i(t_1) = \frac{U_0}{\omega_0 L} e^{-\alpha \frac{3\pi}{2\omega_0}}.$$

Из (13) находим

$$\varphi(t_1) = \frac{\frac{3P_{cp}}{U_0} - i(t_1)}{C} = \frac{U_0 \sqrt{\frac{C}{L}} + \frac{U_0}{\omega_0 L}}{C} e^{-\alpha \frac{3\pi}{2\omega_0}}.$$

Если принять $\omega_0 \approx \frac{1}{\sqrt{LC}}$, то $\omega_0 L = \sqrt{\frac{L}{C}}$ и

$$\varphi\left(\frac{3\pi}{2\omega_0}\right) = 2 \frac{U_0}{\sqrt{LC}} e^{-\alpha \frac{3\pi}{2\omega_0}}.$$

Длительность импульса в этом случае будет равна

$$\tau_n = t_2 = \frac{2[U_0 - U_c(t_1)]}{\varphi(t_1)} = \sqrt{LC} \left[1 + \frac{\alpha}{\omega_0} e^{-\alpha \frac{3\pi}{2\omega_0}} \right] e^{\alpha \frac{3\pi}{2\omega_0}}.$$

Найдем, наконец, величину x . Из (11) и (13) следует

$$x(t_1) = \frac{\frac{L}{C} \cdot \frac{3P_{cp}}{U_0}}{U_0 - U_c(t_1)} = \frac{\sqrt{\frac{L}{C}} e^{-\alpha \frac{3\pi}{2\omega_0}}}{1 + \frac{\alpha}{\omega_0} e^{-\alpha \frac{3\pi}{2\omega_0}}}.$$

Выводы

1. Импульсное возбуждение незатухающих колебаний в рассматриваемом контуре возможно при условии обеспечения соответствующей синхронизации между возбуждающими импульсами и колебаниями в контуре.

2. Существуют зоны времени, при попадании в которые возбуждающих импульсов незатухающий колебательный процесс невозможен.

3. Величина сопротивления r_1 существенно зависит от момента подачи возбуждающего импульса. В запретной зоне оно оказывается мнимым.

4. С точки зрения величины мощности, поступившей в цепь от возбуждающего источника, целесообразно производить включение в момент времени, близкий к значению $\frac{3\pi}{2\omega_0}$. Длительность импульса существенно зависит от этого момента.