

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛООБМЕННИКОВ

П. А. АНДРИЯНОВ, А. Ф. ФЕДОРОВ

(Представлена кафедрой машин и аппаратов химических производств)

Переходные процессы в целом ряде теплообменных аппаратов, характеризующихся постоянством теплового воздействия по длине (рис. 1), могут быть описаны дифференциальными уравнениями с частными производными второго порядка:

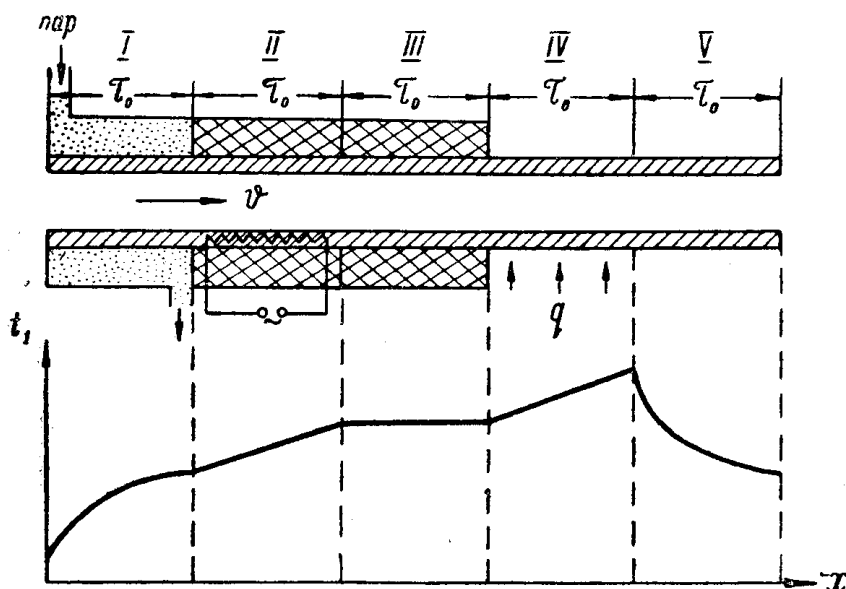


Рис. 1. Схемы теплообменных аппаратов и установившееся распределение температуры по длине.

- I — теплообменник с постоянной по x температурой греющего теплоносителя;
- II — теплообменник с постоянным по x тепловым потоком, выделяющимся в изолированной стенке;
- III — изолированный трубопровод;
- IV — теплообменник с постоянным по x тепловым потоком, поступающим от греющего теплоносителя;
- V — неизолированный трубопровод

а) для теплообменников с постоянной по x температурой греющего теплоносителя

$$T_{12} T_{23} v \frac{\partial^2 \Delta t_1}{\partial \tau \partial x} + (T_{21} + T_{23}) \frac{T_{12}}{T_{21}} v \frac{\partial \Delta t_1}{\partial x} + T_{12} T_{23} \frac{\partial^2 \Delta t_1}{\partial \tau^2} +$$

$$+ \left(T_{12} + \frac{T_{12} T_{23}}{T_{21}} + T_{23} \right) \frac{\partial \Delta t_1}{\partial \tau} + \Delta t_1 = \Delta t_3 - \kappa_1 \left(1 - n + \frac{T_{23}}{T_{21}} \right) \Delta D - \\ - (1 - n) \kappa_1 T_{23} \frac{\partial \Delta D}{\partial \tau}; \quad (1)$$

б) для теплообменников с постоянным по x тепловым потоком

$$T_{12} T_{21} v \frac{\partial^2 \Delta t_1}{\partial \tau \partial x} + T_{12} v \frac{\partial \Delta t_1}{\partial x} + T_{12} T_{21} \frac{\partial^2 \Delta t_1}{\partial \tau^2} + (T_{12} + T_{21}) \frac{\partial \Delta t_1}{\partial \tau} = \\ = \kappa_2 \Delta q - \kappa_1 \Delta D - (1 - n) T_{21} \kappa_1 \frac{\partial \Delta D}{\partial \tau}, \quad (2)$$

где

$$T_{12} = \frac{c_1 \gamma_1 V_1}{\alpha_{21} F_{21}}; \quad T_{21} = \frac{c_2 G_2}{\alpha_{21} F_{21}}; \quad T_{23} = \frac{c_2 G_2}{\alpha_{32} E_{32}}; \\ \kappa_1 = \frac{t_{20} - t_{10}}{D_0} T_{12} v; \quad \kappa_2 = \frac{1}{\alpha_{21}}.$$

После применения преобразования Лапласа к уравнениям (1) и (2) передаточные функции по каналам возмущения можно представить в следующей форме:

а) из уравнения (1)

$$W_1(p) = \frac{\Delta t_1(p)}{\Delta t_0(p)} = \exp\left(-\frac{\tau_0}{T_{12}}\right) \exp(-\tau_0 p) \exp\left(\frac{\lambda}{p + \beta}\right); \quad (3)$$

$$W_2(p) = \frac{\Delta t_1(p)}{\Delta t_3(p)} = \frac{1}{(T' p + 1)(T'' p + 1)} [1 - W_1(p)]; \quad (4)$$

$$W_3(p) = \frac{\Delta t(p)}{\Delta D(p)} = -\kappa_1 \left[1 - n + \frac{T_{23}}{T_{21}} \right] + (1 - n) T_{23} p W_2(p); \quad (5)$$

б) из уравнения (2)

$$W_4(p) = \frac{\Delta t_1(p)}{\Delta t_0(p)} = \exp\left(-\frac{\tau_0}{T_{12}}\right) \exp(-\tau_0 p) \exp\left(\frac{\lambda}{p + \beta}\right); \quad (6)$$

$$W_5(p) = \frac{\Delta t_1(p)}{\Delta q(p)} = \frac{\kappa_2}{p(T_{12} T_{21} p + T_{12} + T_{21})} [1 - W_4(p)]; \quad (7)$$

$$W_6(p) = \frac{\Delta t_1(p)}{\Delta D(p)} = -\frac{\kappa_1}{\kappa_2} [1 + (1 - n) T_{21} p] W_5(p). \quad (8)$$

Для получения переходных характеристик необходимо к выражениям (3)–(8) применить еще раз обратное преобразование Лапласа по τ . После некоторых преобразований получим:

по каналу $\Delta t_0 - \Delta t_1$

$$\Delta t_1 = \begin{cases} 0 & \dots & 0 < \tau < \tau_0 \\ \exp\left(-\frac{\tau_0}{T_{12}}\right) \left\{ \varphi_0(\tau - \tau_0) + \int_0^{\tau - \tau_0} \varphi_0(\tau - \tau_0 - z) \times \right. \\ \times \exp(-\beta z) \sum_{\kappa=0}^{\infty} \frac{\lambda^{\kappa+1} z^{\kappa}}{\kappa! (\kappa+1)!} dz \left. \right\} & \dots & \tau_0 < \tau < \infty, \end{cases} \quad (9)$$

где

$\varphi_0(\tau - \tau_0)$ и $\varphi_0(\tau - \tau_0 - z)$ — есть реакция сосредоточенной математической модели с передаточной функцией;

$W_0(p) = 1$ на соответствующее возмущение, сдвинутая по времени на величину τ_0 или $\tau_0 + z$;

$$\lambda = \frac{\tau_0}{T_{12} T_{21}};$$

$$\beta = \frac{T_{21} + T_{23}}{T_{21} T_{23}} \text{ — для случая „a“;}$$

$$\beta = \frac{1}{T_{21}} \text{ — для случая „б“;}$$

по каналам $\Delta t_3 - \Delta t_1$, $\Delta q - \Delta t_1$, $\Delta D - \Delta t_1$

$$\Delta t_1 = \begin{cases} \varphi_c(\tau) \dots \dots \dots 0 < \tau < \tau_0 \\ \varphi_c(\tau) - \exp\left(-\frac{\tau_0}{T_{12}}\right) \left\{ \varphi_c(\tau - \tau_0) + \right. \\ \left. + \int_0^{\tau - \tau_0} \varphi_c(\tau - \tau_0 - z) \exp(-\beta z) \sum_{\kappa=0}^{\infty} \frac{\lambda^{\kappa+1} z^{\kappa}}{\kappa! (\kappa+1)!} dz \right\} \dots \tau_0 < \tau < \infty, \end{cases} \quad (10)$$

где $\varphi_c(\tau)$ — есть реакция соответствующей сосредоточенной математической модели

$$W_{c1}(p) = \frac{1}{(T'p + 1)(T''p + 1)}; \quad (11)$$

$$W_{c2}(p) = - \frac{\kappa_1 \left[1 - n + \frac{T_{23}}{T_{21}} + (1 - n) T_{23} p \right]}{(T'p + 1)(T''p + 1)}; \quad (12)$$

$$W_{c3}(p) = \frac{\kappa_2}{p(T_{12} T_{21} p + T_{12} + T_{21})}; \quad (13)$$

$$W_{c4}(p) = - \frac{\kappa_1 [1 + (1 - n) T_{21} p]}{p(T_{12} T_{21} p + T_{12} + T_{21})} \quad (14)$$

на заданное возмущение, которую можно получить достаточно просто.

Таким образом, выражения (9) и (10) являются общими для любых рассматриваемых теплообменников при любых заданных возмущениях и удобны для расчета на ЭЦВМ.

Переходные характеристики более просто можно получить с помощью аналоговых вычислительных машин, так как передаточные функции по каналам возмущения состоят из передаточных функций элементарных звеньев.

На рис. 2 представлена схема набора выражений (3) — (8) на АВМ.

Схемы моделирования для случаев «а» и «б» отличаются только схемами моделирования сосредоточенной модели. Наибольшую трудность представляет моделирование выражения (3), содержащего функцию:

$$\exp \frac{\lambda}{p + \beta}. \quad (15)$$

В [1] функция (15) разлагается в ряд Тейлора. Такой способ целесообразно применять при $\frac{\lambda}{\beta} < 3$, так как число членов разложения при $\lambda/\beta > 3$ резко возрастает.

В [2] выражения (9) и (10) аппроксимируются дробно-рациональными функциями, которые затем набираются на машине. При этом нарушается структура передаточных функций по каналам $\Delta t_3 - \Delta t_1$, $\Delta q - \Delta t_1$ и $\Delta D - \Delta t_1$, что искажает физическую картину процесса нестационарного теплообмена. Этого можно избежать, если аппроксимировать только характеристику (9) и подставить в (4), (5), (7), (8).

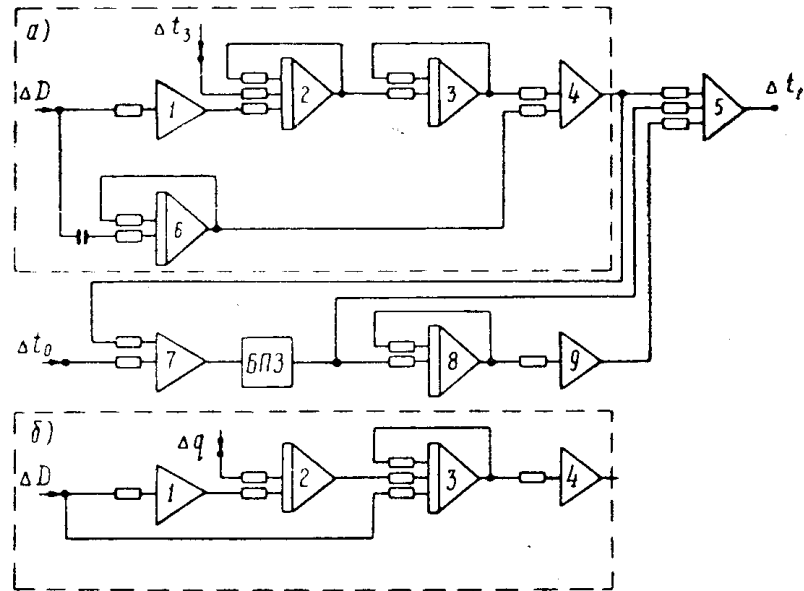


Рис. 2. Схема набора математической модели теплообменника на аналоговой вычислительной машине.

- а) схема набора сосредоточенной модели уравнений (4) и (5);
б) схема набора сосредоточенной модели уравнений (7) и (8)

Из [2] и [3] следует, что при $\lambda/\beta < 2$ переходная характеристика по каналу $\Delta t_0 - \Delta t_1$ мало отличается от экспоненты в интервале $\tau_0 < \tau < \infty$.

Тогда функцию (15) можно представить в виде

$$\exp \frac{\lambda}{p + \beta} = 1 + \frac{\lambda_1}{p + \beta}, \quad (16)$$

где

$$\lambda_1 = \beta \left[\exp \left(\frac{\lambda}{\beta} \right) - 1 \right].$$

При $\lambda/\beta > 2$ теплообменник необходимо разбить на n участков с $\lambda/\beta \leq 2$, тогда модель выражения (15) будет состоять из n последовательно соединенных функций (16). На рис. 2 показаны схемы моделирования теплообменников при $\lambda/\beta = 2$.

Предлагаемые способы моделирования позволяют получать точные значения переходных характеристик на начальном участке $0 < \tau < \tau_0$, что особенно важно при исследовании систем регулирования; получать модели при минимальном числе операционных усилителей; сох-

ранить структуру передаточных функций (4), (5), (7), (8), специфич-ных для объектов с распределенными параметрами.

Обозначения: c —теплоемкость; γ —плотность; G —масса; D —расход; F —поверхность теплообмена; τ_0 —время нахождения жидко-сти в процессе нагрева; v —скорость движения жидкости; x —текущая координата; τ —текущее время; t —температура; q —удельный тепло-вой поток, отнесенный к единице поверхности теплообмена; p —пе-ременная преобразования Лапласа; n —показатель степени в функции

$$\alpha = \alpha_0 \left(\frac{\Delta D}{D} \right)^n.$$

И н д е к с ы: 1 — нагреваемая жидкость; 2 — стенка; 3 — греющий теплоноситель.

ЛИТЕРАТУРА

1. П. А. Андриянов, И. М. Масленников. Математическое моделирование теплообменников как объектов регулирования с распределенными параметрами, ИФЖ, № 4, 1964.
 2. Б. П. Корольков. Аппроксимация трансцендентных передаточных функций теплообменников с независимым обогревом, Теплоэнергетика, № 7, 1966.
 3. В. И. Сенькин. Переходный процесс в трубопроводе при наличии тепловы-деления в стенке трубы, Труды ЦКТИ, Котлотурбостроение, № 45, 1964.
-