ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА им. С. М. КИРОВА

Том 183 1968

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛООБМЕННИКОВ

П. А. АНДРИЯНОВ, А. Ф. ФЕДОРОВ

(Представлена кафедрой машин и аппаратов химических производств)

Переходные процессы в целом ряде теплообменных аппаратов, характеризующихся постоянством теплового воздействия по длине (рис. 1), могут быть описаны дифференциальными уравнениями с частными производными второго порядка:

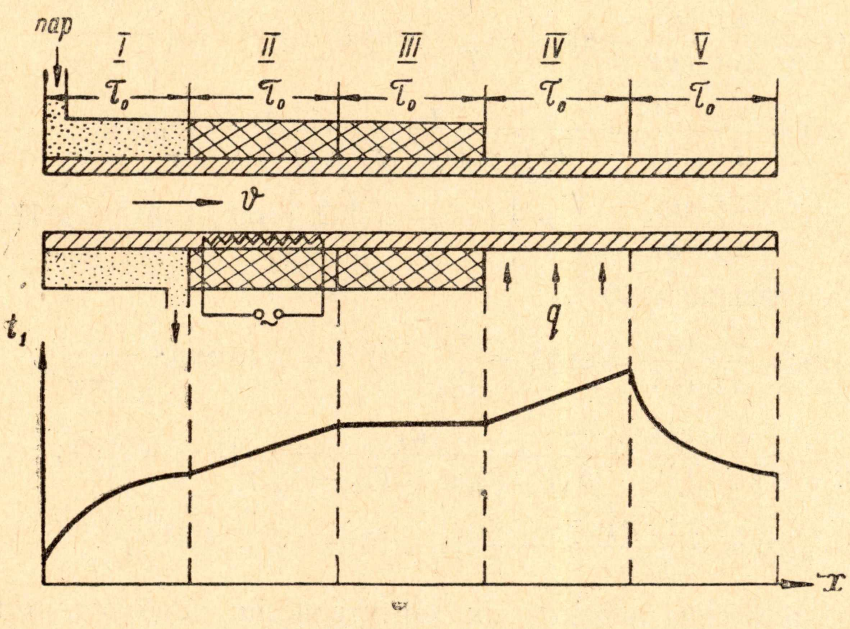

Рис. 1. Схемы теплообменных аппаратов и установившееся распределение температуры по длине.
I — теплообменник с постоянной по x температурой греющего теплоносителя;
II — теплообменник с постоянным по x тепловым потоком, выделяющемся в изолированной стенке;
III — изолированный трубопровод;
IV — теплообменник с постоянным по x тепловым потоком, поступающим от греющего теплоносителя;
V — неизолированный трубопровод

а) для теплообменников с постоянной по x температурой греющего теплоносителя

$$T_{12}\, T_{23}\, v \frac{\partial^2 \Delta t_1}{\partial\tau\, \partial x} + (T_{21} + T_{23}) \frac{T_{12}}{T_{21}}\; v \frac{\partial \Delta t_1}{\partial x} + T_{12}\, T_{23} \frac{\partial^2 \Delta t_1}{\partial \tau^2} +$$

$$+\left(T_{12}+\frac{T_{12}T_{23}}{T_{21}}+T_{23}\right)\frac{\partial\Delta t_1}{\partial\tau}+\Delta t_1=\Delta t_3-\kappa_1\left(1-n+\frac{T_{23}}{T_{21}}\right)\Delta D-$$

$$-(1-n)\kappa_1 T_{23}\frac{\partial\Delta D}{\partial\tau}; \qquad (1)$$

б) для теплообменников с постоянным по x тепловым потоком

$$T_{12}T_{21}v\frac{\partial^2\Delta t_1}{\partial\tau\partial x}+T_{12}v\frac{\partial\Delta t_1}{\partial x}+T_{12}T_{21}\frac{\partial^2\Delta t_1}{\partial\tau^2}+(T_{12}+T_{21})\frac{\partial\Delta t_1}{\partial\tau}=$$

$$=\kappa_2\Delta q-\kappa_1\Delta D-(1-n)T_{21}\kappa_1\frac{\partial\Delta D}{\partial\tau}, \qquad (2)$$

где

$$T_{12}=\frac{c_1\gamma_1 V_1}{\alpha_{21}F_{21}};\quad T_{21}=\frac{c_2 G_2}{\alpha_{21}F_{21}};\quad T_{23}=\frac{c_2 G_2}{\alpha_{32}E_{32}};$$

$$\kappa_1=\frac{t_{20}-t_{10}}{D_0}T_{12}v;\quad \kappa_2=\frac{1}{\alpha_{21}}.$$

После применения преобразования Лапласа к уравнениям (1) и (2) передаточные функции по каналам возмущения можно представить в следующей форме:

а) из уравнения (1)

$$W_1(p)=\frac{\Delta t_1(p)}{\Delta t_0(p)}=\exp\left(-\frac{\tau_0}{T_{12}}\right)\exp(-\tau_0 p)\exp\left(\frac{\lambda}{p+\beta}\right); \qquad (3)$$

$$W_2(p)=\frac{\Delta t_1(p)}{\Delta t_3(p)}=\frac{1}{(T'p+1)(T''p+1)}[1-W_1(p)]; \qquad (4)$$

$$W_3(p)=\frac{\Delta t\ (p)}{\Delta D(p)}=-\kappa_1\left[1-n+\frac{T_{23}}{T_{21}}\right]+(1-n)T_{23}p]W_2(p); \qquad (5)$$

б) из уравнения (2)

$$W_4(p)=\frac{\Delta t_1(p)}{\Delta t_0(p)}=\exp\left(-\frac{\tau_0}{T_{12}}\right)\exp(-\tau_0 p)\exp\left(\frac{\lambda}{p+\beta}\right); \qquad (6)$$

$$W_5(p)=\frac{\Delta t_1(p)}{\Delta q(p)}=\frac{\kappa_2}{p(T_{12}T_{21}p+T_{12}+T_{21})}[1-W_4(p)]; \qquad (7)$$

$$W_6(p)=\frac{\Delta t_1(p)}{\Delta D(p)}=-\frac{\kappa_1}{\kappa_2}[1+(1-n)T_{21}p]W_5(p). \qquad (8)$$

Для получения переходных характеристик необходимо к выражениям (3)—(8) применить еще раз обратное преобразование Лапласа по τ. После некоторых преобразований получим:

по каналу $\Delta t_0-\Delta t_1$

$$\Delta t_1=\begin{cases}0\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ 0<\tau<\tau_0\\ \exp\left(-\frac{\tau_0}{T_{12}}\right)\left\{\varphi_0(\tau-\tau_0)+\int\limits_0^{\tau-\tau}\varphi_0(\tau-\tau_0-z)\times\right.\\ \left.\times\exp(-\beta z)\sum\limits_{\kappa=0}^{\infty}\frac{\lambda^{\kappa+1}z^{\kappa}}{\kappa!(\kappa+1)!}dz\right\}\ .\ .\ .\ \tau_0<\tau<\infty,\end{cases} \qquad (9)$$

где

$\varphi_0(\tau-\tau_0)$ и $\varphi_0(\tau-\tau_0-z)$ — есть реакция сосредоточенной математической модели с передаточной функцией;

$W_0(p)=1$ на соответствующее возмущение, сдвинутая по времени на величину τ_0 или τ_0+z;

$$\lambda=\frac{\tau_0}{T_{12}T_{21}};$$

$$\beta=\frac{T_{21}+T_{23}}{T_{21}T_{23}} \text{ — для случая „}a\text{“};$$

$$\beta=\frac{1}{T_{21}} \text{ — для случая „}б\text{“};$$

по каналам $\Delta t_3-\Delta t_1$, $\Delta q-\Delta t_1$, $\Delta D-\Delta t_1$

$$\Delta t_1=\begin{cases}\varphi_c(\tau)\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;0<\tau<\tau_0\\ \varphi_c(\tau)-\exp\left(-\frac{\tau_0}{T_{12}}\right)\Big\{\varphi_c(\tau-\tau_0)+\end{cases}$$

$$+\int\limits_0^{\tau-\tau_0}\varphi_c(\tau-\tau_0-z)\exp(-\beta z)\sum_{\kappa=0}^{\infty}\frac{\lambda^{\kappa+1}z^{\kappa}}{\kappa!\,(\kappa+1)!}\,dz\Big\}\;.\;.\;.\;\tau_0<\tau<\infty, \tag{10}$$

где $\varphi_c(\tau)$ — есть реакция соответствующей сосредоточенной математической модели

$$W_{c1}(p)=\frac{1}{(T'p+1)(T''p+1)}; \tag{11}$$

$$W_{c2}(p)=-\frac{\kappa_1\left[1-n+\frac{T_{23}}{T_{21}}+(1-n)T_{23}p\right]}{(T'p+1)(T''p+1)}; \tag{12}$$

$$W_{c3}(p)=\frac{\kappa_2}{p(T_{12}T_{21}p+T_{12}+T_{21})}; \tag{13}$$

$$W_{c4}(p)=-\frac{\kappa_1[1+(1-n)T_{21}p]}{p(T_{12}T_{21}p+T_{12}+T_{21})} \tag{14}$$

на заданное возмущение, которую можно получить достаточно просто.

Таким образом, выражения (9) и (10) являются общими для любых рассматриваемых теплообменников при любых заданных возмущениях и удобны для расчета на ЭЦВМ.

Переходные характеристики более просто можно получить с помощью аналоговых вычислительных машин, так как передаточные функции по каналам возмущения состоят из передаточных функций элементарных звеньев.

На рис. 2 представлена схема набора выражений (3)—(8) на АВМ.

Схемы моделирования для случаев «a» и «$б$» отличаются только схемами моделирования сосредоточенной модели. Наибольшую трудность представляет моделирование выражения (3), содержащего функцию:

$$\exp\frac{\lambda}{p+\beta}. \tag{15}$$

В [1] функция (15) разлагается в ряд Тейлора. Такой способ целесообразно применять при $\frac{\lambda}{\beta} < 3$, так как число членов разложения при $\lambda/\beta > 3$ резко возрастает.

В [2] выражения (9) и (10) аппроксимируются дробно-рациональными функциями, которые затем набираются на машине. При этом нарушается структура передаточных функций по каналам $\Delta t_3 - \Delta t_1$, $\Delta q - \Delta t_1$ и $\Delta D - \Delta t_1$, что искажает физическую картину процесса нестационарного теплообмена. Этого можно избежать, если аппроксимировать только характеристику (9) и подставить в (4), (5), (7), (8).

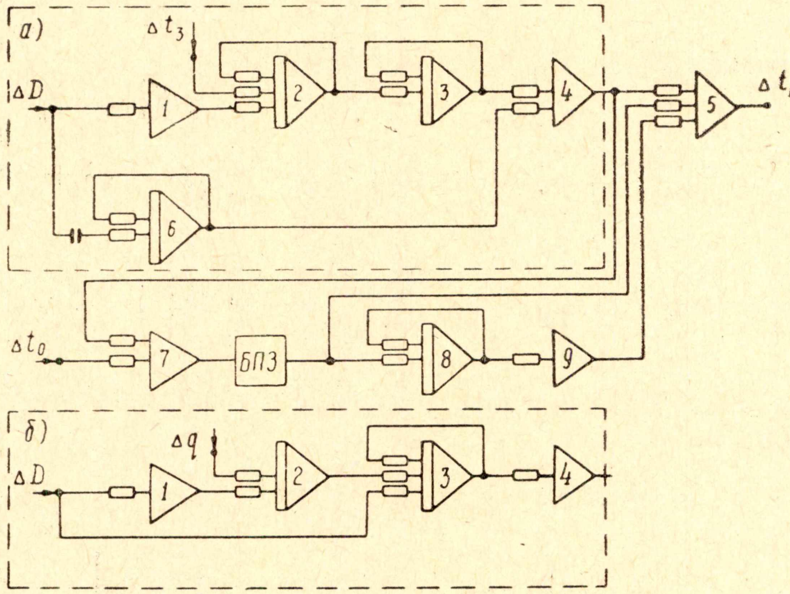

Рис. 2. Схема набора математической модели теплообменника на аналоговой вычислительной машине.
а) схема набора сосредоточенной модели уравнений (4) и (5);
б) схема набора сосредоточенной модели уравнений (7) и (8)

Из [2] и [3] следует, что при $\lambda/\beta < 2$ переходная характеристика по каналу $\Delta t_0 - \Delta t_1$ мало отличается от экспоненты в интервале $\tau_0 < \tau < \infty$.

Тогда функцию (15) можно представить в виде

$$\exp\frac{\lambda}{p+\beta} = 1 + \frac{\lambda_1}{p+\beta}, \tag{16}$$

где

$$\lambda_1 = \beta\left[\exp\left(\frac{\lambda}{\beta}\right) - 1\right].$$

При $\lambda/\beta > 2$ теплообменник необходимо разбить на n участков с $\lambda/\beta \leqslant 2$, тогда модель выражения (15) будет состоять из n последовательно соединенных функций (16). На рис. 2 показаны схемы моделирования теплообменников при $\lambda/\beta = 2$.

Предлагаемые способы моделирования позволяют получать точные значения переходных характеристик на начальном участке $0 < \tau < \tau_0$, что особенно важно при исследовании систем регулирования; получать модели при минимальном числе операционных усилителей; сохранить структуру передаточных функций (4), (5), (7), (8), специфичных для объектов с распределенными параметрами.

Обозначения: c—теплоемкость; γ—плотность; G—масса; D—расход; F—поверхность теплообмена; τ_0—время нахождения жидкости в процессе нагрева; v—скорость движения жидкости; x—текущая координата; τ—текущее время; t—температура; q—удельный тепловой поток, отнесенный к единице поверхности теплообмена; p—переменная преобразования Лапласа; n—показатель степени в функции $\alpha = \alpha_0 \left(\frac{\Delta D}{D} \right)^n$.

Индексы: 1 — нагреваемая жидкость; 2 — стенка; 3 — греющий теплоноситель.

ЛИТЕРАТУРА

1. П. А. Андриянов, И. М. Масленников. Математическое моделирование теплообменников как объектов регулирования с распределенными параметрами, ИФЖ, № 4, 1964.

2. Б. П. Корольков. Аппроксимация трансцендентных передаточных функций теплообменников с независимым обогревом, Теплоэнергетика, № 7, 1966.

3. В. И. Сенькин. Переходный процесс в трубопроводе при наличии тепловыделения в стенке трубы, Труды ЦКТИ, Котлотурбостроение, № 45, 1964.