

**УПРОЩЕННЫЙ МЕТОД ПОВЕРОЧНОГО РАСЧЕТА  
ИЗНОШЕННЫХ ЗУБЬЕВ НА ИЗГИБ**

**И. Ф. ДЕРЮГА, Ю. С. СЕМЕНОВ**

(Представлена научным семинаром кафедры прикладной механики)

В инженерной практике иногда возникает необходимость выполнить проверочный расчет на изгиб зубьев изношенной зубчатой передачи для того, чтобы оценить пригодность зубчатых колес к дальнейшей эксплуатации. Однако в настоящее время достаточно надежного и научно обоснованного метода расчета изношенного зубчатого зацепления не имеется.

В работах [1, 2, 3] учет износа зубьев при расчете зубьев на изгиб основан на предположении, что при износе геометрическая форма профиля зуба сохраняется: износ зуба происходит по всей его высоте; угол давления и сила нормального давления при износе постоянные; положение опасного сечения зуба по высоте неизменно. Исходя из этих предпосылок, уменьшение изгибной прочности зубьев при износе объясняется исключительно уменьшением размеров опасного сечения зуба у его основания (рис. 1,а). Ослабление опасного сечения зуба вследствие износа,

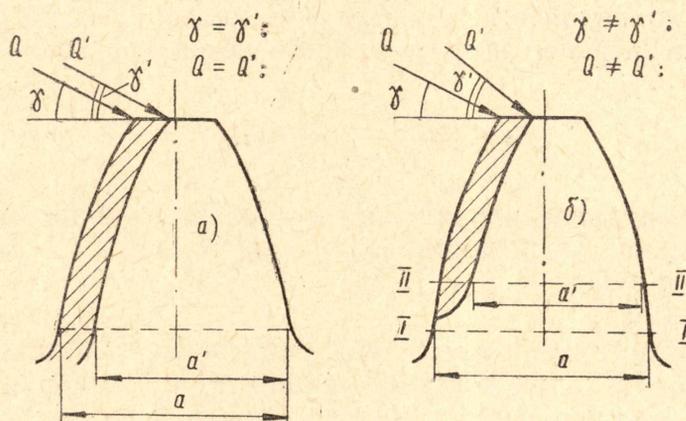


Рис. 1. Расчетные схемы изношенных зубьев: а — по существующему методу, б — по предлагаемому методу

а следовательно, и понижение изгибной прочности зуба учитывается коэффициентом износа  $K_u$ , который определяется следующим образом:

$$K_u = \frac{\sigma'}{\sigma} = \frac{W}{W'} = \left[ \frac{a}{a'} \right]^2, \quad (1)$$

где  $\sigma$ ,  $\sigma'$ ,  $W$ ,  $W'$ ,  $a$ ,  $a'$  — максимальное напряжение в опасном сечении, момент сопротивления опасного сечения и размер зуба в опасном сечении соответственно для нового (неизношенного) и изношенного зубьев.

Значения коэффициента износа  $K_u$  при относительном износе зубьев от 0% до 30%, изменяются в пределах от 1,0 до 2,0. Так, например, при относительном износе зубьев, соответствующем 15%, коэффициент  $K_u$  равен 1,38. Это означает, что по сравнению с новым (неизношенным) зубом у изношенного зуба величина максимального напряжения возрастает почти на 40%.

На основе экспериментов, проведенных в лаборатории кафедры прикладной механики Томского политехнического института [4, 5, 6], было установлено, что профиль изношенного зуба отличается от первоначального эвольвентного; что зуб изнашивается не по всей высоте; что угол давления и сила нормального давления при износе изменяются и что опасное сечение зуба при износе перемещается в сторону головки. Типичная форма изношенного профиля зуба показана на рис. 1, б.

Зубчатые колеса изнашивались на установках замкнутого и разомкнутого типа, как при постоянных, так и при переменных нагрузках, при различных окружных скоростях, при заполнении испытуемых редукторов как жидкой, так и густой смазкой, без наличия абразива в смазке и с наличием абразива.

Испытуемые зубчатые колеса эвольвентного профиля с нулевой коррекцией были изготовлены из различных материалов, с различной твердостью рабочих поверхностей зубьев и имели разные модули и разные числа зубьев.

Условия и режимы, при которых проводились испытания зубчатых колес, были самыми различными, что позволило сделать некоторые обобщающие выводы и достаточно обоснованно рассмотреть вопрос об оценке изгибной прочности изношенных зубьев.

Ниже излагается упрощенный метод поверочного расчета изношенных зубьев прямозубых цилиндрических колес на изгибную прочность, применительно к нереверсивным передачам.

Формула, на основе которой выполняется расчет новых (неизношенных) зубьев цилиндрических прямозубых колес на изгибную прочность, без учета концентрации нагрузки, динамических факторов и сил трения имеет вид

$$\sigma = \frac{P}{B \cdot m \cdot y_1} \leq [\sigma], \quad (2)$$

где  $\sigma$  — максимальное напряжение в опасном сечении зуба I—I;

$P$  — окружная (тангенциальная) сила на зуб;

$B$  — длина зуба;

$m$  — модуль;

$y_1$  — коэффициент формы зуба, подсчитанный для опасного сечения I—I, при нагрузке, приложенной в вершине зуба;

$[\sigma]$  — допускаемое напряжение материала зуба на изгиб при соответствующем цикле нагружения.

Значение коэффициента формы  $y_1$  для сечения I—I определяется по формуле

$$y_1 = \frac{1}{\frac{m}{\cos \alpha} \left[ \frac{6' \cos \gamma}{a^2} - \frac{\sin \gamma}{a} \right]}, \quad (3)$$

где:  $\alpha$  — угол зацепления,

$l$  — плечо изгибающего момента,

$\gamma$  — угол давления,  
 $a$  — размер зуба в опасном сечении.  
 Обозначим

$$\frac{1}{\frac{6l \cos \gamma}{a^2} \frac{\sin \gamma}{a}} = Y'_I \quad (4)$$

и назовем величину  $Y'_I$  геометрическим коэффициентом. Тогда из формулы (3) получим  $Y'_I = y'_I \cdot \frac{m}{\cos \alpha}$ .

На основе формулы (5) можно сделать вывод, что геометрический коэффициент  $Y'_I$  есть величина переменная, так как является функцией переменных величин  $l$ ,  $a$ ,  $\gamma$  и  $\alpha$ .

Испытания на статический излом моделей изношенных зубьев, выполненных из хрупкого алюминиевого сплава и из органического стекла, а также испытания изношенных натуральных зубчатых колес на пульсаторе позволили установить, что при износе зубьев свыше 20% разрушение (в первом случае моделей, а во втором — зубьев) происходит по сечению, проходящему через зону выкружки на изношенной части зуба. Это означает, что опасное сечение зуба при износе переместилось и заняло некоторое новое положение II—II (рис. 1, б). Вывод об изменении местоположения опасного сечения при износе вытекает также на основе анализа эпюр изменения напряжений по высоте зуба, построенных для зубьев с разной степенью износа [6]. Однако следует отметить, что, начиная с износа, примерно равного 20%, опасное сечение зуба, переместившись в новое положение, далее почти не изменяет своего местоположения вплоть до износа, равного примерно 30%. Для наших целей это изменение можно считать несущественным и поэтому им можно пренебречь.

Геометрический коэффициент нового (неизношенного) зуба, соответствующий сечению II—II обозначим через  $Y'_{II}$ . Тогда формула (1) для подсчета напряжений в сечениях I—I и II—II примет вид

$$\sigma_{I, II} = \frac{P}{B \cdot Y'_{I, II} \cos \alpha} \leq [\sigma]. \quad (6)$$

Применительно к изношенному зубу геометрический коэффициент, определяемый для сечений I—I и II—II, условимся обозначать через  $Y'_{uI}$  и  $Y'_{uII}$ .

Расчетным путем было установлено, что при износе зубьев от 0% до 20% коэффициент  $Y'_{uII}$  изменяется весьма незначительно (в среднем на 5%), поэтому можно полагать  $Y'_{uII} \approx \text{Const.}$  (На рис. 2 график изменения коэффициента  $Y'_{uII}$  изображен в виде прямой 1, параллельной оси абсцисс).

Полученные численные значения коэффициента  $Y'_{uII}$  позволяют далее построить график изменения этого коэффициента (кривая 2 на рис. 2).

Для упрощения дальнейших расчетов полученный график заменим двумя прямолинейными участками  $AB$  и  $BC$ . Погрешность от такой замены составит: на участке  $AB$ —5%, на участке  $BC$ —2%.

На основе графика  $Y'_{uII} = f(\Delta S_u)$  возможно получить следующие зависимости:

$$\begin{array}{l} \text{При } \Delta S_u = 0\% - 15\% \\ Y'_{uII} = Y'_{II} - 0,0013 \cdot \Delta S_u. \end{array} \quad (7)$$

$$\begin{array}{l} \text{При } \Delta S_u = 16\% - 30\% \\ Y'_{uII} = Y'_{II} - 0,00155 \cdot \Delta S_u. \end{array} \quad (8)$$

Для расчета изношенных зубьев без учета сил трения формула (6) примет вид

$$\sigma_{I, II} = \frac{P}{B \cdot Y'_{I, II} \cdot \cos \alpha} \leq [\sigma]. \quad (9)$$

Точка пересечения  $D$  графиков 1 и 2 (на рис. 2) соответствует случаю, когда  $Y'_{uI} = Y'_{uII}$ . Это означает, что при износе зубьев примерно до 17% величина максимального напряжения почти не изменяется и изгибная прочность зуба не претерпевает существенных изменений. Этот вывод подтверждается также экспериментами на прозрачных моделях изношенных зубьев, просвечиваемых поляризованным светом [6].

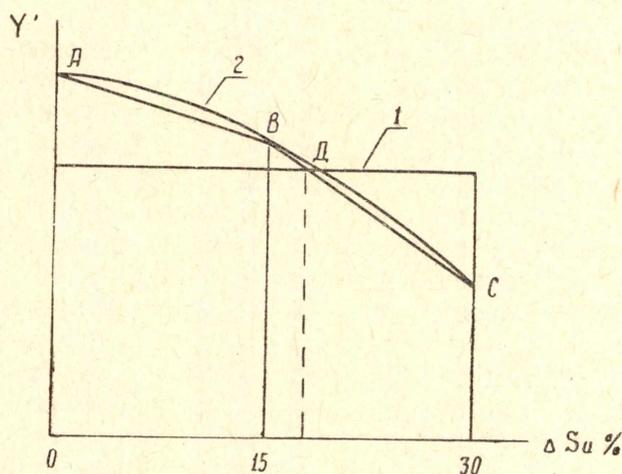


Рис. 2. Графики изменения геометрического коэффициента при износе

В некоторых случаях (например для открытых передач) силы трения могут становиться значительными и оказывать влияние на прочность зубьев. Известно, что силы трения в зацеплении оказывают неодинаковое влияние на прочность зубьев ведущих и ведомых колес. Сила трения на зуб ведущего колеса действует таким образом, что увеличивает изгибающий момент и, следовательно, ухудшает условия работы зуба. Для зубьев ведомого колеса наблюдается обратное. По этой причине при расчете изношенного зацепления с учетом сил трения необходимо оценивать изгибную прочность отдельно для зубьев шестерни и для зубьев колеса.

С учетом сил трения геометрический коэффициент можно определить с помощью приближенной эмпирической формулы

$$Y = \frac{Y'}{1 \pm 0,02 \cdot \rho}, \quad (10)$$

где  $\rho$  — угол трения в градусах.

Знак (+) относится к ведущим колесам, знак (—) — к ведомым.

Таким образом, поверочный расчет изношенных зубьев прямозубых цилиндрических колес на изгиб, с учетом основных факторов, влияющих на прочность зуба, может быть выполнен по формуле

$$\sigma_{I, II} = \frac{P \cdot K_d \cdot K_{кнц}}{B \cdot Y'_{I, II} \cos \alpha} \leq \left[ \frac{\sigma_0}{n \cdot K_{\sigma I, II} \cdot K_n \cdot K_p} \right], \quad (11)$$

где

$K_d$  — динамический коэффициент;

$K_{кнц}$  — коэффициент концентрации нагрузки по длине зуба;

$K_{\sigma I, II}$  — эффективные коэффициенты концентрации напряжений в зоне I и II;

$K_n$  — коэффициент, учитывающий состояние рабочей поверхности зуба;

$K_p$  — коэффициент, учитывающий повреждающее действие нагрузок, при которых изнашивался зуб (коэффициент потери резерва);

$\sigma_0$  — предел выносливости материала зуба при пульсирующем цикле;

$n$  — коэффициент запаса прочности.

В настоящее время применительно к изношенному зубчатому зацеплению не имеется почти никаких сведений о значениях коэффициентов  $K_d$ ,  $K_{кни}$ ,  $K_{\sigma I, II}$ ,  $K_n$  и  $K_p$ , что объясняется недостаточной изученностью данного вопроса. Выход из указанного затруднения может быть найден лишь после проведения всесторонних теоретических и экспериментальных исследований, посвященных вопросам геометрии, кинематики и динамики изношенного зубчатого зацепления.

### Выводы

1. Существующий в настоящее время метод учета влияния износа на изгибную прочность зубьев не подтверждается расчетами и экспериментами.

2. Изгибная прочность зубьев не претерпевает существенных изменений при износе: зубьев шестерни — примерно до 15%, зубьев колеса — примерно до 20%.

### ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Добровольский. Детали машин, Машгиз, 1954.
2. Л. Д. Часовников. Передатки зацеплением, Машгиз, 1961.
3. А. К. Сулимов. К вопросу о расчете предельно допустимого износа и срока службы зубчатых передач. Научные записки Воронежского лесотехнического института, т. 16, 1959.
4. Ю. С. Семенов. Изменение параметров зубчатого зацепления при износе. Известия ТПИ, т. 96, ч. 2, 1961.
5. Ю. С. Семенов. Результаты экспериментального исследования износа зубчатых колес редукторов горных электросверл. Известия ТПИ, т. 108, 1959.
6. В. П. Стешенко. Влияние износа на изгибную прочность зубьев зубчатых колес. Известия ТПИ, т. 114, 1964.