

МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ИЗМЕРЕНИЕМ ТВЕРДОСТИ В ПЛАСТИНАХ С ОТВЕРСТИЯМИ

Б. П. ЧЕБАЕВСКИЙ, В. Д. ДЕЛЬ

(Представлена научным семинаром кафедры сопротивления материалов)

В статье излагается методика определения напряжений в пластической области измерением твердости в пластинах с отверстиями. Исследование проводилось на латунных пластинах, растягиваемых внешней силой (рис. 1). Контур AB свободен от нагрузок. Ось x является осью симметрии. Требуется определить напряжения в пластической области, примыкающей к контуру AB .

Нанесем на указанную область квадратную сетку с шагом $\Delta = 1$ мм. Замерив в узлах сетки твердость, с помощью тарировочного графика «твердость—интенсивность напряжений» [1] определим интенсивность напряжений σ_i . Вдоль AB напряжение, нормальное к контуру равно 0, а направленное вдоль контура равно σ_i . Для определенности положим $\sigma_1 = 0$, $\sigma_2 = \sigma_i$. Определим напряжения в ближайшем к контуру столбце. В точке $o.o$ $\sigma_x = 0$, $\sigma_y = \sigma_i$, $\tau_{xy} = 0$. Для определения напряжений в последующих точках поступим следующим образом. В точке $o.o$

$$\frac{\partial \sigma_1}{\partial S_1} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\rho_2} = 0, \quad \left(\frac{\partial \sigma_1}{\partial S_1} \right)_{o.o} = \left(\frac{\sigma_i}{\rho_2} \right)_{o.o}, \quad (1)$$

где S_1 — координата, отсчитываемая вдоль траектории σ_1 ;
 ρ_2 — радиус кривизны в точке $o.o$, тогда

$$(\sigma_x)_{0.1} = (\sigma_1)_{0.0} + \left(\frac{\partial \sigma_1}{\partial S_1} \right)_{0.0} \cdot \Delta. \quad (2)$$

Для определения $(\sigma_2)_{0.1}$ привлекаем уравнение

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \cdot \sigma_2 = \sigma_i^2. \quad (3)$$

$$(\sigma_y)_{0.1} = (\sigma_2)_{0.1} = \frac{(\sigma_1)_{0.1} \pm \sqrt{4(\sigma_i)_{0.1}^2 - 3(\sigma_1)_{0.1}^2}}{2}. \quad (4)$$

(Выбор знака осуществляется в соответствии с конкретными условиями). Напряжения в системе осей x , y определяются по известным соотношениям:

$$\sigma_x = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cdot \cos 2\theta, \\ \sigma_y = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} - \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cos 2\theta, \quad \tau_{xy} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cdot \sin 2\theta. \quad (5)$$

Выразим напряжения в точках нулевого столбца через напряжения в точках первого столбца и напряжения на контуре AB , рассчитанные по формулам (5). Для точки 1,0, например, можем записать

$$\begin{aligned}(\sigma_x)_{1,0} &\approx (\sigma_x)_\kappa + \left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} \right)_\kappa \cdot \delta, \\(\sigma_y)_{1,0} &\approx (\sigma_y)_\kappa + \left(\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} \right)_\kappa \cdot \delta, \\(\tau_{xy})_{1,0} &\approx (\tau_{xy})_\kappa + \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} \right)_\kappa \cdot \delta.\end{aligned}\tag{6}$$

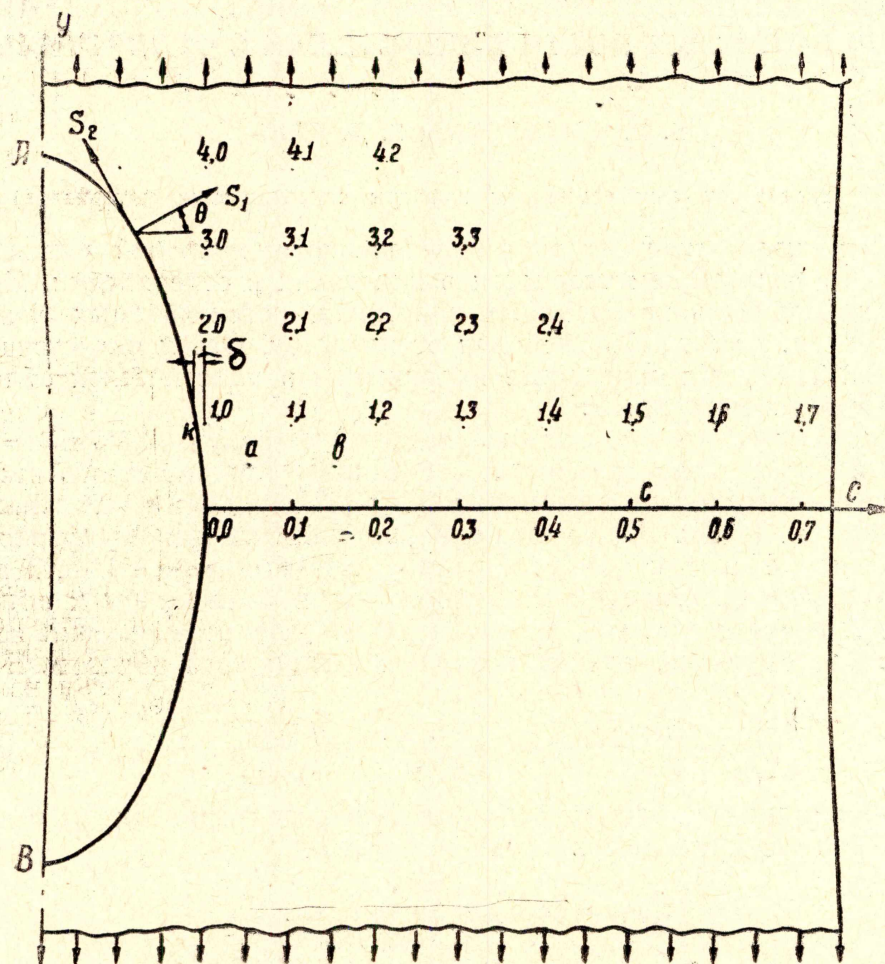


Рис. 1. Расчетная схема

Или в конечных разностях

$$\begin{aligned}(\sigma_x)_{1,0} &\approx (\sigma_x)_\kappa + \frac{(\sigma_x)_{1,1} - (\sigma_x)_\kappa}{\Delta + \delta} \cdot \delta, \\(\sigma_y)_{1,0} &\approx (\sigma_y)_\kappa + \frac{(\sigma_y)_{1,1} - (\sigma_y)_\kappa}{\Delta + \delta} \cdot \delta, \\(\tau_{xy})_{1,0} &\approx (\tau_{xy})_\kappa + \frac{(\tau_{xy})_{1,1} - (\tau_{xy})_\kappa}{\Delta + \delta} \cdot \delta.\end{aligned}$$

Для определения напряжений в точке 1.1 составляем уравнения равновесия для точки a (рис. 1)

$$\frac{\partial \tau_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0, \quad (7)$$

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = 0, \quad (8)$$

Или в конечных разностях

$$\begin{aligned} (\sigma_x)_{1.1} - (\sigma_x)_{1.0} + (\sigma_x)_{0.1} - (\sigma_x)_{0.0} + (\tau_{xy})_{1.0} + (\tau_{xy})_{1.1} - \tau_{xy0.0} - (\tau_{xy})_{0.1} &= 0, \\ (\sigma_y)_{1.1} + (\sigma_y)_{1.0} - (\sigma_y)_{0.1} - (\sigma_y)_{0.0} + (\tau_{xy})_{1.1} + (\tau_{xy})_{0.1} - (\tau_{xy})_{0.0} - (\tau_{xy})_{0.0} &= 0, \end{aligned}$$

Привлекая уравнение

$$(\sigma_y)_{1.1}^2 + (\sigma_x)_{1.1}^2 - (\sigma_y)_{1.1} \cdot (\sigma_x)_{1.1} + 3(\tau_{xy})_{1.1}^2 = (\sigma_i)_{1.1}^2 \quad (9)$$

и решая совместно уравнения (7), (8), (9), определяем напряжения в точке 1.1

$$\begin{aligned} (\tau_{xy})_{1.1} &= \frac{B - aA}{a^2 - 1}, \quad (\sigma_y)_{1.1} = \frac{A - aB}{a^2 - 1}, \\ (\sigma_x)_{1.1} &= \frac{(\sigma_y)_{1.1} \pm \sqrt{4(\sigma_i)_{1.1}^2 - 12(\tau_{xy})_{1.1}^2 - 3(\sigma_y)_{1.1}^2}}{2}. \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь

$$\begin{aligned} A &= \{(\sigma_x)_{0.1} - (\sigma_x)_k - (\sigma_x)_{0.0} + (\tau_{xy})_k - (\tau_{xy})_{0.0} - (\tau_{xy})_{0.1} + \delta [(\sigma_x)_{0.1} - \\ &\quad - (\sigma_x)_{0.0} - (\tau_{xy})_{0.0} - (\tau_{xy})_{0.1}]\}, \\ B &= \{(\sigma_y)_k - (\sigma_y)_{0.1} - (\sigma_y)_{0.0} + (\tau_{xy})_{0.1} - (\tau_{xy})_k - (\tau_{xy})_{0.0} + \delta [(\tau_{xy})_{0.1} - \\ &\quad - (\sigma_y)_{0.1} - (\sigma_y)_{0.0} - (\tau_{xy})_{0.0}]\}, \\ a &= 1 + 2\delta. \end{aligned}$$

Аналогично определяем напряжения во всех точках первого столбца, а по формулам (6) определим напряжения в точках нулевого столбца.

Для определения напряжений (σ_x) в точках второго столбца записываем уравнение равновесия (7) в конечных разностях для соответствующих точек первого столбца. Для точки 0,1 оно будет

$$(\sigma_x)_{0.2} - (\sigma_x)_{0.0} + 2(\tau_{xy})_{1.1} = 0.$$

Отсюда

$$(\sigma_x)_{0.2} = (\sigma_x)_{0.0} - 2(\tau_{xy})_{1.1}.$$

По формулам (4) для точки 0.2 определяем (σ_y) . Чтобы определить напряжение (σ_y) , (τ_{xy}) в точке 1.2, записываем уравнение (7) в конечных разностях для точки b (рис. 1):

$$(\tau_{xy})_{1.2} - (\tau_{xy})_{0.2} + (\tau_{xy})_{1.1} - (\tau_{xy})_{0.1} + (\sigma_x)_{1.2} + (\sigma_x)_{0.2} - (\sigma_x)_{1.1} - (\sigma_x)_{0.1} = 0. \quad (11)$$

Отсюда

$$(\tau_{xy})_{1.2} = C - (\sigma_x)_{1.2},$$

где

$$C = (\tau_{xy})_{0.2} - (\tau_{xy})_{1.1} + (\tau_{xy})_{0.1} - (\sigma_x)_{0.2} + (\sigma_x)_{1.1} + (\sigma_x)_{0.1}.$$

Решая уравнение (9) для точки 1.2, получаем

$$(\sigma_y)_{1.2} = \frac{(\sigma_x)_{1.2} \pm \sqrt{4(\sigma_i)_{1.2}^2 - 12(\tau_{xy})_{1.2}^2 - 3(\sigma_x)_{1.2}^2}}{2}.$$

Далее по приведенной схеме определяем напряжения и в остальных точках пластической области.

По этой методике на ЭЦВМ «Минск-1» были рассчитаны напряжения в треугольной области ABC (рис. 1). Полученные эпюры напряжений по оси x сравнивались с аналогичными эпюрами, полученными измерением твердости и поперечной деформации [2]. Обе эпюры приведены на рис. 2.

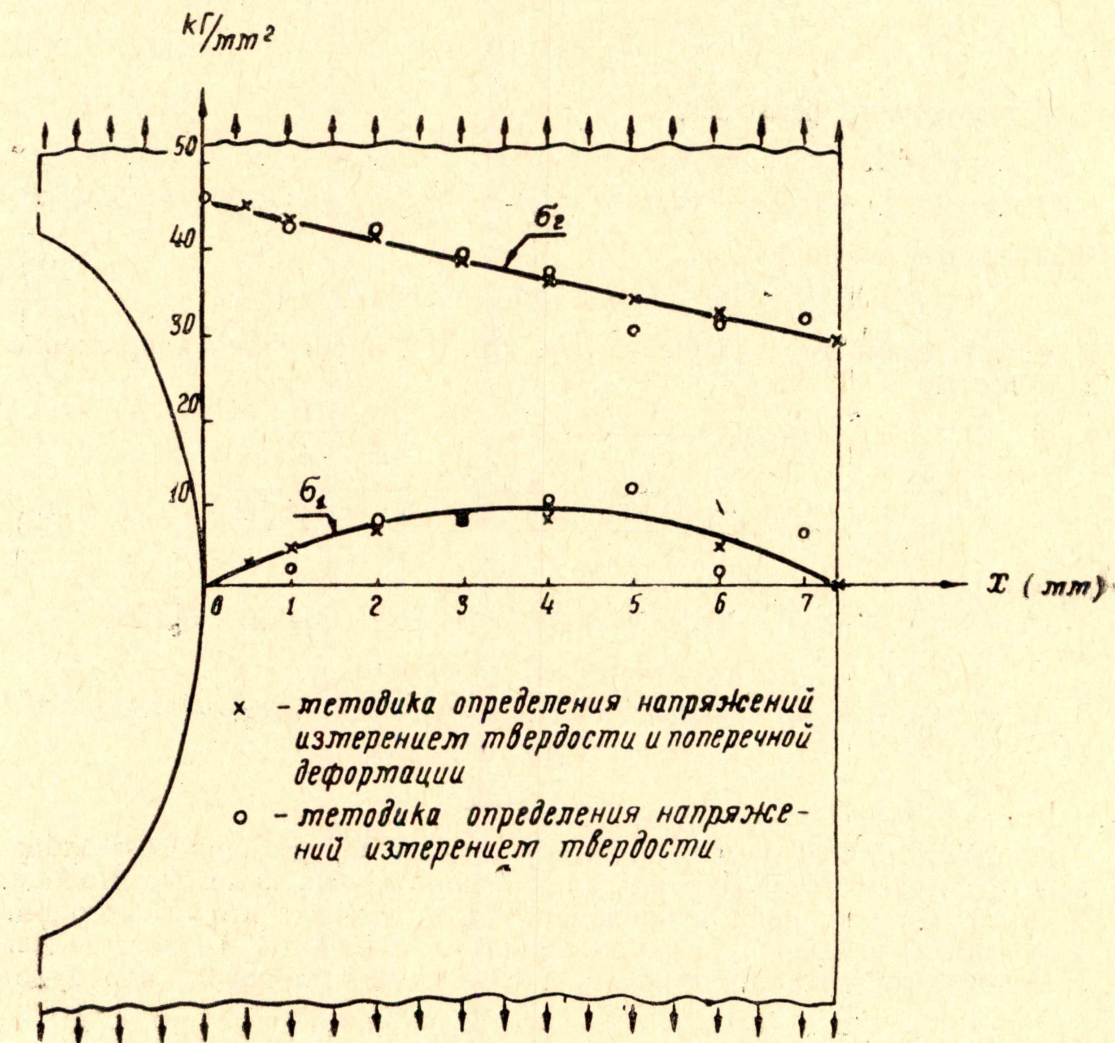


Рис. 2. Эпюры главных напряжений по оси x

Предполагая деформацию равномерной по толщине пластины, мы проверяли полученную эпюру σ_2 по растягивающему усилию. Разница между расчетным и фактическим растягивающими усилиями не превышает 4%.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Д. Дель. «Твердость деформированного металла». Изв. АН СССР, «Металлы», № 4, 1967.
2. Г. Д. Дель. «Определение напряженного состояния материала измерением твердости», Труды метрологических институтов СССР, вып. 91, 1967.