ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

Том 190 1968

РАСЧЕТ ДОПУСКОВ НА ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ОТКЛОНЕНИЯ, ВЛИЯЮЩИЕ НА КОММУТАЦИЮ МАШИН ПОСТОЯННОГО ТОКА, И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ОТКАЗОВ ПО КОММУТАЦИИ

Э. К. СТРЕЛЬБИЦКИЙ, В. С. СТУКАЧ, А. Я. ЦИРУЛИК

(Представлена научным семинаром кафедр электрических машин и аппаратов и общей электротехники)

Существуют три метода расчета допусков: метод максимума — минимума, метод «квадратичного сложения» и вероятностный метод. Первый метод, наиболее распространенный на заводах в настоящее время, дает завышенные в 1,5—10 раз, а второй — заниженные примерно в 6 раз значения погрешностей выходного параметра. В данной работе использован вероятностный метод как наиболее обоснованный в теоретическом отношении и наиболее точный. На вероятностном методе базируется линейная теория точности. Однако непосредственное применение ее в данном случае невозможно по следующим причинам. Во-первых, не задаются номинальные значения на параметр коллектора σ_Δ — среднеквадратическое отклонение перепадов уровней пластин, и на выходную величину — уровень искрения И. Поэтому их средние значения подлежат определению из уравнения допусков наряду с их дисперсиями. Во-вторых, зависимость искрения от технологических параметров существенно нелинейна.

При выводе уравнения допусков исходим из модели искрения [1]. Необходимо обеспечить такие допуски на входные параметры модели искрения x_i, чтобы вероятность выхода искрения И за критический уровень $И_{кр}$ была равна заданной величине Q. Будем считать распределение уровней искрения машин серии нормальным, что имеет надежное обоснование (предельная теорема теории вероятностей). Тогда вероятность Q может быть определена по формуле

$$Q = 1 - F\left[\frac{И_{кр} - \bar{И}}{\sqrt{D(\bar{И})}}\right] = 1 - F[Z], \tag{1}$$

где F[Z] — интегральная функция нормального распределения. Каждому значению Q соответствует определенное значение Z. Для вычисления Z необходимо определить среднее значение $\bar{И}$ и дисперсию D(И) искрения машин серии. Зависимость искрения от технологических факторов была найдена нами в виде полинома второй степени [1]:

$$И(x_1, x_2, \ldots, x_n) = b_0 + \sum^{n} b_i \cdot x_i + \sum_{j<i}^{n} b_{ii} \cdot x_i^2 + \sum^{n} \hat{a}_{ij} \cdot x_i \cdot x_j. \tag{2}$$

Значения параметров x_i являются случайными вследствие случайных технологических отклонений. Среднее значение и дисперсия искрения находятся по формулам:

$$\bar{И} = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \dots \int\limits_{-\infty}^{+\infty} И(x_1, x_2, \dots, x_n) \cdot f_1(x_1) \cdot f_2(x_2) \dots f_n(x_n) \cdot dx_1 \dots dx_n; \quad (3)$$

$$D(И) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \dots \int\limits_{-\infty}^{+\infty} И^2(x_1, x_2, \dots, x_n) \cdot f_1(x_1) \dots f_n(x_n) \cdot dx_1 \dots dx_n - \bar{И}. \quad (4)$$

Здесь $f_i(x_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma(x_i)} \cdot \exp\left[-\frac{(x_i - \bar{x}_i)^2}{2\sigma^2(x_i)} \right]$ —

— нормальные плотности распределения входных параметров x_i.

Производя интегрирование, получим:

$$\bar{И} = b_0 + \sum^n b_i \bar{x}_i + \sum^n b_{ii} \bar{x}_i^2 + \sum_{i<j}^n b_{ij} \bar{x}_i \cdot \bar{x}_j +$$

$$+ \sum^n b_{ii} \cdot D(x_i) = И(\bar{X}) + \sum^n b_{ii} \cdot D(x_i); \quad (5)$$

$$D(И) = \sum_i^n [b_i + 2b_{ii} \cdot \bar{x}_i + \sum_{i \neq j}^n b_{ij} \bar{x}_j]^2 \cdot D(x_i) +$$

$$+ 2 \sum^n b_{ii}^2 \cdot D^2(x_i) + \sum_{i<j}^n b_{ij}^2 \cdot D(x_i) \cdot D(x_j). \quad (6)$$

Выражения (5), (6) и (1) позволяют решать прямую задачу теории точности — по известным допускам на выходные параметры x_i вычислить рассеивание искрения машин серии и вероятность брака по искрению. При симметричных полях допусков между половиной ширины поля допуска δ_i и дисперсией $D(x_i)$ имеется соотношение.

$$\delta_i = 3 \cdot \sqrt{D(x_i)}. \quad (7)$$

Средние значения $\bar{x}_i$ и дисперсии $D(x_i)$ выходных параметров могут быть определены также из статистических данных о распределении значений параметров для данного уровня технологии. Зная $\bar{x}_i$ и $D(x_i)$, можно вычислить $\bar{И}$ и $D(И)$, определить аргумент Z функции Лапласа, найти значение функции по таблицам [3] и вычислить вероятность выхода искрения машин серии за допустимый уровень $И_{кр}$.

Наибольший интерес для практики представляет решение обратной задачи теории точности — вычисление допусков на входные параметры при заданных $И_{кр}$ и допустимой вероятности брака Q. Для вывода уравнения допусков запишем на основании выражения (1) уравнение

$$[И_{кр} - \bar{И}]^2 = Z^2 \cdot D(И) \quad (8)$$

и подставим в это уравнение значения $\bar{И}$ и $D(И)$ из выражений (5) и (6). После преобразований получим уравнение допусков:

$$[И_{кр} - И(\bar{X})]^2 = \sum^n a_i \cdot D(x_i) + \sum^n a_{ii} \cdot D^2(x_i) + \sum_{i<j}^n a_{ij} \cdot D(x_i) \cdot D(x_j) \quad (9)$$

Коэффициенты уравнения определяются по формулам:

$$a_i = Z^2 \cdot [b_i + 2b_{ii}\bar{x}_i + \sum_{j \neq i}^n b_{ij} \cdot \bar{x}_j]^2 + 2[И_{кр} - И(\bar{x})] \cdot b_{ii};$$

$$a_{ii} = b_{ii}^2 \cdot (2z^2 - 1); \qquad a_{ij} = z^2 \cdot b_{ij}^2 - 2b_{ii} - b_{ij}. \quad (10)$$

Коэффициенты b_i, b_{ii}, b_{ij} — это коэффициенты математической модели искрения [1]. Переход от дисперсий к допускам осуществляется по формуле (7). Нами найдена эмпирическая зависимость

$$D(x_3) = 0{,}0827 \cdot x_3^2, \qquad (11)$$

позволяющая рассматривать уравнение (9) в осях $D(x_1)$, Dx_2) и $\bar{x}_3$.

Уравнение (9) задает границы допусковой области. На рис. 1 представлено решение уравнения допусков для машин третьего габарита серии П, позволяющее выбрать допуски на контактное нажатие щеток P, параметр коллектора σ_Δ и оптимальный ток подпитки $I_п$. Как показано в [1], ток $I_п$ является обобщающим параметром, характеризующим отклонения основных параметров геометрии магнитной цепи.

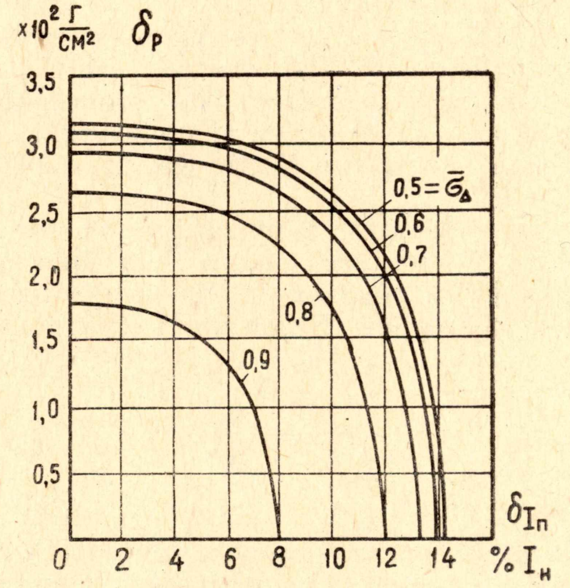

Рис. 1. Система допусков для машин третьего габарита серии П при допустимом искрении $1\frac{1}{4}$ балла и вероятности брака 0,0027

Назначив допуск на $I_п$ по кривым рис. 1, можно рассчитать допуски на параметры геометрии магнитной системы.

Уравнение допусков выведено применительно к модели искрения, заданной полиномом второй степени. Для расчета допусков необходимо знать коэффициенты модели искрения, поэтому для каждого типа машин предварительно нужно построить модель искрения. Для геометрически подобных типоразмеров с близкими по величине скоростями вращения якоря можно построить систему допусков типоразмера, для которого была найдена модель искрения.

Сущность пересчета состоит в изменении масштаба по оси $\delta I_п$ в отношении $\frac{I''_п}{I'_п}$, где $I_п'$ — значение $I_п$ для типоразмера ($'$), для которого известна система допусков, приводящее к появлению первого искрения; $I_п''$ — значение $I_п$ для топоразмера ($''$), для которого необходимо построить систему допусков, приводящее к такому же искрению.

Важной проблемой является прогнозирование постепенных отказов машин по искрению, под которыми понимается постепенный выход уровня искрения щеток в эксплуатации за границу критического значения $И_{кр}$. Принадлежность процесса искрения к случайным процессам марковского типа и высокая адекватность полученной математической модели искрения позволяет использовать ее для прогнозирования постепенных отказов.

Если в модель искрения (2) подставить входные параметры в виде

$$x_{it} = x_{i0} + \kappa_i \cdot t, \tag{12}$$

где x_{i0} — случайные начальные значения, а κ_i — случайные скорости изменения входных параметров в эксплуатации, то в модели искрения появится временная координата, позволяющая использовать модель для прогнозирования развития искрения в эксплуатации.

Вероятность безотказной работы коллектора и щеток, то есть вероятность пребывания уровня искрения в допусковой области D в течение времени t может быть определена из выражения

$$P\{D,t\} = \int\limits_{(D)} \dots \int f(X_t,t) \cdot dx_{1t} \cdot dx_{2t} \dots dx_{nt}, \tag{13}$$

где $f(X_t, t)$ — n-мерная плотность нормального распределения входных параметров в функции времени. Границы области D задаются выражением (2), если в левой части подставить $И_{кр}$. Это выражение нелинейно, поэтому решить интеграл (13) в общем виде нельзя. Целесообразно воспользоваться численным методом Монте-Карло и решать задачу на ЭЦВМ.

Процедура решения состоит в многократном определении уровня искрения по формуле (2) при неслучайных значениях параметров x_{i0} и κ_i, выбираемых случайным образом из совокупностей с соответствующими законами распределения. Вероятность безотказной коммутации за время t равна

$$P\{t\} = \frac{N_p}{N}, \tag{14}$$

где

N_p — число благополучных исходов, когда $И(X_t, t) < И_{кр}$;

N — общее число случаев (статистических испытаний).

Для расчета надежности можно воспользоваться также алгоритмами расчета допусков, изложенными выше, если входные параметры записать как функции времени (12). Вероятность безотказной работы коллектора и щеток равна

$$P\{t\} = F\left[\frac{И_{кр} - \bar{И}_t}{\sqrt{D(И_t)}}\right] = F[Z(t)]. \tag{15}$$

Среднее значение $\bar{И}_t$ и дисперсия $D(И_t)$ искрения в функции времени эксплуатации определяются по формулам (3) и (4). При этом случайными являются параметры x_{i0} и k_i. Получаются следующие выражения:

$$\bar{И} = b_0 + \sum^n b_i \cdot x_{it} + \sum^n b_{ii} x_{it}^2 + \sum^n_{i<j} b_{ij} x_{it} \cdot x_{jt} + \\ + \sum^n b_{ii} D(x_{i0}) + t^2 \cdot \sum^n b_{ii} \cdot D(\kappa_i). \tag{16}$$

$$D(И_t) = \sum^n_i [b_i + 2b_{ii} \cdot x_{it} + \sum^n_{j \neq i} b_{ij} x_{jt}]^2 \cdot [D(x_{i0}) + t^2 \cdot D(\kappa_i)] + \\ + 2\sum^n b_{ii}^2 \cdot [D^2(x_{i0}) + t^4 \cdot D^2(\kappa_i)] + \sum^n_{i<j} b^2_{ij} \cdot D(x_{i0}) \cdot D(x_{j0}) + \\ + 4t^2 \cdot \sum^n b_{ii}^2 \cdot D(x_{i0}) \cdot D(\kappa_i) + t^2 \cdot \sum^n_{i \neq j} b_{ij} D(x_{i0}) \cdot D(\kappa_j) + \\ + t^4 \cdot \sum^n_{i<j} b_{ij}^2 \cdot D(\kappa_i) \cdot D(\kappa_j). \tag{17}$$

Вычислив для любого времени t $\bar{И}_t$ и $D(И_t)$, можно определить аргумент $Z(t)$ функции Лапласа $F[Z]$ и по таблицам этой функции найти вероятность безотказной работы коммутационной системы.

Параметры $\bar{x}_{i0}$ и $D(x_{i0})$ должны быть известны или из статистических данных о рассеивании входных параметров для данного уровня технологии или могут быть определены по известным допускам на эти параметры. Параметры $\bar{k}_i$ и $D(k_i)$ определяются из статистических данных о скоростях изменения параметров в процессе эксплуатации. Для машин 1—3 габаритов серии П со скоростью вращения якоря 1500 об/мин. по результатам испытаний на срок службы нами определены скорости изменения входных параметров модели искрения и рассчитаны значения вероятности безотказной работы для различных значений времени эксплуатации (табл. 1).

Таблица 1

t, час	500	1000	1500	2000	2500	3000	4000	6000
P, %	99,964	99,85	98,7	93,36	83,87	74,31	61,10	49,93

В разработанной модели надежности коммутационной системы методологически просто учитываются условия эксплуатации через скорости k_i изменения параметров в эксплуатации.

Модель надежности позволяет также рассчитывать допуски на входные параметры с учетом заданного времени эксплуатации.

Разработанные алгоритмы расчета допусков и надежности коммутации справедливы при любом числе входных параметров модели искрения. Необходимо лишь знать коэффициенты модели искрения. Для конкретных машин эти коэффициенты получаются по методике, разработанной в [2].

ЛИТЕРАТУРА

1. Э. К. Стрельбицкий, В. С. Стукач, А. Я. Цирулик. Влияние технологических отклонений на искрение щеток в машинах постоянного тока. Известия ТПИ, настоящий сборник.
2. Э. К. Стрельбицкий, В. С. Стукач, А. Я. Цирулик. Применение метода математической статистики для исследования коммутации, Известия ТПИ, т. 160, 1966.
3. Л. Н. Большов, Н. В. Смирнов. Таблицы математической статистики, «Наука», М., 1965.