ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

Том 191 1969

РАСЧЕТ ПОЛЯ СТАТОРА ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ГЕНЕРАТОРА

И. П. ГУК, В. А. ЛУКУТИН.

(Представлена научным семинаром кафедры теоретических основ электротехники)

Мощность электростатического генератора (ЭСГ) определяется энергией электрического поля в рабочем объеме машины, поэтому расчет этого поля представляется весьма желательным. В общем случае эта задача довольно сложная, если учитывать все конструктивные элементы генератора и условия его работы.

На рис. 1 представлен схематичный разрез цилиндрического генератора с проводящими транспортерами. Здесь статор изображен двумя концентрическими поверхностями радиусов r_1 и r_4 и двумя парами индукторов. Между поверхностями статора помещен диэлектрический ротор с размещенными внутри него металлическими стержнями-транспортерами.

Мы будем рассматривать электрическое поле в области между поверхностями статора, причем это поле создается заряженными транспортерами и индукторами. Для облегчения задачи целесообразно, пользуясь принципом наложения, порознь рассчитывать поля, создаваемые статором и ротором. В данной работе предполагается вариант определения потенциальной функции поля статора.

Будем пренебрегать краевым эффектом у торцов машины, при этом поле будет двухмерным. По ряду причин, о которых мы здесь говорить не будем, сечение транспортеров выбирают весьма малым, потому металлические включения в диэлектрике ротора искажают поле лишь в непосредственной близости от себя. Во всяком случае они не влияют на характер поля в газовом промежутке, поэтому ниже мы будем полагать диэлектрик ротора однородным и не будем обращать внимания на проводящие транспортеры.

С учетом сделанных допущений задача будет сводиться к отысканию потенциальной функции в плоской кольцевой области с трехслойным диэлектриком. Потенциал высоковольтного индуктора известен ($U_н$) и распределение его по поверхности статора полагаем заданным

$$\varphi(r_1;\ \theta) = \varphi(r_4;\ \theta) = U(\theta). \tag{1}$$

Если в диэлектрике нет свободных зарядов, то в кольцевой области потенциальная функция удовлетворяет уравнению Лапласа

$$\Delta\varphi = 0 \tag{2}$$

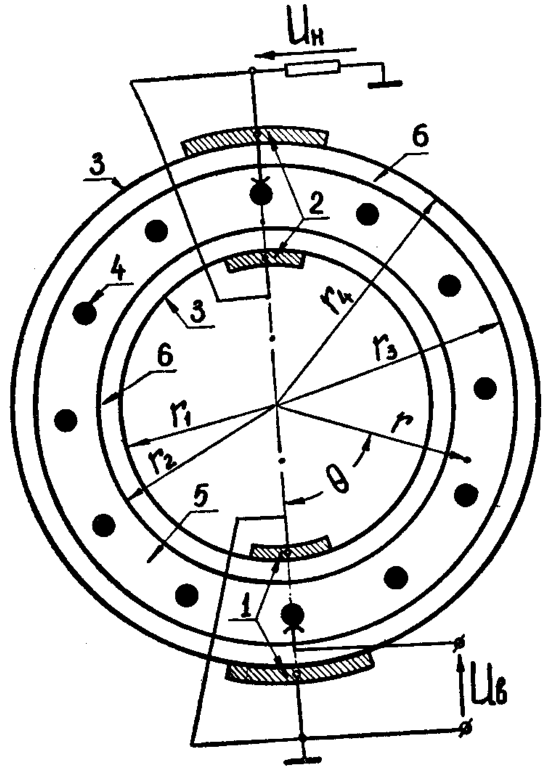

Рис. 1. Принципиальная схема ЭСГ цилиндрического типа с проводящими транспортерами:
1 — индуктор возбуждения,
2 — высоковольтный индуктор,
3 — полупроводящий слой статора,
4 — транспортеры-проводники,
5 — тело ротора с $\varepsilon=\varepsilon_д$,
6 — рабочая среда с $\varepsilon=\varepsilon_c$.

и расчет поля статора ЭСГ сводится к решению внутренней задачи Дирихле.

Известно, что потенциал $\varphi^{(i)}$ в области, заполненной средой с диэлектрической проницаемостью ε_i, также удовлетворяет уравнению Лапласа

$$\Delta\varphi^{(i)}=0, \tag{3}$$

где $i=1$, 2, 3 — номер кольцевой области.

Применяем метод разделения переменных к решению уравнения (3), и для цилиндрической системы координат можно записать формулу для потенциала в виде ряда

$$\varphi^{(i)}(r;\theta)=\frac{a_0^{(i)}}{2}+\sum_{k=1}^{\infty}(a_k^{(i)}\cos k\theta+b_k^{(i)}\sin k\theta). \tag{4}$$

Теперь остается только определить коэффициенты $a_0^{(i)}$, $a_k^{(i)}$ и $b_k^{(i)}$, и задача будет полностью решена.

Коэффициенты у синусной составляющей $b_k^{(i)}$ равны нулю, так как распределение потенциала симметрично относительно диаметра, проходящего через середины индукторов $(\theta=0)$.

Косинусные коэффициенты $a_0^{(i)}$ и $a_k^{(i)}$ определим, пользуясь граничными условиями на границе раздела сред (непрерывность потенциала и нормальной составляющей вектора диэлектрического смещения на границе двух сред $r=r_2$, $r=r_3$) и учитывая распределение потенциала на крайних окружностях.

Подставляя значения коэффициентов $a_0^{(i)}$, $a_к^{(i)}$ и $b_к^{(i)}$, определенных по вышеуказанным условиям, в ряд (4) и вводя обозначения

$$\varepsilon_{пр}=(\varepsilon_д+\varepsilon_c)-(\varepsilon_д-\varepsilon_c)\,\lambda^{2к},$$

$$\varepsilon_{пр}^*=(\varepsilon_д+\varepsilon_c)-(\varepsilon_д-\varepsilon_c)\,\lambda^{-2к},$$

где

$$\lambda=\frac{r_1}{r_2}\approx\frac{r_3}{r_4},$$

получаем выражение для вычисления потенциальной функции, описывающей поле статора ЭСГ.

Для первого слоя $(r_1\leqslant r\leqslant r_2,\ \varepsilon=\varepsilon_c)$

$$\varphi(r;\,\theta)=\frac{\alpha_0}{2}+\sum_{k=1}^{\infty}\left[A_к^{(1)}(r^{2к}-r_1^{2к})+r_1^{к}\right]\frac{\alpha_к}{r^к}\cos k\theta, \tag{5}$$

где

$$A_к^{(1)}=\frac{r_4^{к}\cdot 4\varepsilon_д\varepsilon_c-r_1^{к}\left[(\varepsilon_д+\varepsilon_c)\varepsilon_{пр}^*+(\varepsilon_д-\varepsilon_c)\varepsilon_{пр}\left(\frac{r_4}{r_2}\right)^{2к}\right]}{r_4^{2к}\varepsilon_{пр}^2-r_1^{2к}\varepsilon_{пр}^{*2}}.$$

Для второго слоя $(r_2\leqslant r\leqslant r_3,\ \varepsilon=\varepsilon_д)$

$$\varphi(r;\,\theta)=\frac{\alpha_0}{2}+\sum_{k=1}^{\infty}A_к^{(2)}(r^{2к}-r_1^{к}r_4^{к})\frac{\alpha_к}{r^к}\cos k\theta \tag{6}$$

где

$$A_к^{(2)}=\frac{2\varepsilon_c}{r^{4к}\varepsilon_{пр}+r_1^{к}\varepsilon_{пр}^*}.$$

Для третьего слоя $(r_3\leqslant r\leqslant r_4,\ \varepsilon=\varepsilon_c)$

$$\varphi(r:\,\theta)=\frac{\alpha_0}{2}+\sum_{k=1}^{\infty}\left[A_к^{(3)}(r^{2к}-r_4^{2к})+r_4^{к}\right]\frac{\alpha_к}{r^к}\cos k\theta, \tag{7}$$

где

$$A_к^{(3)}=\frac{r_4^{к}\left[(\varepsilon_д+\varepsilon_c)\varepsilon_{пр}+(\varepsilon_д-\varepsilon_c)\varepsilon_{пр}^*\left(\frac{r_1}{r_3}\right)^{2к}\right]-r_1^{к}4\varepsilon_д\varepsilon_c}{r_4^{2к}\varepsilon_{пр}^2-r_1^{2к}\varepsilon_{пр}^{*2}}.$$

Входящие в выражения (5), (6), (7) постоянные α_0 и $\alpha_к$ получаем из разложения граничной функции $U(\theta)$ в ряд Фурье:

$$U(\theta)=\frac{\alpha_0}{2}+\sum_{k=1}^{\infty}(\alpha_к\cos k\theta+\beta_к\sin k\theta). \tag{8}$$

Граничная функция $U(\theta)$ в общем случае может иметь самый произвольный вид и зависит она от многих факторов.

В электростатических генераторах с транспортерами-проводниками стремятся принудительно задать линейное распределение потенциала по статору с целью выравнивания электростатического поля. В этом случае функция $U(\theta)$ будет выглядеть, как изображено на рис. 2.

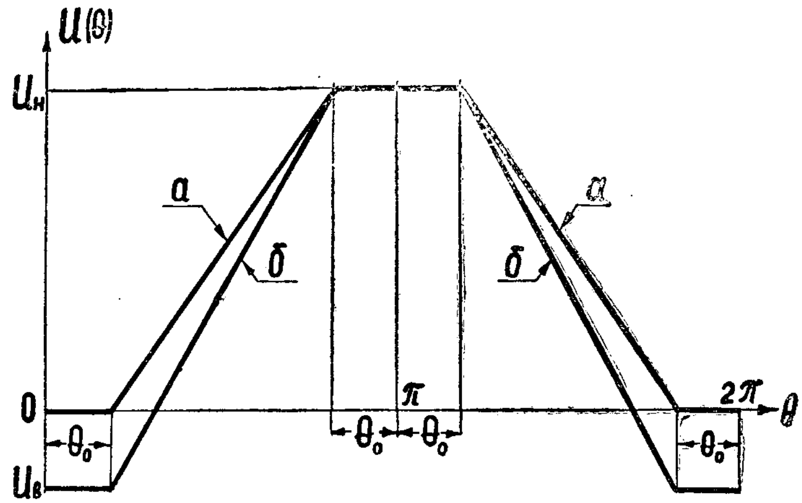

Рис. 2.

Здесь кривая *а* соответствует кондукционной схеме возбуждения, а кривая *в* — индукционной схеме.

Разложение в ряд Фурье таких функций дает следующие значения для коэффициентов при кондукционной схеме возбуждения (рис. 2, кривая *а*):

$$\alpha_0 = U_н,$$

$$\alpha_к = -\frac{4\cos k\theta_0}{\pi(\pi - 2\theta_0)k^2} U_н,$$

где к=1, 3, 5 ... ,

$$\beta_к = 0;$$

при индукционной схеме возбуждения (рис. 2, кривая *б*)

$$\alpha_0 = U_н - U_в,$$

$$\alpha_к = -\frac{4\cos k\theta_0}{\pi(\pi - 2\theta_0)k^2}(U_н + U_в),$$

$$\beta_к = 0.$$

Подставляя теперь значения этих коэффициентов в (5), (6), (7), получим окончательные формулы для потенциальной функции, описывающей поле статора цилиндрического ЭСГ.

В заключение следует отметить, что ряды, входящие в выражения потенциалов, очень быстро сходятся и в инженерных расчетах можно ограничиться первым и удвоенным вторым членами ряда.

ЛИТЕРАТУРА

1. **В. И. Левитов, А. Г. Ляпин.** Электростатические генераторы с жестким ротором. ч. I, М., 1963.

2. **Г. А. Гринберг.** Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. М., 1948.