УДК 621.0

ДВИЖЕНИЕ НЕУРАВНОВЕШЕННОГО РОТОРА С ЖИДКОСТНЫМ АВТОБАЛАНСИРУЮЩИМ УСТРОЙСТВОМ ПРИ НАРАСТАЮЩЕЙ ПО ЛИНЕЙНОМУ ЗАКОНУ УГЛОВОЙ СКОРОСТИ

В.А. Дубовик, Е.Н. Пашков

Томский политехнический университет
E-mail: epashkov@rambler.ru

Исследуются колебания ротора с автоматическим балансирующим устройством на гибком валу при переходе через критическую скорость. Дифференциальные уравнения, описывающие движение механической системы в горизонтальной плоскости, решаются численным методом Рунге-Кутта. Результаты расчетов сравниваются с известными для ротора без балансирующего устройства.

Для автоматического устранения неуравновешенности вращающихся роторов используют различные жидкостные автобалансирующие устройства (АБУ) [1]. При переходе через критическую скорость происходит увеличение амплитуды колебаний дисбаланса системы – наступает резонанс.

Поэтому необходимо исследование влияния АБУ на нестационарные процессы при изменении закона вращательного движения ротора. Случай скачкообразного изменения угловой скорости ротора с АБУ исследован в [2]. Ниже изучаются колебания системы с учетом сил внешнего сопротивления – демпфирования, возникающего при переходе через резонанс в случае равноускоренного вращения вала.

В соответствии с рис. 2 [2] рассмотрим движение ротора, содержащего камеру с поплавком, заполненную однородной несжимаемой жидкостью, симметрично закрепленного на гибком вертикальном валу, проходящем через его геометрический центр O_1. Центр масс ротора (точка P) смещен от O_1 на расстояние $O_1P=e$. Точка O_2 – проекция оси опор вала на плоскость движения. При вращении ротора вал прогибается в месте крепления ротора на величину $O_2O_1=\delta$, поплавок 2, для которого геометрическая и материальная оси симметрии совпадают, так же как в поплавковых гироскопах [3] центрируется на оси вращения O_2, и жидкость перетекает в сторону прогиба. Предполагаем, что при нестационарном движении ротора отрыв жидкости от стенок не происходит, и центрирование поплавка сохраняется. В этом случае центр масс слоя жидкости расположен на линии центров в точке G. Сформулированные допущения позволяют исключить из рассмотрения гидродинамическую задачу.

По аналогии с [4] введем в плоскости движения точек O_1, G, P две системы координат с общим началом в точке O_2: неподвижную систему $O_2\xi\eta$ и подвижную O_2xy, ось O_2x которой параллельна отрезку O_1P. Законы вращательного движения ротора и системы O_2xy определяются одним и тем же углом поворота $\beta(t)$ (t – время), следовательно ротор в подвижной системе координат может перемещаться только поступательно.

Координаты точки O_1 – точки пересечения вала с плоскостью движения обозначим через x, y и ξ, η соответственно в подвижной и неподвижной системах координат. Связь между ними устанавливается известными формулами

$$\begin{aligned} \xi &= x\cos\beta - y\sin\beta; \\ \eta &= x\sin\beta + y\cos\beta. \end{aligned} \quad (1)$$

На ротор со стороны вала действует сила упругости $\overline{F}_c=-c\overline{O_2O_1}$ и сила внешнего трения, пропорциональная абсолютной скорости точки O_1 ($\overline{V}_{0_1}$), $\overline{F}_\chi=-\chi\overline{V}_{0_1}$, где c и χ – коэффициенты упругости и внешнего трения. Условие равновесия всех внешних сил и сил инерции запишется в виде

$$-c\overline{O_2O_1} - \chi\overline{V}_{O_1} - m_1\overline{a}_P - m_2\overline{a}_G = 0. \quad (2)$$

Здесь m_1 и m_2 – массы ротора и жидкости; $\overline{a}_P$ и $\overline{a}_G$ – ускорения центров масс ротора и жидкости соответственно. Координаты точек P и G определяются выражениями

$$\begin{aligned} \xi_p &= \xi + e\cos\beta; \quad \eta_p = \eta + e\sin\beta; \\ \xi_G &= r\xi; \quad \eta_G = r\eta, \end{aligned} \quad (3)$$

где $r=r_1^2/(r_1^2-r_2^2)$; r_1 и r_2 – радиусы камеры и поплавка соответственно.

Проецируя (2) на неподвижные оси координат и используя (3) для вычисления ускорений, получаем дифференциальные уравнения движения ротора с АБУ

$$\begin{aligned} m\ddot{\xi} + \chi\dot{\xi} + c\xi &= m_1e(\cos\beta\cdot\dot{\beta}^2 + \sin\beta\cdot\ddot{\beta}), \\ m\ddot{\eta} + \chi\dot{\eta} + c\eta &= m_1e(\sin\beta\cdot\dot{\beta}^2 - \cos\beta\cdot\ddot{\beta}). \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь $m=m_1+rm_2$, точки сверху означают производные по времени.

Из уравнения равновесия моментов всех сил относительно оси O_2 можно определить крутящий момент, обеспечивающий заданное вращение вала по закону $\beta=\beta(t)$.

Полагая в (4) $\dot{\beta}=\omega_0=\mathrm{const}$, получаем стационарное движение, т.е. круговое движение вала с постоянной стрелой прогиба

$$\begin{aligned} \xi_0 &= D[(c-m\omega_0^2)\cos\omega_0t + \chi\omega_0\sin\omega_0t], \\ \eta_0 &= D[(c-m\omega_0^2)\sin\omega_0t - \chi\omega_0\cos\omega_0t], \\ D &= m_1e\omega_0^2/[(c-m\omega_0^2)^2 + \chi^2\omega_0^2]. \end{aligned} \quad (5)$$

Пусть начиная с начального момента времени угловая скорость ротора начала изменяться по закону

$$\dot{\beta} = \omega = \omega_0 + 2\varepsilon\cdot t, \quad (6)$$

где ω_0 – начальная угловая скорость, соответствующая стационарному движению (5), 2ε – угловое ускорение.

Начальными условиями движения, аналогично [3], следует взять значения ξ_0, η_0 и их производные по времени при t=0 из (5)

$$\xi_0(0) = D(c - m\omega_0^2);\quad \eta_0(0) = -D\chi\omega_0;$$
$$\dot{\xi}_0(0) = D\chi\omega_0^2;\quad \dot{\eta}_0(0) = D(c - m\omega_0^2)\cdot\omega_0. \tag{7}$$

Из (4) находим связь между критическими угловыми скоростями системы ротор-АБУ $\Omega=\sqrt{c/m}$ и самого ротора на гибком валу $\Omega_0=\sqrt{c/m_1}$

$$\Omega = \Omega_0\sqrt{\psi}, \tag{8}$$

где $\psi=m_1/m=1/(1+rm_2/m_1)$.

Соотношение (8) показывает, что с уменьшением параметра ψ, характеризующего конструкцию жидкостного АБУ, критическая скорость системы убывает по закону $\sqrt{\psi}$. Решение уравнений (4) можно получить в форме интегралов от произведений тригонометрических функций с малыми периодами, численная реализация которого требует вычислений в большом числе точек [4]. Поэтому для определения прогиба вала и дисбаланса системы предпочтительно перейти в (4, 5) по формулам (1) к координатам x, y точки O_2 подвижной плоскости. Уравнения движения и начальные условия принимают вид

$$m(\ddot{x} - 2\dot{\beta}\dot{y} - \ddot{\beta}y - \dot{\beta}^2x) + cx + \chi(\dot{x} - \dot{\beta}y) = m_1e\dot{\beta}^2,$$
$$m(\ddot{y} + 2\dot{\beta}\dot{x} + \ddot{\beta}x - \dot{\beta}^2y) + cy + \chi(\dot{y} + \dot{\beta}x) = -m_1e\ddot{\beta}. \tag{9}$$

$$x(0) = D(c - m\omega_0^2),\quad y(0) = -D\chi\omega_0,$$
$$\dot{x}(0) = 0,\quad \dot{y}(0) = 0. \tag{10}$$

Здесь $\dot{\beta}$ изменяется по закону (6).

Прогиб вала δ и дисбаланс системы $(m_1+m_2)r_c$ (r_c – отклонение центра масс от оси вращения), отнесенный к начальному дисбалансу ротора m_1e, запишутся в виде

$$\delta = \sqrt{x^2(t) + y^2(t)},$$
$$d = \frac{(m_1 + m_2)r_c}{m_1e} = \sqrt{[x(t)/(e\psi) + 1]^2 + [y(t)/(e\psi)]^2}. \tag{11}$$

Задачи (9, 10) решаются численно методом Рунге-Кутта четвертого порядка точности с автоматическим выбором шага [5]. На каждом шаге вычисляются значения прогиба, дисбаланса по формулам (11) и значение угловой скорости, соответствующее расчетному моменту времени по ур. (6).

Расчеты проведены для данных, используемых в [4] для ротора без АБУ: $\Omega_0=10^5$ с$^{-1}$, ε=10 с$^{-2}$, начальная угловая скорость вала полагалась ω_0=40 с$^{-1}$. Установлено, что изменение прогиба вала и дисбаланса системы сильно зависят от силы внешнего трения, т.е. от отношения $n=\chi/m_1$. На рис. 1 показаны зависимости δ/e и d от $z=\omega/\Omega_0$ при равноускоренном переходе угловой скорости через критическую Ω_0 при различных значениях ψ (ψ=1 – соот-

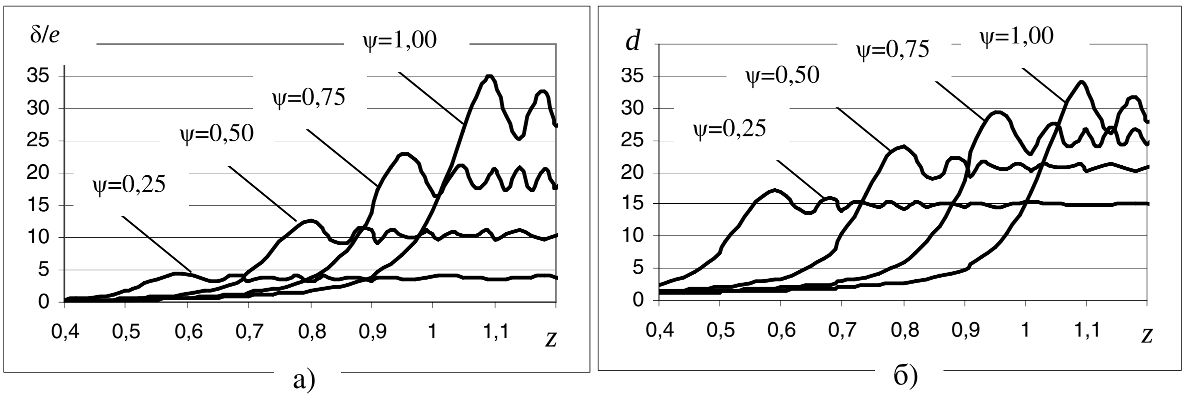


Рис. 1. *Зависимость: а) прогиба вала δ/e и б) дисбаланса системы d от $z=\omega/\Omega_0$ при n=0*

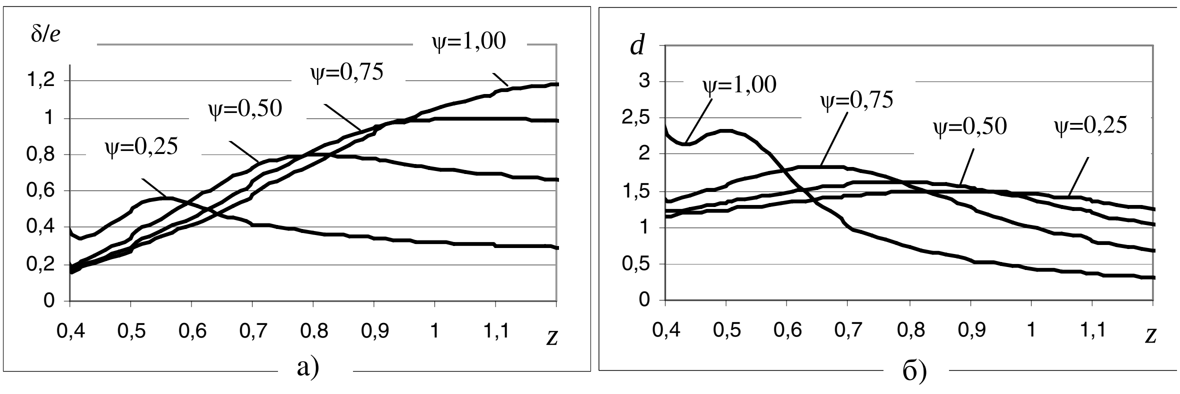
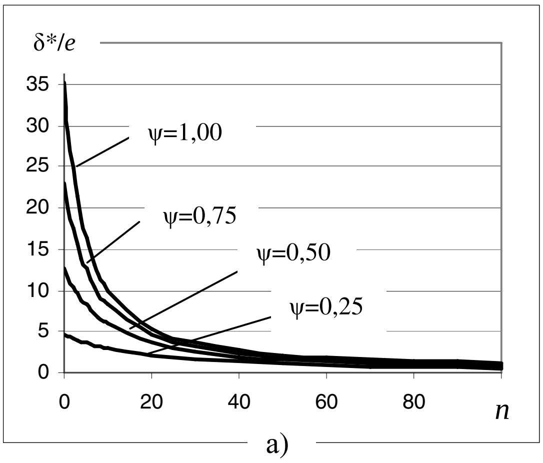


Рис. 2. *Зависимость: а) прогиба вала δ/e и б) дисбаланса системы d от $z=\omega/\Omega_0$ при n=100 с$^{-1}$*



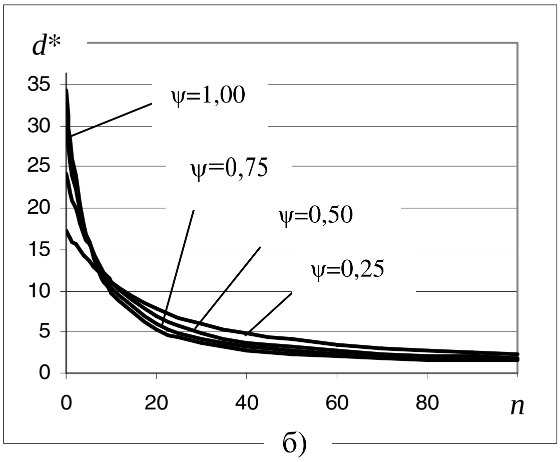


Рис. 3. *Изменение: а) максимального прогиба вала δ^*/e и б) дисбаланса системы d^* от n*

ветствует ротору без АБУ) для n=0, а на рис. 2 – для n=100 с$^{-1}$. Из этих рисунков видно, что изменения дисбаланса системы для n=0 и n=100 с$^{-1}$ резко отличаются друг от друга, так для первого случая максимальные отклонения дисбаланса системы при всех значениях ψ меньше, а для второго случая больше отклонения дисбаланса ротора без АБУ. Смена характеристики изменения дисбаланса наступает при n=5 с$^{-1}$. Прогиб вала системы при всех n меньше, чем для ротора без жидкости. Кривая при ψ=1 на рис. 1, *а*, совпадает с соответствующей кривой для чистого ротора, приведенной в [4], что подтверждает точность расчета. На рис. 3 показаны зависимости максимального прогиба вала δ^*/e и дисбалансы системы d^* от n при различных значениях ψ.

По этим кривым для каждого n можно выбрать ψ, чтобы обеспечить переход системы через критическую угловую скорость с допустимыми прогибом и дисбалансом.

Сравнивая полученные результаты с [2], заключаем, что максимальная амплитуда колебаний дисбаланса ротора с АБУ при скачкообразном переходе через резонанс значительно больше, чем в рассмотренном случае, для больших сил сопротивления (n=100 с$^{-1}$). Из сказанного следует, что жидкостное АБУ снижает критическую скорость, а при линейном нарастании и вибрацию ротора.

Выводы

1. Показано, что квадрат критической угловой скорости системы ротор – АБУ изменяется по линейному закону с уменьшением параметра ψ, характеризующего конструкцию жидкостного автобалансировочного устройства.
2. При равноускоренном нарастании угловой скорости (с переходом ее через критическую) максимальный дисбаланс системы для малых сил внешнего трения становится меньше, а для больших сил – больше дисбаланса ротора, максимальный прогиб вала при любом внешнем трении уменьшается с уменьшением параметра ψ. С увеличением угловой скорости в закритической области дисбаланс системы за счет её самоцентрирования становится меньше дисбаланса ротора.
3. Переходный процесс зависит от закона изменения угловой скорости вала. При плавном её увеличении амплитуда колебаний дисбаланса и прогиба вала меньше чем при скачкообразном процессе.
4. Результаты расчетов переходного процесса следует учитывать при конструировании жидкостного АБУ и выборе режима нарастания угловой скорости, т.к. возникающая вибрация зависит от ψ и способа перехода через резонанс.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гусаров А.А. Автобалансирующие устройства прямого действия. – М.: Наука, 2002. – 119 с.
2. Дубовик В.А., Пашков Е.Н. Нестационарное движение неуравновешенного ротора с жидкостным автобалансирующим устройством при скачкообразном изменении угловой скорости // Известия Томского политехнического университета. – 2005. – Т. 308. – № 5. – С. 123–125.
3. Андрейченко К.П. Динамика поплавковых гироскопов и акселерометров. – М.: Машиностроение, 1987. – 128 с.
4. Диментберг Ф.М. Изгибные колебания вращающихся валов. – М.: Изд-во АН СССР, 1959. – 246 с.
5. Шуп Т. Решение инженерных задач на ЭВМ. – М.: Мир, 1982. – 238 с.