

**ПРИНЦИПЫ ОПТИМИЗАЦИИ ПАРАМЕТРОВ И РЕЖИМОВ  
РЕГУЛИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЕЙ  
ПРИ ПЕРЕМЕННОЙ ЧАСТОТЕ ТОКА**

Ю. Г. МЕЩЕРЯКОВ

Представлена научным семинаром кафедр электрических машин и общей  
электротехники

В ряде установок (транспортные, строительно-дорожные и другие автономные энергетические установки, приводы с частотным регулированием скорости и т. п.) электродвигатели переменного тока работают в условиях, когда частота тока изменяется в некоторых пределах. В этом случае важно обеспечить эффективное использование двигателей во всем интервале изменения частоты.

Технико-экономические показатели серийных двигателей, применяемых при переменной частоте, получены в расчете на неизменную частоту и в общем случае не могут быть оптимальными для широкого диапазона частот. Вследствие этого возникает проблема поиска оптимального варианта технико-экономических показателей двигателя, предназначенного для работы при переменной частоте. Указанная проблема охватывает широкий круг задач, многие из которых в настоящее время только начинают рассматриваться и требуют всестороннего изучения. К их числу относятся и задачи оптимизации параметров и режимов регулирования двигателей. При решении этих задач важное значение имеют вопросы методологического характера, изучение которых дает научную основу для разработки новых эффективных методов оптимизации. В этой статье излагаются принципиальные особенности, которые должны учитываться при математической постановке указанных задач оптимизации. Они заключаются в следующем.

Поскольку двигатель при переменной частоте работает в определенном диапазоне частот, то задачи оптимизации должны ставиться таким образом, чтобы учитывались значения технико-экономических показателей двигателя на каждой рабочей частоте заданного диапазона. Частота тока (или скорость вращения) в пределах заданного диапазона может изменяться эпизодически или непрерывно, принудительно или произвольно. Количество рабочих частот может быть любым: от двух до очень большого числа. Время работы двигателя на отдельных частотах может быть распределено по всему диапазону частот равномерно или по любому другому закону. Возможны детерминированный и вероятностный случаи распределения времени. Напряжение на зажимах двигателя может устанавливаться независимо от частоты или связано с ней определенной зависимостью. При изменении частоты не остаются постоянными энергетические показатели, перегрев обмоток, перегрузочная способность, механические напряжения, степень насыщения магнитной цепи и т. п. Величина и соотношение электромагнитных нагрузок двигателя изменяются при изменении частоты в зависимости от закона

частотного регулирования и характера изменения момента на валу двигателя. Указанные факторы необходимо учитывать при оптимизации.

Оптимизация параметров и режимов работы двигателя может рассматриваться как управляемый процесс. В соответствии с теорией оптимальных процессов задачи оптимизации формулируются на основании следующих двух положений. Во-первых, эффективность оптимизации всегда выражается в виде некоторого показателя (критерия), при помощи которого можно выбрать наиболее предпочтительный вариант. Во-вторых, достижимые значения показателя эффективности ограничены обстоятельствами, препятствующими неограниченному повышению эффективности. В роли таких обстоятельств выступают условия и ограничения. Например, всегда требуется обеспечить заданные или допустимые значения напряжения, температуры обмоток, перегрузочной способности, пусковых токов и т. п.

Таким образом, задача заключается в поиске оптимального управления (одноэтапного или непрерывного), при котором критерий эффективности достигает максимума или минимума при заданных условиях и ограничениях.

В качестве критерия эффективности могут быть приняты различные экономические, энергетические, технические, эргономические и другие показатели или их совокупность. Специфика оптимизации регулируемого двигателя, работающего в комплексе с преобразователем частоты, требует поликритериальной постановки задачи. В результате оптимизации следует получить такие характеристики двигателя, которые не ухудшают технических, энергетических, весогабаритных и стоимостных показателей преобразователя частоты, а способствуют улучшению технико-экономических показателей всей электроустановки в целом. Эффективность характеристик двигателя в таком случае трудно охарактеризовать с помощью одного-единственного показателя. Требуется еще ряд дополнительных показателей, имеющих различную физическую природу. Но комплексная оценка сразу по нескольким показателям содержит элемент субъективности и, как правило, бывает очень затруднительной. Трудности решения поликритериальной задачи можно частично преодолеть путем сведения ее к задаче с единственным показателем эффективности. Для этого один показатель, имеющий главное значение, выбирается в качестве критерия эффективности, а все другие показатели вводятся в систему заданных условий и ограничений. В данном случае при оптимизации параметров и режимов регулирования двигателей целесообразно в качестве критерия эффективности принимать энергетические или экономические показатели (в зависимости от конкретных обстоятельств), а необходимые технические, технологические и другие характеристики двигателя получать путем выполнения заданных условий и ограничений.

Для двигателя, предназначенного для работы на  $N$ -частотах, критерий эффективности следует представить в виде суммы стоимостных показателей (стоимости потерь электроэнергии или общих затрат), полученных для каждой рабочей частоты тока:

$$\sigma = \sum_{n=1}^N S_n,$$

где  $S_n$  — показатель эффективности при  $n$ -ой частоте.

Показатель  $S_n$  является функцией параметров управления  $u_1, u_2, \dots, u_k$ , относительной частоты тока  $\alpha_n$  и относительной длительности работы двигателя  $\tau_n$  на частоте  $\alpha_n$ :

$$S_n = S_n(u_1, u_2, \dots, u_k; \tau_n; \alpha_n),$$

где

$$\alpha_n = \frac{f_n}{f_h}, \quad \tau_n = \frac{t_n}{T};$$

$f_n$  — абсолютное значение  $n$ -й рабочей частоты тока;  
 $f_h$  — номинальная частота двигателя;  
 $t_n$  — время работы двигателя на  $n$ -й частоте;  
 $T$  — общее время работы двигателя в заданном диапазоне частот:

$$T = \sum_{n=1}^N t_n.$$

Величины  $\tau_n$  и  $\alpha_n$  являются независимыми переменными. В общем случае для регулируемых двигателей (необязательно при переменной частоте) независимой переменной может быть скорость вращения.

В качестве параметров управления принимаются параметры, путем выбора значений которых можно улучшить показатель эффективности при сохранении перегрева, напряжения, токов, перегрузочной способности и других фазовых координат в заданных пределах. (Фазовые координаты — это то минимальное количество параметров, с помощью которого характеризуется состояние исследуемой системы). Имеет смысл, используя наличие функциональных связей, выбирать в качестве параметров управления те параметры, которые позволяют получить наиболее простое математическое решение задачи. Например, экономически целесообразно оптимизировать параметры двигателей, не изменяя их геометрических размеров, качества электротехнических материалов, типа обмоток и других элементов конструкции, которые желательно сохранить соответствующими двигателями серийного производства. В этом случае оптимизации подвергаются электромагнитные нагрузки, полезная мощность, вращающий момент, напряжение, токи и другие параметры, которые можно отнести к числу эксплуатационных или функциональных. Для асинхронных двигателей в таком случае в качестве параметров управления целесообразно принимать абсолютное скольжение, вращающий момент (и при необходимости — число витков в фазе обмотки статора).

При поиске оптимальных значений параметров управления необходимо учитывать заданный закон частотного регулирования, закон изменения вращающего момента, изменение степени насыщения магнитной цепи, изменение перегрева обмоток и другие факторы, которые могут быть заданы в форме уравнений связи или в форме допустимой области изменения параметров.

Если отвлечься от физического содержания оптимизируемых параметров и показателей эффективности и перейти к математическому описанию задачи в общем виде независимо от типа двигателя и способа регулирования скорости его вращения, то задачу оптимизации параметров и режимов регулирования двигателей можно сформулировать как задачу поиска набора оптимальных значений параметров управления  $u_1^{\text{опт}}, u_2^{\text{опт}}, \dots, u_K^{\text{опт}}$ , максимизирующую или минимизирующую критерий эффективности  $\sigma$ , принимающий определенные значения для любых величин параметров управления  $u$ , принадлежащих заданной области  $u \in U$ , фазовых координат  $y$ , принадлежащих заданной области  $y \in Y$ , и независимых переменных  $\tau$ ,  $\alpha$  при заданных уравнениях связи между  $u$ ,  $y$ ,  $\tau$ ,  $\alpha$ :

$$\sigma = \sum_{n=1}^N S_n(u_1, u_2, \dots, u_K; \tau_n; \alpha_n) \rightarrow \text{extr};$$

$$u_k \in U \text{ при } k = 1, 2, \dots, K;$$

$$y_{1n} = y_{1n}(u_1, u_2, \dots, u_K; \tau_n; d_n) \in Y \quad (1)$$

при  $1 = 1, 2, \dots, L$ ,  $n = 1, 2, \dots, N$ ;

$$\varphi_j(u_1, u_2, \dots, u_K; y_1; \tau_n; \alpha_n) = 0$$

при  $j = 1, 2, \dots, I$ ,

$K$  — количество параметров управления;

$L$  — количество фазовых координат;

$N$  — количество рабочих частот;

$J$  — количество уравнений связи.

Поставленная задача может быть решена методами нелинейного программирования.

Если число рабочих частот в заданном диапазоне велико, то можно перейти к интегральному критерию:

$$I = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} S(u_1, u_2, \dots, u_K; \tau(\alpha); \alpha) d\alpha. \quad (2)$$

Рассмотренные здесь принципы математической постановки задач оптимизации параметров электродвигателей при переменной частоте отражают общий случай, когда количество параметров управления может быть любым. Частным случаем оптимизации параметров является оптимизация режимов работы двигателя, когда отыскивается оптимальное значение одного-единственного параметра управления при заданной величине врачающего момента. Отсюда следует, что оптимизация режимов регулирования скорости вращения двигателей возможна не только путем оптимизации закона изменения параметров  $u(\alpha) \rightarrow u_{\text{опт}}(\alpha)$ , но и путем оптимизации их номинальных значений  $u \rightarrow u_{\text{опт}}$ . Оптимизация номинальных значений параметров позволит значительно повысить эффективность использования двигателей при переменной частоте.

Нетрудно показать, что задача оптимизации закона изменения параметров вытекает из общей поставленной здесь задачи оптимизации параметров. Эта задача для установившихся режимов работы двигателя соответствует частной задаче вариационного исчисления с вырожденным функционалом, решение которой при отсутствии ограничений приводит к целевой функции вида

$$\varepsilon = \varepsilon(u; \alpha).$$

Экстремальное значение этой функции находится методами дифференциального исчисления.

При оптимизации режимов регулирования двигателя следует иметь в виду, что с точки зрения технической реализации оптимального режима параметры управления могут иметь другой физический смысл, так как они выбираются из соображений получения наиболее простой и надежной системы регулирования.

В качестве примера можно рассмотреть оптимизацию режима работы асинхронного двигателя в заданном диапазоне частот  $[\alpha_1, \alpha_2]$  по интегральному критерию (2) при условии, что относительная длительность работы двигателя на отдельных частотах распределена равномерно по всему диапазону частот и что момент вращения  $M$  и абсолютное скольжение  $\beta$  остаются постоянными при изменении частоты. В качестве показателя эффективности применяется удельная величина годовых приведенных затрат, равная отношению абсолютной величины затрат к полезной мощности двигателя. Эти затраты по структуре не отличаются от затрат, приходящихся на двигатель при питании его от промышленной сети, и рассчитываются по методике, общепринятой для электрических машин. Согласно этой методике, капитальные и эксплуатационные расходы на двигатель включают стоимость двигателя и потерю электроэнергии при его эксплуатации, а также расходы, свя-

затраты с компенсацией реактивной мощности. Затраты на компенсацию реактивной мощности в определенной степени зависят от схемных особенностей источника питания (преобразователя частоты). Они оказывают сравнительно небольшое влияние на общую величину затрат, благодаря чему при оптимизации целесообразно учитывать их формально, независимо от способа компенсации, по обобщенной методике. В данном случае годовые приведенные затраты можно принять равными

$$Z_{GP} = k_n \Sigma P + k_k Q_k,$$

где  $\Sigma P$ ,  $Q_k$  — потери мощности и компенсируемая реактивная мощность;

$k_n$  — удельные годовые затраты на покрытие потерь электроэнергии, руб/квт·год;

$k_k$  — удельные годовые затраты на компенсацию реактивной мощности (взятые с учетом нормативного коэффициента экономической эффективности и годовых амортизационных отчислений), руб/квар·год.

Критерий эффективности (2) в данном случае при равномерном распределении времени работы двигателя на отдельных частотах выражается формулой

$$I = \frac{1}{\alpha_2 - \alpha_1} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \varepsilon d\alpha, \quad (3)$$

где

$$\varepsilon = \frac{Z_{GP}}{P_2} — \text{удельные годовые приведенные затраты};$$

$P_2$  — полезная мощность двигателя;

$\alpha_2$ ,  $\alpha_1$  — максимальное и минимальное значения частот в заданном диапазоне.

Показатель  $\varepsilon$  выражается через параметры  $\beta$ ,  $M$ ,  $a$ , а также параметры схемы замещения двигателя в соответствии с [1, 2]. Искомой величиной является оптимальное значение номинального скольжения  $\beta_{opt}$ , удовлетворяющее условию существования минимума критерия эффективности (3). Для расчета  $\beta_{opt}$  получена следующая формула:

$$\beta_{opt} = \sqrt{\frac{k_n \left[ h_1 \frac{\ln \frac{\alpha_2}{\alpha_1}}{\alpha_2 - \alpha_1} + h_3 + h_5 (\alpha_2 + \alpha_1) \right] + k_k h_7 \frac{\ln \frac{\alpha_2}{\alpha_1}}{\alpha_2 - \alpha_1}}{k_n \left[ h_2 \frac{\ln \frac{\alpha_2}{\alpha_1}}{\alpha_2 - \alpha_1} + h_4 + h_6 (\alpha_2 + \alpha_1) \right] + k_k h_8 \frac{\ln \frac{\alpha_2}{\alpha_1}}{\alpha_2 - \alpha_1}}},$$

где

$$h_1 = m_1 r_1' c_1 r_2'^2; \quad h_2 = m_1 r_1' c_1 x_{02}^2 + m_1 r_2' c_2;$$

$$h_3 = k_f f_h c_3 r_2'^2; \quad h_4 = k_f f_h c_3 x_2'^2;$$

$$h_5 = \frac{1}{2} k_B f_h^2 c_3 r_2'^2; \quad h_6 = \frac{1}{2} k_B f_h^2 c_3 x_2'^2$$

$$h_7 = m_1 c_1 r_2'^2 [\alpha_2 (x_1 + x_0) - r_1' \operatorname{tg} \varphi_0] - r_2'^2 h_9;$$

$$h_8 = m_1 c_1 x_{02}^2 (\alpha_2 x_1 - r_1' \operatorname{tg} \varphi_0) + m_1 c_2 (\alpha_2 x_2' - r_2' \operatorname{tg} \varphi_0) +$$

$$+ x_2'^2 (m_1 c_1 \alpha_2 x_0 - h_9);$$

$$x_{02} = x_0 + x_2'; \quad r_1' = r_1 + r_\theta;$$

$$h_9 = c_3 f_H \alpha_2 \operatorname{tg} \varphi_0 (k_r + k_b f_H \alpha_2);$$

$$c_1 = \frac{\omega_{1H}}{m_1 r_2' x_0^2}; \quad c_2 = \frac{\omega_{1H}}{m_1 r_2'};$$

$$c_3 = \frac{\omega_{1H}}{(c_E f_H)^2 m_1 r_2'}; \quad c_E = 4,44 \text{ kW}_1 W_1,$$

$k_r$ ,  $k_b$  — коэффициенты потерь в стали от пистерезиса и вихревых токов;

$m_1$  — число фаз;

$r_d$  — коэффициент добавочных потерь;

$\operatorname{tg} \varphi_0$  — тангенс угла сдвига фаз, который должен быть обеспечен в электроустановке по экономическим соображениям [3, 4];

$\omega_{1H}$  — номинальная синхронная скорость вращения магнитного поля.

Через  $r$  и  $x$  обозначены активные и индуктивные сопротивления схемы замещения двигателя в соответствии с [1].

Для двигателя А02-42-4 переход на оптимальное регулирование с  $\beta = \beta_{\text{опт}}$  в диапазоне  $\alpha_1 - \alpha_2 = 0,1 - 1$  сопровождается сокращением интегральной величины годовых приведенных затрат примерно на 10% по сравнению с работой двигателя с неоптимизированным номинальным скольжением.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Булгаков. Частотное управление асинхронными электродвигателями. М., «Наука», 1955.
2. Ю. Г. Мещеряков. Повышение коэффициента мощности асинхронного двигателя с регулируемой частотой. Известия вузов, «Энергетика», 1973, № 1.
3. И. Н. Чарахчян, А. П. Воскресенский. Методика технико-экономической оценки и выбора оптимальных асинхронных электродвигателей общего применения. Труды ВНИИЭМ, т. 7, ЦНИТИ, М., 1959.
4. П. Г. Грудинский, Л. В. Литвак. Определение оптимального коэффициента мощности промышленных электроустановок. «Электричество», 1960, № 10.