

ВЫВОД ФОРМУЛЫ ПРИТОКА В ГИДРОДИНАМИЧЕСКИ НЕСОВЕРШЕННУЮ СКВАЖИНУ

Л. А. ПУХЛЯКОВ

(Представлена научным семинаром кафедры высшей математики)

В настоящей статье рассматривается приток в скважину, обсаженную обсадной колонной, зацементированную и проперфорированную с определенной плотностью. Область дренирования такой скважины можно разделить на две зоны: внешнюю и внутреннюю, или зону влияния отверстий. В первой из этих зон отдельные струи потока движутся как бы по радиусам плоского круга к его центру, через который проходит ось скважины. Различные характеристики потока в этой зоне могут быть рассчитаны по формуле Дюпюи, которую можно записать в следующем виде

$$P_0 - P_1 = \frac{Q_{\text{пл}} \mu}{2\pi k h} \ln \frac{R}{r+s}, \quad (1)$$

где P_0 — пластовое давление в ати, P_1 — давление на границе зоны влияния отверстий в ати, $Q_{\text{пл}}$ — приток в скважину в пластовых условиях в см³/сек, μ — вязкость нефти в пластовых условиях в сантипуазах, k — проницаемость пласта в дарси, h — мощность пласта в см, R — радиус влияния скважины в см, r — радиус скважины в см и s — средний радиус влияния отверстий, т. е. половина расстояния между соседними отверстиями в см.

В зоне влияния отверстий отдельные струи потока движутся как бы вдоль радиусов шаров к их центрам. Для характеристики различных параметров потока формула Дюпюи здесь непригодна ни в чистом виде, ни с поправками В. И. Щурова, которыми рекомендуют пользоваться И. М. Муравьев и др. [1, стр. 164—168; 2, стр. 137—140].

Дело в том, что названные поправки, или коэффициенты, вводятся в формулу таким образом, что их влияние распространяется на всю область дренирования, между тем законы движения жидкости в разных зонах данной области различны.

Более точной в данном отношении является формула, выведенная автором в содружестве с М. В. Самойловой [3]. Одна из частей данной формулы характеризует зону влияния отверстий, или внутреннюю зону, а вторая внешнюю. Однако та часть названной формулы, которая характеризовала зону влияния отверстий, содержала в себе поправочный коэффициент φ определенный приближенно без достаточного математического обоснования. Попытка обосновать математически, а затем и определить его с достаточной точностью и привела к тому, что была выведена новая предлагаемая ниже формула притока в гидроди-

намически несовершенную скважину. Вывод формулы производился в следующем порядке.

Прежде всего была определена площадь фильтрации потока F_ϕ на некотором расстоянии от отверстия в колонне. Она выражается следующим соотношением

$$F_\phi = 4\pi r^2 - F_v. \quad (2)$$

где $4\pi r^2$ — поверхность сферы радиуса r и F_v — площадь выреза, сделанного в этой сфере обсадной колонной. Для расчета последней из этих величин берется одна четверть ее в верхней половине данного выреза (рис. 1-а) и в ее пределах выделяется горизонтальная полоска шириной $r d\alpha$, где α — угол между образующей колонны и радиусом сферы, проведенным от центра отверстия к любой точке на сфере (угол $\angle AOB$ на рис. 1).

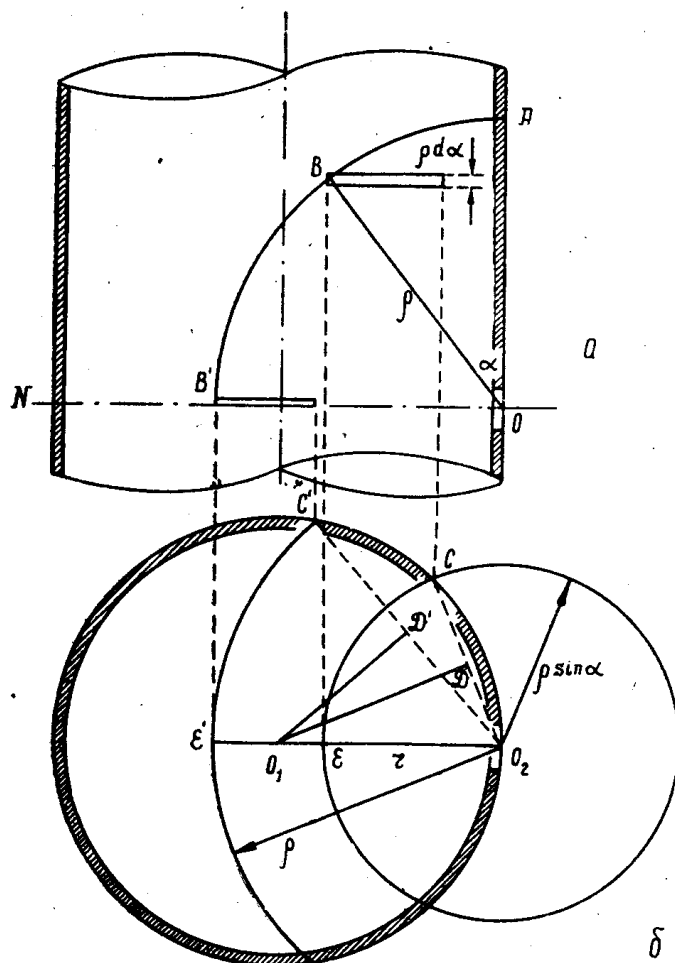


Рис. 1. Элементы, определяющие площадь выреза в сфере, очерченной радиусом r вокруг отверстия в обсадной колонне радиуса r наружной поверхностью этой колонны: а — вид сбоку (обсадная колонна в продольном разрезе); б — вид сверху (обсадная колонна в поперечном разрезе).

Чтобы выразить длину данной полоски, рассечем колонну и выбранную нами сферу плоскостью, перпендикулярной оси скважины (для простоты рассуждений скважину будем считать вертикальной, а плос-

кость горизонтальной). В сечении мы получаем две пересекающиеся окружности (рис. 1-б), часть одной из которых (дуга СЕ) будет соответствовать интересующей нас полоске. Длину ее в сечении, проходящем через центр отверстия в колонне (сечение ON на рис. 1-а) можно выразить через радиус выбранной сферы ρ и арккосинус угла $D'O_1O_2$ (рис. 1-б) или соотношением

$$l' = \rho \arccos \frac{\rho}{2r}. \quad (3)$$

Если же выбрать сечение, проходящее выше отверстия в колонне, например, в плоскости выбранной нами полоски то длина рассматриваемой дуги выразится через арккосинус угла DO_1O_2 , или соотношением

$$l = \rho \cdot \sin \alpha \cdot \arccos \frac{\rho \cdot \sin \alpha}{2r}. \quad (4)$$

Таким образом, площадь выбранной нами полоски можно выразить соотношением

$$\frac{1}{4} dF_{\theta} = \rho \cdot \sin \alpha \cdot \arccos \left(\frac{\rho \cdot \sin \alpha}{2r} \right) \cdot \rho d\alpha, \quad (5)$$

интегрируя которое в пределах $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, получаем

$$\frac{1}{4} F_{\theta} = \rho^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \alpha \cdot \arccos \left(\frac{\rho \cdot \sin \alpha}{2r} \right) d\alpha. \quad (6)$$

Для удобства интегрирования разложим содержащийся в подинтегральном выражении арккосинус. В итоге выражение (6) принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} F_{\theta} = \rho^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \alpha \left[\frac{\pi}{2} - \left(\frac{\rho}{2r} \sin \alpha + \frac{1}{2 \cdot 3} \cdot \frac{\rho^3}{8r^3} \sin^3 \alpha + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 5} \frac{\rho^5}{32r^5} \sin^5 \alpha + \dots \right) \right] d\alpha \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} F_{\theta} = \rho^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{\pi}{2} \sin \alpha - \frac{\rho}{2r} \sin^2 \alpha - \frac{\rho^3}{48r^3} \sin^4 \alpha - \right. \\ \left. - \frac{3}{1280} \frac{\rho^5}{r^5} \sin^6 \alpha - \dots \right) d\alpha \end{aligned} \quad (8)$$

Интегрируя выражение (8) в заданных пределах, получаем

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} F_{\theta} = \rho^2 \left[\frac{\pi}{2} (-\cos \alpha) - \frac{\rho}{2r} \left(\frac{1}{2} \alpha - \frac{1}{4} \sin 2\alpha \right) - \frac{\rho^3}{48r^3} \left(\frac{3}{8} \alpha - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{4} \sin 2\alpha + \frac{1}{32} \sin 4\alpha \right) - \frac{3}{1280} \frac{\rho^5}{r^5} \left(\frac{\sin^5 \alpha \cdot \cos \alpha}{6} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{5 \cdot 3}{6 \cdot 8} \alpha - \frac{5}{6 \cdot 4} \sin 2\alpha + \frac{5}{6 \cdot 32} \sin 4\alpha \right) \right] \Bigg|_0^{\frac{\pi}{2}} \end{aligned} \quad (9)$$

Наконец, подставляя в выражение (9) заданные значения и производя соответствующие сокращения, получаем

$$\frac{1}{4}F_s = \rho^2 \left[\frac{\pi}{2}(-0+1) - \frac{\rho}{2r} \frac{\pi}{2} - \frac{\rho^3}{48r^3} \cdot \frac{3}{8} \frac{\pi}{2} - \frac{3}{1280} \frac{\rho^5}{r^5} \cdot \frac{5}{6} \frac{\pi}{2} \right] \quad (10)$$

откуда полная площадь интересующего нас выреза выразится соотношением

$$F_s = 2\pi \left(\rho^2 - \frac{\rho^3}{4r} - \frac{\rho^5}{128r^3} - \frac{3}{4096} \frac{\rho^7}{r^5} - \dots \right) \quad (11)$$

Пользуясь полученным выражением (11), а также выражением (2), можно получить площадь фильтрации в зоне влияния отдельного отверстия на любом расстоянии от него. Она выражается соотношением

$$F_\varphi = 2\pi \left(\rho^2 + \frac{\rho^3}{4r} + \frac{\rho^5}{128r^3} + \frac{3}{4096} \frac{\rho^7}{r^5} + \dots \right) \quad (12)$$

Теперь мы имеем возможность составить исходное выражение для определения перепада давлений в зоне влияния отдельного отверстия. Оно оказывается следующим

$$dP = \frac{Q_{пл} \mu}{nk2\pi \left(\rho^2 + \frac{\rho^3}{4r} + \frac{\rho^5}{128r^3} + \frac{3}{4096} \frac{\rho^7}{r^5} + \dots \right)} d\rho \quad (13)$$

где n — число отверстий в колонне.

Выражение это является неудобным для интегрирования, так как в знаменателе его имеется многочлен, содержащий переменное, по которому производится интегрирование. Приводя его к виду, удобному для интегрирования, получаем

$$dP = \frac{Q_{пл} \mu}{n2\pi k} \left(\frac{1}{\rho^2} - \frac{1}{4\rho r} + \frac{1}{16r^2} - \frac{3}{128r^3} \rho + \frac{1}{128} \frac{\rho^2}{r^4} - \frac{13}{4096r^5} \rho^3 + \frac{17}{16384} \frac{\rho^4}{r^5} - \frac{3}{8192} \frac{\rho^5}{r^7} + \dots \right) d\rho \quad (14)$$

Интегрируя выражение (14) в пределах $\lambda < \rho < s$ получаем

$$P_1 - P_2 = \frac{Q_{пл} \mu}{n2\pi k} \left(\frac{1}{-\rho} - \frac{1}{4r} \ln \rho + \frac{\rho}{16r^2} - \frac{3}{128 \cdot 2} \frac{\rho^2}{r^3} + \frac{1}{128 \cdot 3} \frac{\rho^3}{r^4} - \frac{13}{4096 \cdot 4} \frac{\rho^4}{r^5} + \frac{17}{16384 \cdot 5} \frac{\rho^5}{r^5} - \frac{3}{8192 \cdot 6} \frac{\rho^6}{r^7} \right) \Bigg|_{\lambda}^s \quad (15)$$

Наконец, подставляя в выражение (15) в качестве пределов сначала s , а затем λ , а также производя соответствующие преобразования коэффициентов и добавляя к полученному результату правую часть выражения (1), находим формулу притока в гидродинамически несовершенную скважину

$$P_0 - P_{заб} = \frac{Q_{пл} \mu}{n2\pi k} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{s} - \frac{0,25}{r} \ln \frac{s}{\lambda} + 0,0625 \frac{s-\lambda}{r^2} - 0,0117187 \frac{s^2-\lambda^2}{r^3} + 0,0026042 \frac{s^3-\lambda^3}{r^4} - 0,0007935 \frac{s^4-\lambda^4}{r^5} + 0,0002075 \frac{s^5-\lambda^5}{r^6} - 0,0000610 \frac{s^6-\lambda^6}{r^7} + \dots + \frac{n}{h} \ln \frac{R}{r+s} \right) \quad (16)$$

где λ — радиус отверстия в колонне в см, h — мощность пласта в см, $Q_{пл}$ — приток в пластовых условиях в см³/сек, определяемый по формуле.

$$Q_{пл} = \frac{1000000 Q b}{86400} \quad (17)$$

где коэффициент 1000000 означает количество см³ в м³, 86400 — количество секунд в сутках, Q — общий приток в скважину в поверхностных условиях в м³/сут., b — объемный коэффициент нефти, т. е. отношение ее объема в пластовых условиях к объему в поверхностных условиях, n — число отверстий в фильтре и $P_{\text{заб}}$ — забойное давление в ати. Остальные буквы объяснены при описании формулы (1), (30) и (31).

Для удобства пользования формулой (16) рекомендуется последний член заключенной в скобки части ее именовать геометрической характеристикой зоны радиально-плоскостного потока, а первые две — геометрической характеристикой зоны влияния отверстия.

Формула (16) справедлива при условии, что радиус влияния отверстия s не превышает $2r$. В противном случае выражение

$$\arccos \frac{\rho \sin \alpha}{2r},$$

являющееся составной частью соотношения (4) и др., не будет иметь смысла. Одновременно нарушается и второе условие. При получении выражения (10) в качестве верхнего предела интегрирования мы брали $\frac{\pi}{2}$. Если же у нас радиус влияния отверстия s будет превышать $2r$, то нижний край выреза, сделанного цилиндром в сфере, будет удален от самой верхней точки его не на 90°, а на несколько меньшую величину, определяемую соотношением

$$\alpha_{\text{max}} = \arcsin \frac{2r}{\rho}. \quad (18)$$

В связи с этим в подобных случаях зону влияния отверстий рекомендуется представлять в виде двух частей: первая ограничивается радиусом, равным диаметру скважины ($2r$), и вторая это часть, лежащая за пределами $2r$. Геометрическая характеристика первой из них приблизительно может быть выражена соотношением

$$G_1 = \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{2r} - \frac{0,25}{r} \ln \frac{2r}{\lambda} + 0,0625 \frac{2r}{r^2} - 0,0117187 \frac{4r^2}{r^3} + \\ + 0,0026042 \frac{8r^3}{r^4} - 0,0007935 \frac{16r^4}{r^5} + 0,0002075 \frac{32r^5}{r^6} - 0,000061 \frac{64r^6}{r^7} \quad (19)$$

или после соответствующих преобразований

$$G_1 = \frac{1}{\lambda} - \frac{0,411}{r} - \frac{0,25}{r} \ln \frac{2r}{\lambda}. \quad (20)$$

Что касается геометрической характеристики второй части, то для ее определения следует принять во внимание, во-первых, то, что выражение площади выреза при $\rho > 2r$ очень сложно, и во-вторых, то, что величина этой площади изменяется в весьма ограниченных пределах. А именно, при $\rho = 2r$, согласно формуле (11)

$$F_s = 4\pi r^2 \left(1 - \frac{11}{64}\right)$$

или

$$F_s = 3,31 \pi r^2 \quad (21)$$

и при $\rho \rightarrow \infty$

$$F_s = 2\pi r^2. \quad (22)$$

Поэтому для практического использования величину выреза можно принять постоянной и выражать соотношением

$$F_s = 3\pi r^2. \quad (23)$$

Максимальное значение ошибки в определении перепада давлений при таком допущении не превышает 0,2%. Таким образом, исходное выражение для определения перепада давлений во второй части зоны влияния отверстий выразится соотношением

$$dP = \frac{Q_{пл} \mu}{n k (4\pi \rho^2 - 3\pi r^2)} d\rho, \quad (24)$$

которое приводится к виду

$$dP = \frac{Q_{пл} \mu}{n 4\pi k \left(\rho^2 - \frac{3}{4} r^2 \right)} d\rho$$

$$dP = \frac{Q_{пл} \mu}{n 4\pi k} \left(\frac{1}{\rho^2} + \frac{3}{4} \frac{r^2}{\rho^4} + \frac{9}{16} \frac{r^4}{\rho^6} \right) d\rho. \quad (25)$$

Интегрируя выражение (25) в пределах $2r < \rho < s$, получаем

$$P_1 - P_2 = \frac{Q_{пл} \mu}{n 4\pi k} \left(-\frac{1}{\rho} - \frac{r^2}{4\rho^3} - \frac{9}{16 \cdot 5} \frac{r^4}{\rho^5} \right) \Bigg|_{2r}^s$$

$$P_1 - P_2 = \frac{Q_{пл} \mu}{n 4\pi k} \left(\frac{1}{2r} - \frac{1}{s} - \frac{r^2}{4s^3} + \frac{r^2}{4 \cdot 8 \cdot r^3} - \frac{9}{16 \cdot 5} \frac{r^4}{s^5} + \frac{9}{16 \cdot 5 \cdot 32} \frac{r^4}{r^5} \right)$$

или, вводя в скобки множитель $\frac{1}{2}$ и производя соответствующие преобразования

$$P_1 - P_2 = \frac{Q_{пл} \mu}{n 2\pi k} \left(\frac{0,25}{r} - \frac{0,5}{s} - 0,125 \frac{r^2}{s^3} + 0,015625 \frac{1}{r} - 0,05625 \frac{r^4}{s^5} + \frac{0,0017578}{r} \right) \quad (26)$$

Таким образом, геометрическая характеристика рассматриваемой части выразится соотношением

$$G_2 = 0,26738 \frac{1}{r} - \frac{0,5}{s} - 0,125 \frac{r^2}{s^3} - 0,05625 \frac{r^4}{s^5}. \quad (27)$$

Геометрическая характеристика внешней зоны, как вытекает из сказанного выше, выражается соотношением

$$G_3 = \frac{n \mu}{h} \ln \frac{R}{r+s}$$

В итоге полный перепад давлений в скважине с малой плотностью перфорации (при $s > 2r$), принимая во внимание выражение (20), оказывается равным

$$P_0 - P_{заб} = \frac{Q_{пл} \mu}{n 2\pi k} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{0,14362}{r} - \frac{0,25}{r} \ln \frac{2r}{\lambda} - \frac{0,5}{s} - 0,125 \frac{r^2}{s^3} - 0,05625 \frac{r^4}{s^5} + \frac{n}{h} \ln \frac{R}{r+s} \right). \quad (28)$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основное назначение выведенных формул (16) и (28) — это определение проницаемости пластов по притокам в скважины на установившихся режимах, прежде всего по результатам испытаний скважин, которые проводятся в процессе вызова притока в них. Кроме того, данные формулы можно использовать для определения давления в

различных точках пласта, для установления зависимости между плотностью перфорации и притоком в скважины и других целей. При этом формула (16) может применяться лишь в случаях высокой плотности перфорации скважин, а формула (28) при низкой. Работу эту рекомендуется вести в следующем порядке.

1. Определяется мощность пласта на одно отверстие. Расчет ведется по формуле $h' = \frac{h}{n}$, (29)

где h — общая мощность пласта, или длина интервала перфорации в см, n — число отверстий в данном интервале перфорации.

2. Определяется радиус влияния отверстия, который, как отмечалось выше, равен половине среднего расстояния между отверстиями. При этом, если мощность пласта на одно отверстие h' не превышает 1,27 диаметра, или 2,55 радиуса скважины, расчет ведется через площадь на одно отверстие, то есть по формуле.

$$s = 0,5 \sqrt{2\pi r \frac{h}{n}} \quad (30)$$

и определение перепада давлений ведется по формуле (16).

Если же мощность на одно отверстие превышает 1,27 диаметра скважины, расчет ведется по принципу среднего квадратичного, то есть по формуле

$$s = 0,5 \sqrt{\left(\frac{h}{n}\right)^2 + \left(\frac{2\pi r}{3}\right)^2}, \quad (31)$$

и перепад давлений определяется по формуле (28).

ЛИТЕРАТУРА

1. И. М. Муравьев, Р. С. Андриасов, Ш. К. Гиматулинов, Г. Л. Говорова, В. Т. Полозков. Разработка и эксплуатация нефтяных и газовых месторождений. «Недра», 1965.
2. И. М. Муравьев, Р. С. Андриасов, Ш. К. Гиматулинов, Г. Л. Говорова, В. Т. Полозков. Разработка и эксплуатация нефтяных и газовых месторождений. Изд-во «Недра», 1970.
3. Л. А. Пухляков, М. В. Самойлова. К вопросу притока нефти в гидродинамически несовершенную скважину. Известия ТПИ, т. 196, 1969.

