

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРОПРОВОДНОСТИ
МЕТОДОМ СФЕРИЧЕСКИХ ТЕПЛОВЫХ ВОЛН****Сообщение I**

Э. И. ГОНЧАРОВ, Л. Г. ФУКС

(Представлена кафедрой теоретической и общей теплотехники)

В настоящее время большое значение имеют способы определения теплофизических коэффициентов, основанные на анализах температурного поля образца, помещенного в среду с периодически изменяющейся температурой. Такая задача на распространение тепловых волн дает возможность сравнительно простого и точного определения температуропроводности образца без измерения теплового потока.

Первым, использовавшим принцип периодического нагрева и охлаждения стержня для определения его теплофизических свойств, был Ангстрем [3]. В дальнейшем его метод подвергался значительным усовершенствованиям. Вебер [4] развил идеи Ангстрема, используя тепловые волны в коротких образцах при одновременном периодическом нагреве обоих концов стержня. Идентичной методикой пользовался Кинг [5], работая с образцами, выполненными в виде стержней, и определяя коэффициент температуропроводности по сдвигу фаз между температурами в двух точках вдоль стержня. В дальнейшем многие исследователи [13, 14, 18, 17, 19] применяли способ Ангстрема, используя его для самых различных веществ, вплоть до жидких металлов.

Экспериментальное определение теплофизических коэффициентов при помощи плоских температурных волн было проведено И. Тадокоро [20], Е. Швидковским [6], Е. Кравчуком [9] и в самое последнее время О. Краевым и А. Стельмахом [21], а также З. Геллером и Е. Ковальским [11]). При этом использовались самые различные способы нагрева образцов, включая электронный. Примечательным обстоятельством является то, что способ температурных волн дает возможность работать до весьма высоких температур.

Широкое распространение в современном эксперименте получили опытные установки, использующие теоретические предпосылки, найденные для радиальных тепловых волн. В. Водичка [10] дал теоретический анализ используемый далее в работах Ван Зи и Бабкока [15], А. Гордова [8] и серии исследований, выполненных Ю. Кириченко [7]. На основании этого метода создается образцовая аппаратура для определения температуропроводности до 700°C с ближайшей перспективой увеличения границ измерения до 1500°C [12]. Для полноты характеристики последнего способа нужно указать на подробное исследование

ошибок эксперимента, проведенное Ф. Хорном и И. Вильски [16], и точности измерений, сделанное Ю. Кириченко [7].

Нам не удалось обнаружить в литературе указаний на использование методики тепловых волн для определения температуропроводности образцов шаровой формы, которая в ряде случаев может оказаться удачной. В шаровых образцах, выполненных из твердых материалов, легко обеспечиваются необходимые граничные условия. Жидкость, заполняя шаровой объем, может быть исследована при помощи тепловых волн, так как влияние конвекции при правильном выборе параметров опыта будет минимальным. Определение температуропроводности образцов шаровой формы можно производить в широкой области температур и с материалами самых различных физических свойств. Некоторые затруднения возникают при проектировании нагревательных устройств, обеспечивающих периодическое изменение температуры, а также при монтаже внутренних измерителей температуры. Эти трудности удастся преодолеть рациональной конструкцией элементов опытной установки.

Теория метода

Если шар, имеющий в начальный момент постоянную температуру, поместить в среду, температура которой изменяется по простому гармоническому закону, то через некоторое время [1] температура каждой точки шара будет колебаться с той же частотой. Нагревая шар достаточно долго, можно рассматривать более простую задачу, в которой закон изменения температуры поверхности шара задан гармонической функцией:

$$\vartheta = A_R \sin \omega \tau. \quad (1)$$

Первоначальная температура шара равна нулю. При этом, как показано в [2], распределение температур в шаре после длительного нагрева изображается функцией:

$$\vartheta = A_R \frac{RA}{r} \sin(\omega \tau + \varphi). \quad (2)$$

Здесь обозначено:

$$A = \left| \frac{\text{Sh} \left(\sqrt{\frac{\omega i}{a}} r \right)}{\text{Sh} \left(\sqrt{\frac{\omega i}{a}} R \right)} \right|, \quad (3)$$

$$\varphi = \arg \left\{ \frac{\text{Sh} \left(\sqrt{\frac{\omega i}{a}} r \right)}{\text{Sh} \left(\sqrt{\frac{\omega i}{a}} R \right)} \right\}, \quad (4)$$

ω — круговая частота колебаний,
 a — коэффициент температуропроводности,
 r — текущий радиус шара,
 A_R — амплитуда температуры на поверхности шара,
 R — внешний радиус.

Получив в опыте зависимость температуры двух точек шара от времени, можно определить температуропроводность, пользуясь выражениями (3) либо (4).

В эксперименте обычно удобно расположить одну точку измерения на поверхности шара, а другую в центре. Для определения расчетных

зависимостей проведем следующие преобразования. Действительную и мнимую части гиперболических функций, входящих в выражения (3) и (4), выразим через гиперболо-тригонометрические функции

$$A_s(Z) = \operatorname{Sh} \frac{Z}{\sqrt{2}} \cdot \operatorname{Cos} \frac{Z}{\sqrt{2}},$$

$$B_s(Z) = \operatorname{Ch} \frac{Z}{\sqrt{2}} \cdot \operatorname{Sin} \frac{Z}{\sqrt{2}}.$$

Здесь и далее обозначено

$$Z = \sqrt{\frac{\omega}{a}} R, \quad Z_r = \sqrt{\frac{\omega}{a}} r.$$

Модуль функции (3) в этом случае запишется в виде

$$A = \left\{ \frac{A_s^2(Z_r) + B_s^2(Z_r)}{A_s^2(Z) + B_s^2(Z)} \right\}^{1/2}. \quad (5)$$

Повторив ту же постановку, определяем аргумент функции (4)

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{A_s(Z) \cdot B_s(Z_r) - A_s(Z_r) \cdot B_s(Z)}{A_s(Z) \cdot A_s(Z_r) + B_s(Z) \cdot B_s(Z_r)}. \quad (6)$$

Найдем выражение для амплитуды и угла сдвига в центре шара. Учитывая, что

$$A'_s(0) = B'_s(0) = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

имеем для амплитуды в центре

$$\frac{A_0}{A_R} \frac{Z}{\sqrt{A_s^2(Z) + B_s^2(Z)}} = \frac{Z}{\sqrt{\operatorname{Sh}^2 \frac{Z}{\sqrt{2}} + \operatorname{Sin}^2 \frac{Z}{\sqrt{2}}}}. \quad (7)$$

При этом угол сдвига равен

$$\varphi_0 = \operatorname{arctg} \frac{A_s(Z) - B_s(Z)}{A_s(Z) + B_s(Z)}. \quad (8)$$

Из полученных зависимостей (7) или (8) вычисляются коэффициенты температуропроводности по отношению амплитуд и угла сдвига температур в центре и на поверхности шара. Эти выражения могут быть использованы для определения и взаимной проверки. Наиболее удобным способом нахождения величины Z из трансцендентных уравнений (7) и (8) является графический, хотя в некоторых случаях возможно несколько упростить вид этих уравнений. Графики функций (7) и (8) приведены на рис. 1.

Определение оптимальных условий опыта

Метод сферических тепловых волн позволяет определять коэффициент температуропроводности различных образцов в широком интервале температур. Однако точность, или точнее — чувствительность, метода в сильной степени зависит от условий проведения опыта. Как видно из рис. 1, начальные участки кривых 1 и 2 до значений $Z = 1,0 \div 1,5$ использовать вряд ли целесообразно из-за слабой зависимости угла сдвига и особенно отношения амплитуд от параметра Z .

Переходить к большим значениям параметра также неудобно, так как амплитуда в центральной части образца быстро затухает.

Определим оптимальное значение параметра Z , обеспечивающее наибольшую чувствительность метода. В опыте находится угол сдвига

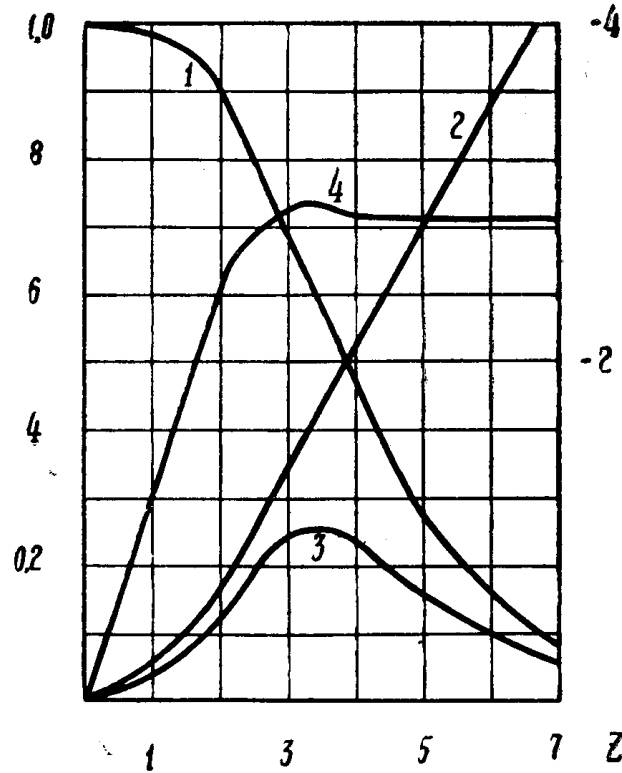


Рис. 1. На рисунке изображены зависимости:

1 — $(A_0/A_R) = f_1(z)$; 2 — $\varphi_0 = f_2(z)$;
3 — $(A_0/A_R)' = f_3(z)$; 4 — $(\varphi_0)' = f_4(z)$

* — ординаты для кривой 2

φ_0 либо отношение A_0/A_R а затем по формулам (8) и (7) вычисляется Z . Из последнего определяется температуропроводность образца.

Производная φ_0' по Z из (8) равна

$$\varphi_0' = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\sin \frac{Z}{\sqrt{2}} \cdot \cos \frac{Z}{\sqrt{2}} - \operatorname{Sh} \frac{Z}{\sqrt{2}} \cdot \operatorname{Ch} \frac{Z}{\sqrt{2}}}{\operatorname{Sh}^2 \frac{Z}{\sqrt{2}} + \sin^2 \frac{Z}{\sqrt{2}}} \quad (9)$$

Ошибка в определении параметра Z будет тем меньше, чем больше абсолютное значение производной (9).

Продифференцировав (9) и приравняв производную нулю, найдем уравнение для определения экстремальных значений

$$\operatorname{th}^2 \frac{Z}{\sqrt{2}} = \operatorname{tg}^2 \frac{Z}{\sqrt{2}} \quad (10)$$

Это уравнение имеет, как известно, бесконечное число трансцендентных корней, первые из которых с точностью до трех знаков будут:

$$Z_1 = 3,34; Z_2 = 5,56; Z_3 = 7,78; Z_4 = 10,0 \text{ и т. д.}$$

Возвратимся к уравнению (7). Взяв производную по Z , получим

$$\frac{d}{dZ} \frac{A_0}{A_R} = \frac{1 - Z \frac{A_s(Z) \cdot A'_s(Z) + B_s(Z) \cdot B'_s(Z)}{A_s^2(Z) + B_s^2(Z)}}{[A_s^2(Z) + B_s^2(Z)]^{1/2}} \quad (11)$$

Произведя аналогичные рассуждения, определим, что абсолютное значение выражения (11) имеет максимум при $Z = 3,34$. Значения производных приведены на рис. 1, кривые 3 и 4.

Таким образом, величина параметра $Z = 3,34$ или, что то же самое, критерия Предводителя

$$Pd = 11,15$$

в опыте будет оптимальной, с точки зрения наибольшей чувствительности метода. Из рис. 1 видно, что другие значения корней уравнения (10) для эксперимента не пригодны, так как с увеличением Z амплитуды резко затухают и значительно уменьшается точность отсчетов. При $Z = 5,56$, например, отношение составляет около 0,15.

Выводы

Метод сферических температурных волн может быть использован для определения коэффициента теплопроводности образцов. При этом для достижения наибольшей чувствительности опыта проводить эксперимент нужно при оптимальных условиях, определяемых величиной критерия Предводителя, равной 11,15.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. В. Лыков. Теория теплопроводности, ГТТЛ, М., 1952.
2. Г. Карлслюу, Д. Егер. Теплопроводность твердых тел, «Наука», М., 1964.
3. А. I. Angström. «Annalen der Physik u. Chem.», 123, (1864), 628.
4. Н. F. Weber. «Annalen d. Phys. u. Chem.», 146, (1872), 257.
5. R. W. King. «Physical Review», (2), (1915), 6, 77, 437.
6. Е. Г. Швидковский. «Журнал технической физики», 8, 935, (1938).
7. Ю. А. Кириченко. «Измерительная техника» № 5, 29, (1960).
8. А. Н. Гордов. «Труды ВНИИП», вып. 35 (95), 129, (1958).
9. Е. М. Кравчук. «Наукови зап. Київського держ. пед. ін-та», 90, (1957).
10. V. Vodicka. «Appl. Scienc. Research», 5, (1955), 268.
11. Г. И. Геллер, Е. Ф. Ковальский. Известия вузов — Энергетика, III, № 3, (1964).
12. Б. Н. Олейник. «Труды ВНИИМ», вып. 76(136), 123, (1965).
13. Л. А. Пигальская, Л. П. Филиппов. «Теплофизика высоких температур», 2, (1964), 558.
14. Р. П. Юрчак, Л. П. Филиппов. «Заводская лаборатория», 31, 1142, (1965).
15. A. F. Van Zee. «Journal of the Amer. Ceramic Soc. C. L. Babcock», 34, (1951), № 8, 244.
16. F. Horn, M. Wilski. «Chemie — Ingenieur Technik», 35, (1963), 19.
17. J.—C. Perron. «Comt. rend. l'Académie d. sci.», 244 (1957), 891.
18. H. C. Bryant. «Amer. Journ. of Physics», 31 (1963), 325.
19. И. И. Руднев, В. С. Ляшенко, М. Д. Абрамович. «Атомная энергия», II, (1961), № 3, 230.
20. Y. Tadokoro. «Scient. Rep. Tohoku Univers.», ser I, 10, (1922), 340.
21. О. Краев, А. Стельмах. «Теплофизика высоких температур», I, (1963), № 1.