ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

Том 113 1960

УПРОЩЕННЫЕ СПОСОБЫ УРАВНИВАНИЯ ПОДЗЕМНОГО СОЕДИНИТЕЛЬНОГО ПОЛИГОНА ПРИ ОРИЕНТИРОВКЕ ЧЕРЕЗ ДВА ВЕРТИКАЛЬНЫХ ШАХТНЫХ СТВОЛА И КРИТЕРИИ ИХ ПРИМЕНЕНИЯ

В. И. АКУЛОВ

(Представлено научным семинаром кафедр маркшейдерского дела и геодезии)

В подземном соединительном полигоне (рис. 1) должно быть выполнено два равенства:

$$[\Delta x] - (X_B - X_A) = 0;$$
$$[\Delta y] - (У_B - У_A) = 0, \tag{1}$$

где X_A, $У_A$; X_B, $У_B$ — координаты отвесов A и B из поверхностной съемки;

Δx, Δy — приращения координат.

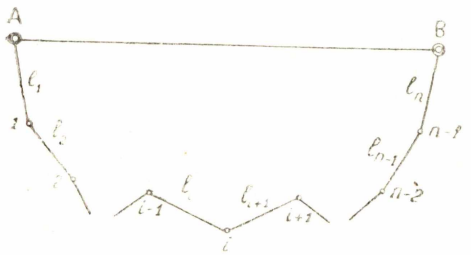

Рис. 1. Схема ориентировки через два вертикальных шахтных ствола.

Вследствие ошибок измерений равенства (1) не удовлетворяются, а именно:

$$f_x = [\Delta x] - (X_B - X_A);$$
$$f_y = [\Delta y] - (У_B - У_A), \tag{2}$$

где f_x, f_y — невязки в приращениях координат;

Δx, Δy — приращения координат, вычисленные по измеренным элементам подземного соединительного полигона.

Невязки в приращениях координат также могут быть вычислены по формулам

$$f_x = \Delta c \cdot \cos(AB);$$
$$f_y = \Delta c \cdot \sin(AB); \tag{3}$$

$$\Delta c = C_ш - C_п, \tag{4}$$

где $C_ш$, $C_п$ — расстояние между отвесами из подземного соединительного полигона и поверхностной съемки;

(AB) — дирекционный угол линии створа отвесов.

Относительная линейная невязка подземного соединительного полигона, учитывая равенства (3), равна

$$\frac{\sqrt{f_x^2+f_y^2}}{[l]}=\frac{\Delta c}{[l]}, \tag{5}$$

где $[l]$ — периметр подземного соединительного полигона.

Невязки в приращениях координат подземного соединительного полигона можно распределять двумя способами: пропорционально длинам сторон или пропорционально приращениям, т. е. подземный соединительный полигон можно уравнивать двумя упрощенными способами.

Первый способ. Невязки в приращениях координат распределяются пропорционально длинам сторон.

Считая приращения координат Δx и Δy как „измеренные" независимые величины, а равенства (1) как „геометрические условия", получим два условных уравнения

$$\begin{aligned}[(\Delta x)]+f_x&=0;\\ [(\Delta y)]+f_y&=0,\end{aligned} \tag{6}$$

где (Δx), (Δy) — поправки к приращениям координат.

Решая систему условных уравнений (6) под условием $[p_{\Delta x}(\Delta x)^2]=\min$ и $[p_{\Delta y}(\Delta y)^2]=\min$ и считая вес приращения координат обратно пропорциональным длине, получим

$$\begin{aligned}(\Delta x_i)&=-\frac{f_x}{[l]}l_i;\\ (\Delta y_i)&=-\frac{f_y}{[l]}l_i.\end{aligned} \tag{7}$$

Способ распределения невязок в приращениях координат пропорционален длинам сторон, т. е. в соответствии с формулами (7), рекомендуется Технической инструкцией по производству маркшейдерских работ для всех подземных соединительных полигонов, независимо от их формы.

Дирекционные углы и длины сторон подземного соединительного полигона в связи с исправлением приращений координат получат поправки

$$(\alpha_i)=\frac{\rho\Delta c}{[l]}\sin\varphi_i; \tag{8}$$

$$(l_i)=-\frac{\Delta c}{[l]}l_i\cos\varphi_i; \tag{9}$$

$$\varphi=\alpha-(AB), \tag{10}$$

где (α), (l) — поправки к дирекционному углу и длине стороны соответственно;

φ — условный дирекционный угол относительно условной оси абсцисс совпадающей с направлением линии створа отвесов AB;

$\rho=206265''$.

Поправки к измеренным углам за счет уравнивания находятся по формулам:

а) для левых углов

$$(\beta_i) = (\alpha_{i+1}) - (\alpha_i); \tag{11}$$

б) для правых углов

$$(\beta_i) = (\alpha_i) - (\alpha_{i+1}). \tag{12}$$

Определим относительно линии створа отвесов поперечное и продольное смещения вершины стороны с номером i (рис. 2) подземного соединительного полигона за счет уравнивания.

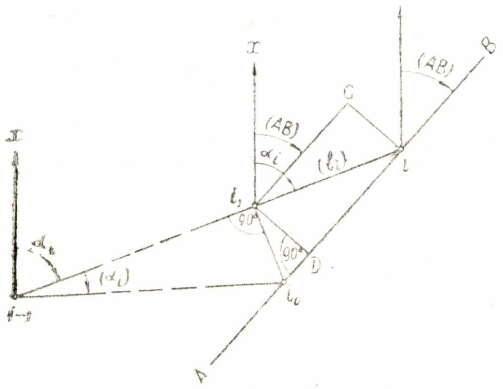

Рис. 21. Схема смещения вершины полигона за счет уравнивания.

На рис. 2:

i, i_0 — положения вершины стороны с номером i до и после уравнивания полигона соответственно;

AB — направление линии створа отвесов.

При исправлении длины на (l_i) вершина стороны переместится в точку i_1. Поперечное и продольное смещения вершины равны

$$u_{i_l} = i\,c = (l_i)\sin|\alpha_i - (AB)|;$$

$$t_{i_l} = i\,D = (l_i)\cos[\alpha_i - (AB)].$$

Учитывая формулы (9) и (10), получим:

$$u_{i_l} = -\frac{\Delta c}{[l]} l_i \sin\varphi_i \cos\varphi_i; \tag{13}$$

$$t_{i_l} = -\frac{\Delta c}{[l]} l_i \cos^2\varphi_i. \tag{14}$$

В связи с исправлением дирекционного угла на (α_i) вершина i_1 переместится в точку i_0. Поперечное и продольное смещения вершины равны

$$u_{i_\alpha} = i_1 D = i_1 i_0 \cos[\alpha_i - (AB)],$$

$$t_{i_\alpha} = -i_0 D = -i_1 i_0 \sin[\alpha_i - (AB)].$$

Так как

$$i_1 i_0 = \frac{(\alpha_i) l_i}{\rho},$$

то

$$u_{i_\alpha} = \frac{(\alpha_i) l_i}{\rho} \cos[\alpha_i - (AB)],$$

$$t_{i_\alpha} = -\frac{(\alpha_i) l_i}{\rho} \sin[\alpha_i - (AB)]$$

или

$$u_{i_\alpha} = \frac{\Delta c}{[l]} l_i \sin\varphi_i \cos\varphi_i, \tag{15}$$

$$t_{i_\alpha} = -\frac{\Delta c}{[l]} l_i \sin^2\varphi_i. \tag{16}$$

Общие смещения вершины равны

$$u_i = u_{i_l} + u_{i_\alpha} = 0; \tag{17}$$

$$t_i = t_{i_l} + t_{i_\alpha} = -\frac{\Delta c}{[l]} l_i. \tag{18}$$

Следовательно, при распределении невязок координат пропорционально длинам сторон вершины полигона смещаются по направлениям, параллельным линии створа отвесов, в сторону, противоположную линейной невязке хода, т. е. разности Δc.

Суммарное смещение всех вершин полигона вдоль линии створа отвесов за счет исправления углов и сторон в отдельности равно

$$t_\beta = -\frac{[l \sin^2 \varphi]}{[l]} \Delta c; \tag{19}$$

$$t_l = -\frac{[l \cos^2 \varphi]}{[l]} \Delta c. \tag{20}$$

Отсюда

$$t_\beta + t_l = -\Delta c, \tag{21}$$

где t_β, t_l — части линейной невязки подземного соединительного полигона, погашаемые за счет углов и сторон.

Таким образом, при распределении невязок в приращениях координат пропорционально длинам сторон линейная невязка полигона погашается как за счет углов, так и сторон.

Второй способ. Невязки в приращениях координат распределяются пропорционально приращениям.

Решая систему условных уравнений (6) под условиями $[p_{\Delta x} (\Delta x)^2] = \min$ и $[p_{\Delta y} (\Delta y)^2] = \min$ и считая вес „измеренного" приращения обратно пропорциональным самому приращению, получим:

$$(\Delta x_i) = -\frac{f_x}{[\Delta x]} \Delta x_i, \tag{22}$$

$$(\Delta y_i) = -\frac{f_y}{[\Delta y]} \Delta y_i.$$

Поправки к углам в связи с исправлением приращений координат равны нулю, а к длинам сторон находятся по формуле

$$(l_i) = -\frac{\Delta c}{C_ш} l_i. \tag{23}$$

Уравненные длины сторон определяются по формуле

$$l_i^0 = l_i + (l_i) \tag{24}$$

или

$$l_i^0 = \frac{C_n}{C_ш} l_i. \tag{25}$$

Поперечное и продольное смещения конечной вершины стороны относительно линий ствола отвесов за счет уравнивания составят:

$$u_i = (l_i) \sin [\alpha_i - (AB)],$$

$$t_i = (l_i) \cos [\alpha_i - (AB)]$$

или

$$u_i = -\frac{\Delta c}{C\,ш} l_i \sin \varphi_i; \tag{26}$$

$$t_i = -\frac{\Delta c}{C\,ш} l_i \cos \varphi_i. \tag{27}$$

Суммарные смещения всех вершин полигона в направлениях, перпендикулярном и параллельном линии створа отвесов за счет уравнивания, равны:

$$u_e = 0; \tag{28}$$

$$t_l = -\Delta c. \tag{29}$$

Таким образом, при втором способе уравнивания линейная невязка полигона погашается полностью за счет сторон.

Исправленные координаты вершин подземного соединительного полигона при втором способе уравнивания можно вычислить двумя путями.

Первый путь. Вычисляется подземный соединительный полигон в единой системе координат, исходя из измеренных углов и длин сторон, редуцированных на уровенную поверхность и плоскость в проекции Гаусса. Невязки в приращениях координат распределяются пропорционально приращениям.

Для приведения длин сторон в соответствии с исправленными координатами необходимо к ним придать поправки, вычисленные по формуле (23).

Второй путь. Подземный соединительный полигон по измеренным углам и длинам сторон, редуцированных на уровенную поверхность и плоскость в проекции Гаусса, вычисляется в условной системе координат. Находят расстояние между отвесами из подземного соединительного полигона и по формуле (25) определяют уравненные длины сторон.

По измеренным углам и уравненным длинам сторон подземный соединительный полигон вычисляется в единой системе координат.

Координаты отвеса B из подземного соединительного полигона должны соответствовать координатам, полученным из поверхностной съемки.

Второй путь вычисления уравненных координат вершин подземного соединительного полигона рекомендуется инж. Б. А. Ростковским[1]).

Критерии применения упрощенных способов уравнивания

Критерии применения упрощенных способов уравнивания установим, исходя из закона накопления ошибок в подземном соединительном полигоне.

---

[1]) Ростковский Б. А., Ориентировка подземной съемки через две вертикальные шахты, Труды ЦНИМБа, Сборник 11, 1940.

Погрешность положения конечной точки подземного соединительного полигона, т. е. отвеса B, в зависимости от ошибок измерений его элементов, как известно, выражается формулами

$$M_B^2 = M_\beta^2 + M_l^2; \tag{30}$$

$$M_\beta^2 = \left[\left(\frac{\eta}{\rho}\right)^2 m_\beta^2\right]; \tag{31}$$

$$M_l^2 = a^2 [l \cos^2 \varphi] + b^2 C^2, \tag{32}$$

где M_β, M_l — ошибки положения отвеса B, зависящие от ошибок измерений соответственно углов и сторон подземного соединительного полигона;

η — условная ордината вершины полигона относительно условной оси абсцисс, совпадающей с линией створа отвесов;

C — расстояние между отвесами;

m_β — средняя ошибка измерения угла;

a — коэффициент случайного влияния при измерении длин;

b — коэффициент систематического влияния.

Подсчет погрешности положения отвеса B по формуле (30) производится для определения допустимой разности расстояний между отвесами из подземной и поверхностной съемок, вычисляемой по формуле

$$\Delta c_{доп} = \pm 2 M_B. \tag{33}$$

Правильность выполнения измерительных работ при ориентировке через два вертикальных шахтных ствола контролируется неравенством

$$\Delta c \ll \Delta c_{доп}. \tag{34[1]}$$

Напишем, исходя из равенства (30), тождество

$$M_B^2 = \left(\frac{M_\beta}{M_B}\right)^2 M_B^2 + \left(\frac{M_l}{M_B}\right)^2 M_B^2. \tag{35}$$

Коэффициенты $\left(\frac{M_\beta}{M_B}\right)$ и $\left(\frac{M_l}{M_B}\right)^2$ выражают относительное распределение квадрата линейной невязки подземного соединительного полигона между углами и сторонами соответственно.

Условия применения упрощенных способов уравнивания установим, исходя из характера распределения линейной невязки полигона между углами и сторонами, который они обеспечивают. Для уравнивания принимается способ, обеспечивающий распределение линейной невязки в соответствии с законом накопления ошибок.

Для установления критерия применения первого упрощенного способа уравнивания напишем, исходя из равенства (21), тождество

$$\Delta c^2 = (t_\beta + t_l) t_\beta + (t_\beta + t_l) t_l$$

или

$$\Delta c^2 = A \Delta c^2 + B \Delta c^2; \tag{36}$$

[1]) Контроль (34) не вскрывает грубых ошибок в измерении сторон, перпендикулярных линий створа отвесов и углов, в вытянутом полигоне.

$$A = \frac{[l \sin^2 \varphi]}{[l]}; \tag{37}$$

$$B = \frac{[l \cos^2 \varphi]}{[l]}. \tag{38}$$

Коэффициенты A и B выражают относительное распределение квадрата линейной невязки полигона между углами и сторонами соответственно при первом способе уравнивания.

Из тождеств (35) и (36) следует, что первый упрощенный способ уравнивания обеспечивает распределение линейной невязки полигона между углами и сторонами в соответствии с законом накопления ошибок при выполнении равенств:

$$\frac{M_\beta}{M_B} = \sqrt{A}, \qquad \frac{M_l}{M_B} = \sqrt{B}. \tag{39}$$

Если выполняется одно из равенств (39), то, как следствие, выполняется и другое, поэтому достаточно пользоваться одним из указанных равенств.

Практически первым упрощенным способом можно уравнивать те подземные соединительные полигоны, в которых меньшее по абсолютному значению равенство (39) выполняется в пределах до 10%, т. е. при выполнении неравенства

$$0{,}9\sqrt{A} < \frac{M_\beta}{M_B} < 1{,}1\sqrt{A} \text{ (при } M_\beta < M_l) \tag{40}$$

или

$$0{,}9\sqrt{B} < \frac{M_l}{M_B} < 1{,}1\sqrt{B} \text{ (при } M_l < M_\beta). \tag{40 а}$$

Уравнивать вторым упрощенным способом можно те подземные соединительные полигоны, в которых линейная невязка исключительно обусловлена ошибками измерений длин сторон.

Практически можно уравнивать вторым способом подземные соединительные полигоны, в которых выполняется неравенство

$$M_l \geqslant 3 M_\beta. \tag{41}$$

Подземные соединительные полигоны сложной формы, для которых неравенства (40) или (41) не удовлетворяются, должны уравниваться строгим способом.

Подземные соединительные полигоны вытянутой формы могут уравниваться любым из упрощенных способов, при этом результаты уравнивания будут соответствовать строгому способу.