

**ИЗУЧЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ЛИНЕЙНОЙ
НЕОДНОРОДНОСТИ СТРУКТУР ТИПА БЕТОНА
МЕТОДАМИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ**

В. А. ВОРОБЬЕВ, В. К. КИВРАН, И. Э. НААЦ

(Представлена объединенным научным семинаром секторов ДСМ и МРД)

При радиационной дефектоскопии бетонных изделий наблюдается неоднородность теневого изображения, снижающая выявляемость дефектов [1]. Поэтому при разработке тех или иных способов регистрации дефектов необходимо учитывать это отрицательное значение неоднородности, для этого нужно знать величину неоднородности, зависимость ее от плотности бетона, его гранулометрического состава, толщины изделия.

Неоднородность теневого изображения вызвана тем, что поток излучения на разных участках контролируемого тела проходит пути различной величины в заполнителе и заполняющей среде. Но так как эти компоненты имеют разные линейные коэффициенты ослабления, то и поток претерпевает разное ослабление, принимает неоднородный характер. Следовательно, неоднородность потока вызвана линейной неоднородностью структуры, все свойства неоднородности потока определяются соответствующими свойствами линейной неоднородности структуры, геометрии структуры.

Линейную неоднородность структуры количественно можно определить неоднородностью отношения части пути потока по лучу в заполнителе ко всему пути в контролируемом изделии. При усреднении этого отношения по всему объему изделия получаем некоторую среднюю величину, представляющую собой плотность заполнения [2], а тогда величину указанного отношения можно трактовать как линейную геометрическую дифференциальную плотность.

Итак, неоднородность потока, как уже отмечалось выше, определяется неоднородностью линейной геометрической дифференциальной плотности. При этом следует иметь в виду тот факт, что заполнитель в бетоне имеет частицы разной величины, форму, ориентацию в структуре, причем пространственное распределение частиц заполнителя носит случайный характер. Следовательно, и величина линейной дифференциальной плотности носит случайный характер, причем эта величина в плоскости, перпендикулярной направлению распространения потока, образует случайную функцию, точнее, случайную плоскость. Основными статистическими параметрами этой функции являются средняя плотность или плотность заполнения, дисперсия, автокорреляционная зависимость.

Изучение свойств этих характеристик очень удобно проводить методом математического моделирования на цифровых вычислительных машинах. Такое моделирование имеет известные преимущества по срав-

нению с физическим моделированием, кроме того, при математическом моделировании очень легко отвлечься от посторонних факторов.

В модели бетона частицы заполнения заменены сферами тех же размеров, а структура бетона представлена случайной упаковкой сфер.

На моделях случайных упаковок сфер выявлена зависимость дисперсии линейной дифференциальной плотности от плотности заполнения. Для выявления такой зависимости было проведено моделирование упаковки разными алгоритмами, с плотностью упаковки от 0,05 до 0,25 одним алгоритмом, в 0,45 и 0,54 — двумя разными алгоритмами плотной упаковки. Алгоритм с малой плотностью заполнения основывается на случайном розыгрыше координат центров сфер с отбрасыванием пересекающихся сфер. Алгоритмы плотных упаковок моделируют насыпание шаров в пакуемую тару без смещения ранее упакованных шаров [3].

Таким образом, этими тремя алгоритмами случайных упаковок диапазон представления плотности заполнения составляет от 0,05 до 0,54.

На рис. 1 представлена рассчитанная по указанным упаковкам зависимость дисперсии линейной дифференциальной плотности δ_2 от величины плотности заполнения ρ при отношении диаметра сфер ко всей толщине упаковки H , равной 0,1. По графику видно незначительное отклонение от линейной зависимости, причем с увеличением плотности заполнения дисперсия линейной дифференциальной плотности увеличивается. С изменением величины отношения радиуса сферы к толщине упаковки формы кривой не меняется, кривая только смещается вверх с увеличением этого отношения и вниз с уменьшением.

Величину дисперсии можно было бы рассчитать аналитически, если бы пространственное распределение центров сфер не зависело бы от возможных пересечений сфер, т. е. когда можно было бы упаковку сфер представить множеством трехмерных случайных чисел, являющихся координатами центров сфер. В этом случае вероятность распределения числа точек (сфер) в каком-то замкнутом объеме подчиняется закону Пуассона. Расчет дисперсии здесь довольно прост; приведем конечный результат:

$$\sigma^2 = \frac{1}{2} \frac{\bar{r}}{\rho H}. \quad (1)$$

Как видно, здесь дисперсия прямо пропорциональна величине плотности заполнения и величине отношения размеров сфер к толщине упаковки. Качественно аналогичную зависимость можно наблюдать и по графику на рис. 1, только здесь оценка (1) является нижней границей кривой. Действительно, при малых плотностях заполнения отклонение величины дисперсии от оценки (1) значительно, причем в большую сторону, но чем выше плотность заполнения, тем ближе подходит вели-

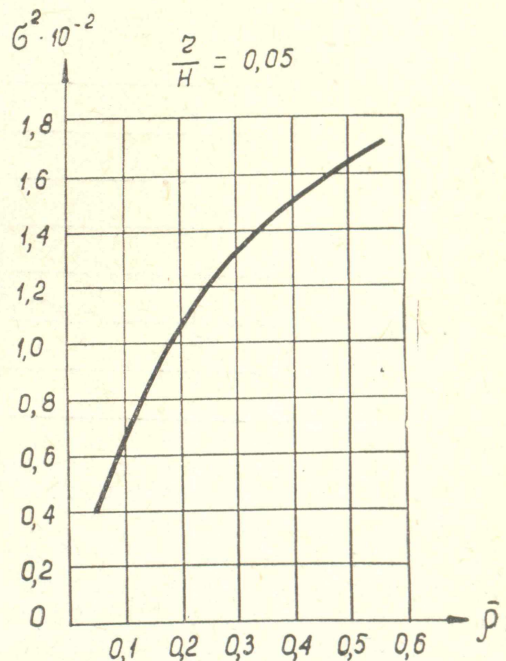


Рис. 1. Зависимость дисперсии линейной неоднородности структуры от плотности заполнения

чина дисперсии к оценке (1), и при плотности в 0,54 это отклонение составляет только 30%. Если учесть, что обычно плотность заполнения в бетоне составляет $0,5 \approx 0,6$, то оценкой (1) также можно пользоваться для определения линейной неоднородности структуры пока с более или менее однородными частицами по размерам. Для выявления закономерности изменения величины дисперсии линейной дифференциальной плотности в зависимости от плотности заполнения и гранулометрического состава для распределенных размеров частиц следует провести дополнительные исследования на упаковках сфер с соответствующим распределением размеров.

На вышеуказанных упаковках сфер была получена автокорреляционная зависимость величины линейной дифференциальной плотности от расстояния в плоскости, перпендикулярной направлению распро-

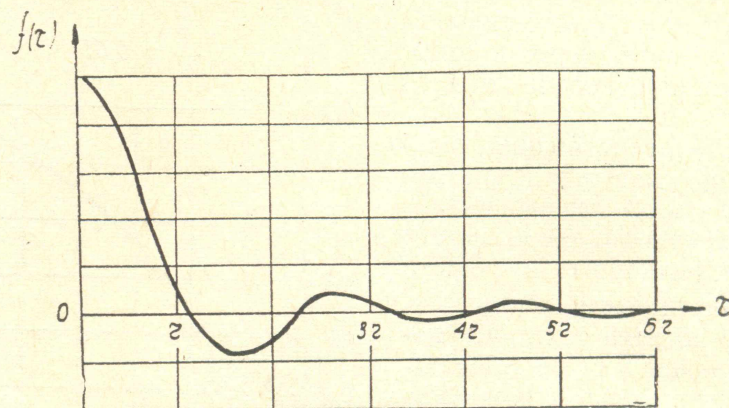


Рис. 2. Автокорреляционная зависимость линейной неоднородности структуры типа бетона

странения потока излучения. На рис. 2 приведен типичный вид автокорреляционной зависимости. Из графика видно, что после перехода нулевой отметки около координата $z = r$ абсолютная величина амплитуды первой полуволны составляет примерно 8% от величины дисперсии ($\delta^2 = f(0)$). Дальнейшей автокорреляционной зависимостью можно пренебречь (начиная с $z = 2r$). При изменении дисперсии форма кривой, ее периоды и относительные амплитуды полуволн меняются весьма незначительно. Таким образом, основной, определяющей характеристикой структуры является дисперсия линейной дифференциальной плотности при заданной плотности заполнения и данных размерах сфер. В таком плане при изучении возможности выявления дефектов методами математического моделирования можно вообще отказаться от моделирования структуры, заменив ее случайной функцией (случайной плоскостью) линейной дифференциальной плотности с автокорреляционной зависимостью вида, как на рис. 2, с заданной дисперсией и размерами частиц.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Воробьев. Радиационная дефектоскопия строительных материалов и конструкций с помощью тормозного излучения. Дефектоскопия, 5, 33, 1965.
2. Л. Ф. Тот. Расположения на плоскости, на сфере и в пространстве. Физматгиз, М., 1958.
3. В. К. Кивран, И. Э. Наац, В. И. Сесь, Г. И. Парватов. Цифровое моделирование в задачах радиационной дефектоскопии тел с неоднородной структурой. Сб. трудов II Межвузовской научно-технической конференции по радиационным средствам и методам неразрушающего контроля. Томск, 1968.