

Таким образом, остаточная магнитная индукция после размагничивания не превышает 50 Гс в середине изделия и 150 Гс на его концах, что является приемлемым для широкого круга задач. Такая намагниченность не препятствует проведению сварочных работ и не оказывает влияние на близко

расположенные устройства. Повышенное значение остаточной намагниченности на концах изделия обусловлено тем, что эти части подвергаются размагничиванию в условиях разомкнутых магнитной цепи и контуров регулирования тока размагничивания.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Приборы для неразрушающего контроля материалов и изделий. Справочник. Кн. 2 // Под ред. В.В. Клюева. – 2-е изд. – М.: Машиностроение, 1986. – 352 с.
2. Корсаков В.В., Рождественский С.М., Семеновская И.Б., Юренков В.К. Средства магнитопорошковой дефектоскопии. – М.: Машиностроение, 1982. – 68 с.
3. Heptner H., Stroppe H. Physikalische Grundlagen magnetische und magnetinduktive Werkstoffprüfung. – Leipzig, 1973. – 160 S.
4. А.с. 1325346 СССР. МКИ G01N 27/84. Устройство для размагничивания деталей при магнитопорошковой дефектоскопии / Г.С. Шелехов, И.Г. Викулов, А.И. Почкаев, Г.И. Баранов. Заявлено 26.03.86; Опубл. 23.07.87, Бюл. № 27. – 2 с.: ил.
5. Волохов С.А., Добродеев П.Н., Безлюдько Г.Я., Мужичкий В.Ф. Размагничивание труб перед сваркой на магистральных трубопроводах // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. – 1999. – № 8. – С. 41–43.
6. Лесков Г.И., Протосей Н.Е., Новиков Д.Ю. Условия размагничивания изделий перед сваркой и способы их обеспечения // Автоматическая сварка. – 1987. – № 7. – С. 40–45.
7. А.с. 1748034 СССР. МКИ G01N 27/84. Устройство для размагничивания изделий / А.Е. Гольдштейн, С.А. Калганов, А.П. Карлов, П.А. Овсянников. Заявлено 28.05.90; Опубл. 15.07.92, Бюл. № 26. – 5 с.: ил.
8. Хоровиц П., Хилл У. Искусство схемотехники. Т. 2. – М.: Мир, 1993. – 370 с.

УДК 539.3;539.4.01;616.718

### ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ БЕДРЕННОЙ КОСТИ ЧЕЛОВЕКА С ЭНДОПРОТЕЗОМ НА ОСНОВЕ ДИСКРЕТНОГО ПОДХОДА

Иг.С. Коноваленко, А.Ю. Смолин, С.Г. Псахье, А.В. Карлов\*

Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, г. Томск

E-mail: igkon@usgroups.com

\*Центр ортопедии и медицинского материаловедения СО РАМН, г. Томск

*Проведено уточнение ранее построенной на основе метода подвижных клеточных автоматов двумерной численной модели бедренной кости человека и показана его обоснованность. Новая модель, в частности, учитывает специфику геометрии кости – изгибы и изменяющиеся вдоль сечения кости поперечные размеры во фронтальной плоскости, а также влияние натяжения прочной фасции (tractus iliotibialis) на напряженно-деформированное состояние бедренной кости. Показано, что действие tractus iliotibialis оказывает существенное влияние на распределение сдвиговых напряжений и напряжений всестороннего растяжения, как в естественной кости, так и в кости с эндопротезом.*

#### Введение

Бедренная кость человека имеет изгибы в двух взаимно перпендикулярных плоскостях, а также изменяющееся по ее длине поперечное сечение. Эти факторы во многом определяют ее биомеханическое поведение при механических нагрузках [1–3]. Кроме того, нагружение кости не является одноосным, вследствие специфики строения проксимального отдела и влияния мышц и связок [4]. Аналогом бедренной кости в технике является столб с поперечной перекладной и закрепленным нижним концом. При действии силы, обусловленной весом тела, в кости возникает осевое давление, направленное вниз, и изгибающий момент (рис. 1). В результате суперпозиции образовавшихся напряжений, на внешней поверхности кости может сформироваться значительное растягивающее напряжение, приводящее к появлению повреждений.

Аналитические выражения для напряжений по левой (1) и правой (2) поверхности столба выглядят следующим образом [2]:

$$\sigma_{LEFT} = (-F/4\pi r^2 + 4Fx/\pi r^3), \quad (1)$$

$$\sigma_{RIGHT} = (-F/4\pi r^2 - 4Fx/\pi r^3). \quad (2)$$

Можно видеть, что на левой поверхности столба будут присутствовать растягивающие напряжения  $\sigma_{LEFT} > 0$  при  $x > r/4$  (для полой трубки  $\sigma_{LEFT} > 0$  при  $x > (r_1^2 + r_2^2)/4r_1$ , где  $r_1$  и  $r_2$  – наружный и внутренний радиусы).

Известно [1, 2], что широкая фасция бедра за счет своего натяжения изменяет распределение внутренних напряжений и значительно уменьшает опасные растягивающие напряжения. В связи с этим, ясно, что при построении компьютерной модели бедренной кости человека необходимо учиты-

вать геометрию кости, а также силовое воздействие, оказываемое мышцами.

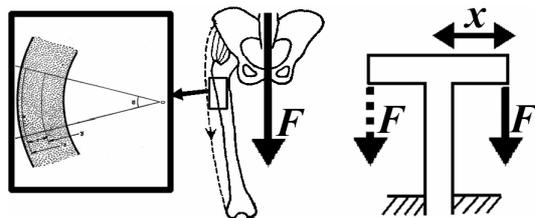


Рис. 1. Столб с перекладной – аналог бедренной кости в технике;  $F$  – сила, обусловленная весом тела;  $x$  – величина плеча силы  $F$

Целью данной работы являлось теоретическое исследование напряженно-деформированного состояния бедренной кости человека с эндопротезом при динамическом нагружении с учетом силового воздействия, оказываемого натяжением прочной фасции (*tractus iliotibialis*). Для этого было проведено уточнение раннее построенной на основе метода подвижных клеточных автоматов [5] двумерной численной модели бедренной кости человека [6] и показана его обоснованность.

**Описание моделируемой системы кость и кость – эндопротез**

Построенная в данной работе модель является более корректной по отношению к [6] в связи со следующими уточнениями. Во-первых, моделировалась вся кость, а не только ее верхняя половина, как в [6]. Это позволило учесть специфику геометрии кости – изгибы и изменяющиеся вдоль сечения по фронтальной плоскости поперечные размеры кости (рис. 2, а, б). Таким образом, для двумерной модели были максимально возможно учтены геометрическая форма и пропорции кости. Размеры модели были уменьшены вдвое по отношению к реальной кости и взяты из рентгенограмм бедренной кости человека. Высота образца составляла 26 см, наименьшая ширина в области диафиза – 2,3 см. Во-вторых, к кости, помимо силы, воздействующей на нее со стороны туловища, прикладывалась постоянно действующая вертикальная сила, соответствующая натяжению мышечной растяжки.

Таким образом, в модели качественно учтено влияние натяжения прочной фасции (*tractus iliotibialis*) на механическое поведение кости при нагружении. По левой и правой сторонам модельного образца располагалось 20 датчиков для исследования распределения сдвиговых и объемных деформаций по его поверхности (рис. 2, б).

Стоит подчеркнуть, что в уточненной модели сделан ряд допущений, приемлемых для качественного решения поставленной задачи. Так, материал кости полагался однородным и изотропным. Вследствие малости деформаций и времени нагружения, в задаче пренебрегалось нелинейностью упругих свойств и вязкоупругим поведением реальной костной ткани, она рассматривалась как линейно упругое тело.

Упругие свойства соответствовали данным для кости [1, 3, 4] (модуль Юнга  $E=18$  ГПа, коэффициент Пуассона – 0,33), а прочность завышена в 2 раза (320 МПа) для предотвращения разрушения материала. Нагрузка на кость со стороны туловища моделировалась движением автоматов поршня с монотонно возрастающей вертикальной скоростью от 0 до 0,4 м/с. Нижний торец модельного образца упирался в неподвижную подложку. Действие широкой фасции бедра имитировалось приложением постоянно действующей вертикально вниз силы с абсолютным значением 500 Н, приложенной в области малого вертела (рис. 2, в). Конечная относительная деформация образца составляла 0,52 %. Задача решалась для случая плоско-напряженного состояния, что позволило провести сравнение результатов моделирования с результатами эксперимента [2].

Модельный образец с эндопротезом представлен на рис. 2, г. Он соответствует бедренной кости человека с эндопротезом С.Ф.Р. (*Collum Femoris Presrving*) бесцементной фиксации (рис. 2, д) [7]. Геометрические размеры и форма образца, места расположения датчиков, схема нагружения, величины сил и места их приложения полностью аналогичны ранее указанным для образца без протеза (рис. 2, в). Все допущения принятые в модели для базового образца справедливы и для образца с им-

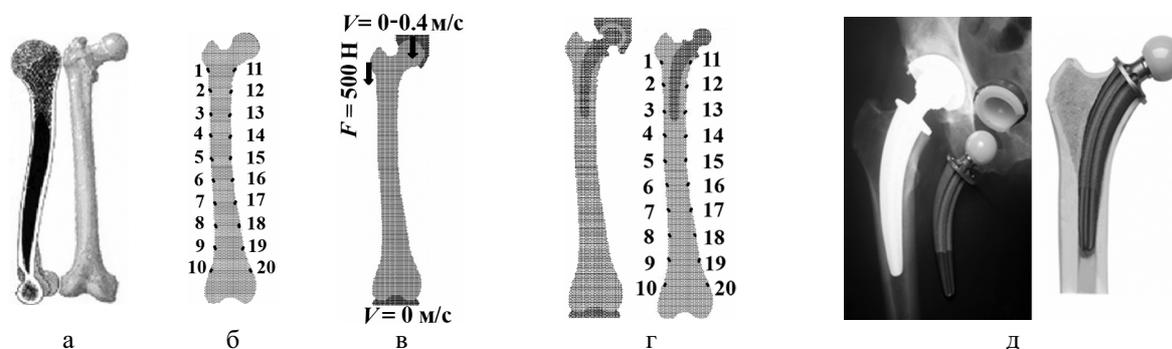


Рис. 2. Бедренная кость человека и модельный образец с протезом С.Ф.Р. и без него: а) бедренная кость человека, показаны изгибы в двух взаимно-перпендикулярных плоскостях; б) модельный образец с датчиками; в) схема нагружения модельного образца; г) модельный образец с эндопротезом С.Ф.Р.; д) бедренная кость человека с эндопротезом С.Ф.Р. и ее рентгенограмма

плантатом. Материал протеза и металлической вертлужной чашки по упругим свойствам соответствовал стали (модуль Юнга  $E=205$  ГПа, коэффициент Пуассона – 0,3). Материал второй вертлужной чашки по упругим свойствам соответствовал полиэтилену (модуль Юнга  $E=5$  ГПа, коэффициент Пуассона – 0,33). Далее для удобства изложения будем называть образец без протеза «базовым образцом», а образец с протезом – «модифицированным образцом». Образцы, для которых реализовано натяжение мышечной фасции *tractus iliotibialis* далее будем называть «образец с растяжкой».

### Результаты моделирования

Для анализа деформаций и профиля прогиба базового образца с растяжкой и без нее были построены горизонтальные смещения атомов-датчиков, расположенных по левой и правой сторонам кости (рис. 3). Каждая из рассматриваемых кривых содержит одну точку перегиба, что свидетельствует о том, что образец изгибается подобно стержню с образованием одной целой и еще одной половины полуволны синусоиды различной амплитуды и полупериода. Различия в полупериодах и амплитудах полуволн для каждой кривой объясняются неполным соответствием кости стержневой системе и особенностями нагружения образца (линия действия силы не совпадает с осью образца, т.е. всегда присутствует изгибающий момент).

Оценка радиуса изгиба расчетных кривых показала более высокую величину радиуса изгиба для образца с растяжкой по отношению к образцу без растяжки при одинаковом характере их «прогиба». Величина радиуса изгиба кривых обратно пропорциональна относительной деформации периферических слоев материала образца параллельных его вертикальной оси [8]. Таким образом, действие растяжки уменьшает деформацию поверхностных слоев материала образца, а также уменьшает гори-

зонтальные смещения автоматов датчиков на величину порядка 30 %.

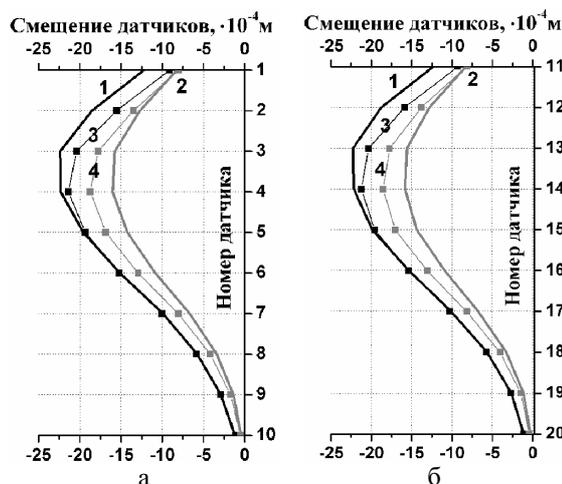


Рис. 3. Горизонтальные смещения автоматов-датчиков деформированных образцов с протезом и без протеза: а – по левой и б – правой сторонах кости; 1) базовый образец без растяжки; 2) базовый образец с растяжкой; 3) модифицированный образец без растяжки; 4) модифицированный образец с растяжкой

Поле объемных деформаций подвижных клеточных автоматов (рис. 4, а, б) показывает распределения областей всестороннего сжатия и растяжения в кости.

Видно, что рассматриваемым образцам свойственно практически одинаковое качественное распределение областей всестороннего сжатия и растяжения в их диафизарном отделе. В частности, в обоих случаях характерно наличие градиента объемной деформации клеточных автоматов в поперечном направлении, с максимальным положительным значением объемной деформации (растяжение) на одной из боковых поверхностей образца и с минимальным отрицательным значением объе-

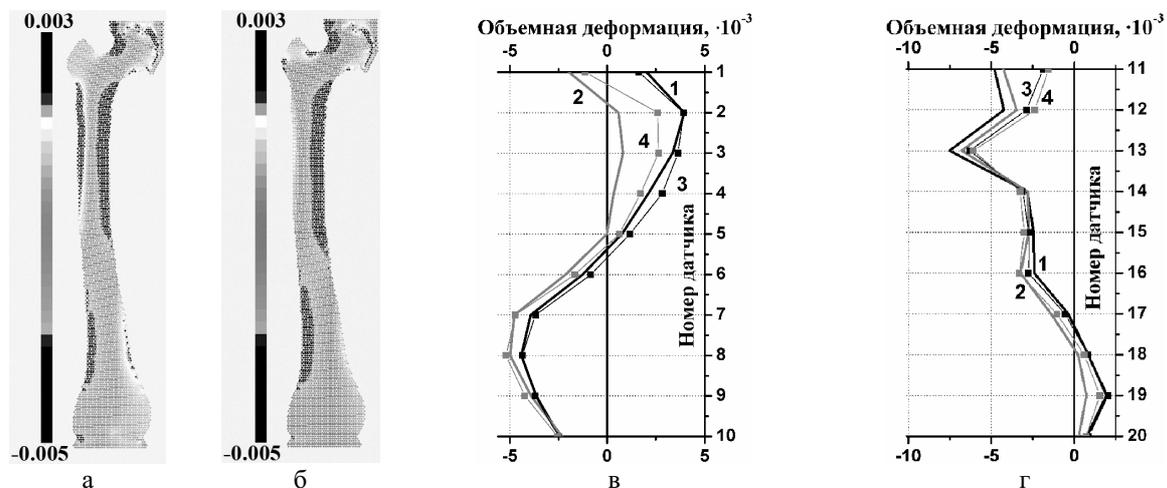


Рис. 4. Характеристики распределения напряжений всестороннего сжатия и растяжения по базовому образцу: а, б – поля объемных деформаций подвижных клеточных автоматов для образцов без растяжки (а) и с растяжкой (б); в, г – объемные деформации автоматов-датчиков по левой поверхности образца (в) и по его правой поверхности (г). Нумерация кривых соответствует рис. 3

мною деформации на другой боковой поверхности образца. Внутри образца параллельно его вертикальной оси располагаются две линейные области (каждая область соответствует своей полуволне изогнутого стержня), на которых объемные деформации автоматов равны нулю. Качественно, это хорошо согласуется с механическим поведением стержнеобразных систем при внецентренном сжатии (изгибе) [9]. Разница в механическом поведении образцов заключается в том, что величина деформаций растяжения, реализующихся по левой верхней и нижней правой сторонам кости, для образца с растяжкой (рис. 4, б) значительно меньше величины деформаций растяжения для образца без растяжки (рис. 4, а), в то время как деформации сжатия практически одинаковы для обоих образцов.

Отметим, что диапазон изменения объемной деформации подвижных клеточных автоматов составляет от  $-0,008$  до  $0,006$  для образца без растяжки и  $-0,008$  до  $0,005$  для образца с растяжкой. На полях объемной деформации автоматов максимальные величины цветной шкалы объемной деформации сознательно занижены для более наглядного графического представления разницы в результатах моделирования для разных образцов.

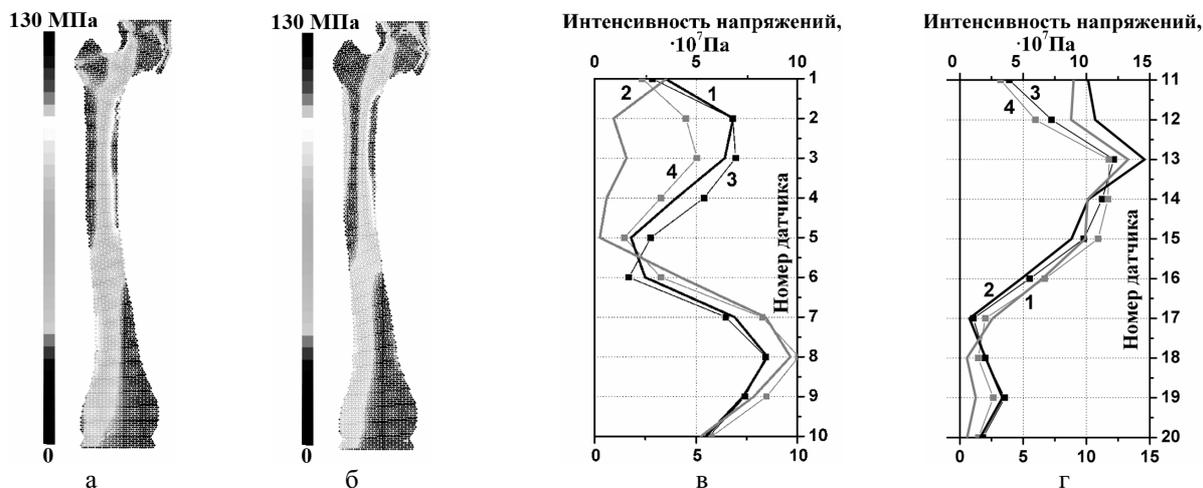
Более точную аналитическую оценку знака и величины объемных деформаций клеточных автоматов на боковых поверхностях диафизарной части образца дают показания автоматов-датчиков в этих зонах, рис. 4, в, г. Видно, что верхняя половина боковой поверхности внешнего отдела диафизарной части обоих образцов испытывает растяжение, а нижняя – сжатие, рис. 4, в. При этом на противоположной стороне образца наблюдается обратная ситуация, с той лишь разницей, что здесь на сжатие «работает» только нижняя треть, а не половина боковой поверхности образца, рис. 4, г. Приведенные графики демонстрируют, что действие растяжки уменьшает величину опасных для кости растягивающих деформаций по внешней стороне кости в

5...6 раз и по внутренней – в 2 раза, рис. 4, в, г. Стоит заметить, что при этом несколько увеличиваются по абсолютной величине объемные деформации сжатия, что, вероятно, допустимо вследствие хороших прочностных свойств кости на сжатие.

О распределении сдвиговых напряжений в кости можно судить по полям интенсивности напряжений клеточных автоматов, рис. 5, а, б. Можно видеть, что для обоих образцов, как с растяжкой, так и без нее, характерно подобное распределение сдвиговых напряжений в диафизарной части и в шейке бедренной кости. Так, параллельно вертикальной оси образца в нем друг за другом располагаются две области, в которых интенсивность напряжений клеточных автоматов равна нулю. По мере удаления от этой области в поперечном направлении в обе стороны интенсивность напряжений клеточных автоматов возрастает, достигая своего максимального значения на боковых поверхностях диафизарной части образцов.

Стоит заметить, что у образца с растяжкой область с нулевыми или очень малыми значениями сдвиговых напряжений располагается по левой верхней и правой нижней боковым поверхностям образца, рис. 5, б. У образца без растяжки в этих областях присутствуют значительные, по сравнению с указанными, величины интенсивности напряжений, рис. 5, а. Особенно сильно в количественном выражении данное различие выражено для левой верхней части боковой поверхности диафизарного отдела образцов.

Более точную количественную оценку распределения интенсивности напряжений клеточных автоматов по боковым поверхностям образца дают показания автоматов-датчиков, рис. 5, в, г. Так, для левой стороны кости действие растяжки в 7 раз (почти до нуля) уменьшает интенсивность напряжений в области ее максимальных значений (датчики 1–5), при этом на 25 % увеличивая ее в другой области максимальных значений (датчики 6–9), рис. 5, в. По



**Рис. 5.** Характеристики распределения сдвиговых напряжений по базовому образцу: а, б поля интенсивностей напряжений для образца без растяжки (а) и для образца с растяжкой (б); в, г – интенсивностей напряжений автоматов-датчиков: в – по левой поверхности образца, г – по правой поверхности образца. Нумерация кривых соответствует рис. 3

правой стороне кости действие растяжки уменьшает интенсивность напряжений на 10 % в области ее максимальных значений (датчики 11–14) и на 50 % в области ее минимальных значений (датчики 18–20), рис. 5, з, при этом увеличивая ее в других местах по поверхности образца (датчики 18–14).

Таким образом, действие растяжки значительно уменьшает интенсивность напряжений в области ее максимальных значений по левой стороне кости. Для правой боковой поверхности кости данный эффект менее выражен.

Заметим, что у соответствующих образцов областям максимальных абсолютных значений объемных деформаций соответствует области максимальных значений интенсивностей напряжений (рис. 4 и 5 соответственно). То же самое характерно и для областей с минимальными значениями объемных деформаций клеточных автоматов. Таким образом, можно говорить о том, что интенсивность напряжений клеточных автоматов и их объемная деформация изменяются пропорционально друг другу, что, вообще говоря, является необязательным, но характерным для данной системы при заданной нагрузке. При этом коэффициент пропорциональности не является постоянной величиной и различен для разных областей образца, что не позволяет говорить о простом нагружении системы.

Результаты моделирования качественно хорошо согласуются с результатами натурального эксперимента [1, 2]. В частности, как в модели, так и в эксперименте, действие фасции *tractus iliotibialis* значительно снижает (почти до нуля) растягивающее напряжение на наружном крае модели и уменьшает сжатие на внутренней медиальной стороне. Таким образом, в связи с хорошим качественным соответствием результатов моделирования и эксперимента, на основе уточненной численной модели бедренной кости исследовалось распределение напряжений в бедренной кости человека с эндопротезом С.Ф.Р.

#### Образец с эндопротезом С.Ф.Р.

Распределение горизонтальных смещений атомов-датчиков, расположенных по левой и правой сторонам кости (рис. 3) дает информацию о деформации и профиле прогиба образца с протезом С.Ф.Р. Можно видеть, что для модифицированного образца с растяжкой и без растяжки характерны те же тенденции, что и для соответствующих базовых образцов. В частности, это относится к схожести типов профилей прогиба образцов и более высокой величине относительной деформации растяжения периферических слоев материала диафизарной части образца без растяжки по отношению к образцу с растяжкой.

При этом стоит выделить несколько существенных различий в перераспределении изгиба по кости для базового образца и образца с протезом. Так, у образца без растяжки внесение протеза приводит к локальному перегибу кости в области четвертого датчика (местное уменьшение радиуса изгиба кри-

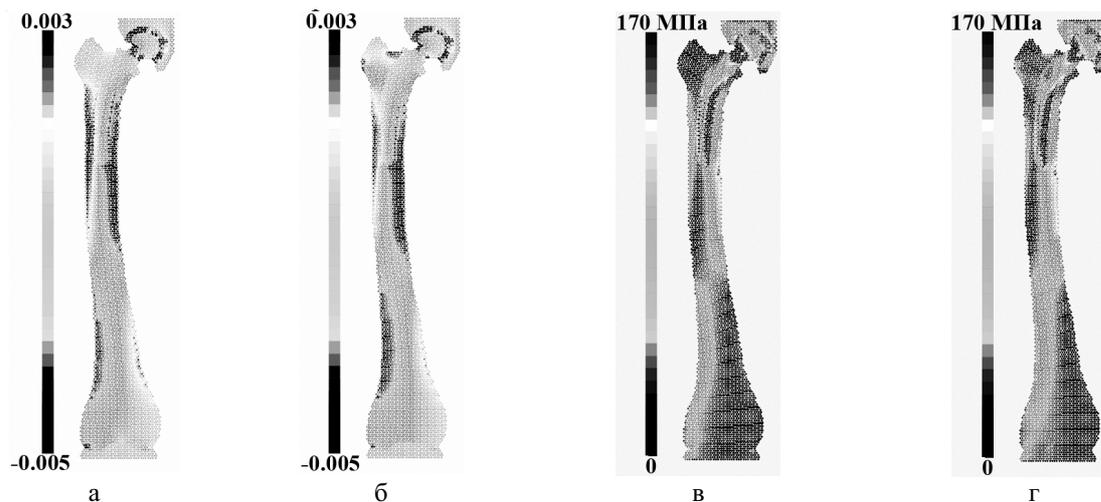
вой поперечных смещений автоматов-датчиков), рис. 3. У образца с растяжкой внесение протеза приводит к увеличению радиуса изгиба кривой вдоль всего образца, а, следовательно, более равномерному распределению изгиба, по отношению к образцу без растяжки.

Для образцов с эндопротезом область кости, в которой присутствует имплантат, становится более жесткой на изгиб, по отношению к той же области у образцов без протеза, что выражается в практически прямом участке профиля прогиба кости (датчики 1–3, 11–13 на кривых поперечных смещений датчиков, рис. 3). Стоит заметить, что для указанной области модифицированного образца зависимость деформации растяжения периферических продольных слоев материала от величины его радиуса изгиба [8] не является корректной. Это обусловлено различными видами деформации, реализующимися в системах кость и кость – протез – кость при изгибе.

Распределение областей всестороннего сжатия и растяжения в диафизарной части образцов с протезом имеет тот же качественный характер, что и распределение в базовом образце (рис. 4, а, б и в, а, б). Различия между ними заключаются в более равномерном (плавном) распределении объемной деформации костной ткани в области протеза у модифицированного образца по отношению к базовому, а также в разнице их количественных значений преимущественно в этой области.

У модифицированного образца действие растяжки уменьшает область кости, испытывающую максимальные растягивающие напряжениями (рис. 6, а, б), а также уменьшает величину этих напряжений на 30 % по отношению к образцу без растяжки (рис. 4, в, з). Стоит заметить, что подобные тенденции характерны также и для базового образца, только более выражены в количественном отношении.

Поле интенсивности напряжений подвижных клеточных автоматов модифицированного образца (рис. 6, в, з) показало, что в кости с протезом при заданной нагрузке реализуется распределение сдвиговых напряжений отличное от распределения в базовом образце, рис. 4, а, б). В частности, максимальные сдвиговые напряжения реализуются в шейке эндопротеза и на границе раздела кость-имплантат, а не на боковых поверхностях кости как у базового образца. Действие растяжки, в данном случае, уменьшает величину сдвиговых напряжений на границе раздела кость-имплантат, что снижает риск развития нестабильности имплантата и продляет его «срок службы». Стоит заметить, что, как и в случае базового образца, натяжение мышечной фасции у образца с протезом, приводит к локальному уменьшению величин сдвиговых напряжений в диафизарной части кости в области имплантата, рис. 6, в, з. При этом для системы с протезом данная тенденция менее выражена, чем для системы без протеза, рис. 5, в, з.



**Рис. 6.** Характеристики распределения сдвиговых напряжений и напряжений всестороннего сжатия и растяжения по образцу с протезом С.Ф.Р.: а,б – поля объемных деформаций подвижных клеточных автоматов; в,г – поля интенсивностей напряжений подвижных клеточных автоматов; (а,в) – для образцов без растяжки; (б,г) – для образцов с растяжкой

### Заключение

Таким образом, в работе проведено уточнение раннее построенной на основе метода подвижных клеточных автоматов двумерной численной модели бедренной кости человека и показана его обоснованность. Новая модель, в частности, учитывает специфику геометрии объекта, а также влияние натяжения прочной фасции (*tractus iliotibialis*) на напряженно-деформированное состояние бедренной кости.

Проведенное моделирование показало, что действие *tractus iliotibialis* уменьшает особо опасные для кости как напряжения всестороннего растяжения, так и сдвиговые напряжения по ее внешней стороне при механическом нагружении. В случае кости с эндопротезом, действие *tractus iliotibialis* приводит к более равномерному распределению

напряжений всестороннего растяжения и уменьшает зону этих напряжений по внешней стороне кости. Действие фасции снижает величину сдвиговых напряжений в области протеза и снижает риск развития нестабильности имплантата.

Стоит заметить, что результаты представленного моделирования и эксперимента [2] не позволяют получить точных оценок напряжений в бедре, так как используют двумерные модели. Значение данной работы и полученных в ней результатов состоит в том, что они позволяют качественно показать конструктивные принципы, использованные природой как для этой, так и для и более сложных биологических систем.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 05-03-32617.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Проблемы прочности в биомеханике / Под ред. И.Ф. Образцова. – М.: Высшая школа, 1988. – 311 с.
2. Александр Р. Биомеханика. – М.: Мир, 1970. – 130 с.
3. Карлов А.В., Шахов В.П. Системы внешней фиксации и регуляторные механизмы оптимальной биомеханики. – Томск: STT, 2001. – 480 с.
4. Бегун П.И., Шукейло Ю.А. Биомеханика. – СПб.: Политехника, 2000. – 463 с.
5. Psakhie S.G., Horie Y., Ostermeyer G.P. e.a. Movable cellular automata method for simulating materials with mesostructure // Theor. and Appl. Fract. Mech. – 2001. – № 1–3. – P. 311–333.
6. Коноваленко Иг.С., Шилько Е.В., Псахье С.Г., Карлов А.В., Смолин А.Ю. Применение метода подвижных клеточных автоматов для оптимизации внутренней структуры эндопротеза тазобедренного сустава человека // Известия Томского политехнического университета. – 2004. – Т. 307. – № 6. – С. 116–121.
7. Карлов А.В., Лазарев В.Я., Корошенко С.А. Первичное сообщение о применении эндопротезов С.Ф.Р. с сохранением шейки бедра фирмы «Waldemar Link» // Клинические и фундаментальные аспекты ортопедии и травматологии: Сб. статей, посвященный 10-летию Центра ортопедии и медицинского материаловедения ТНЦ СО РАМН. – Томск, 2003. – С. 50–52.
8. Глазер Р. Очерк основ биомеханики. – М.: Мир, 1988. – 128 с.
9. Александров А.В., Потапов В.Д., Державин Б.П. Спротивление материалов. – М.: Высшая школа, 2001. – 560 с.