ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

Том 114 1964

О СООТНОШЕНИИ ДОПУСКОВ НА ОСТАТОЧНУЮ ДЕФОРМАЦИЮ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРЕДЕЛОВ ТЕКУЧЕСТИ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ И СДВИГЕ (КРУЧЕНИИ)

Г. А. ДОЩИНСКИЙ

(Представлено научным семинаром кафедры сопротивления материалов)

Одной из наиболее употребительных характеристик материала, используемых для прочностных расчетов, является предел текучести, т. е. напряжение, при котором система развивающихся необратимых сдвигов захватывает значительный объем деформируемого поликристаллического тела. Внешним показателем этого состояния материала может явиться значительное возрастание деформации при малом возрастании или даже постоянном значении нагрузки. При графическом изображении процесса деформирования последнее характеризуется появлением так называемой площадки текучести. Напряжение, соответствующее этому состоянию, иногда именуют «физическим пределом текучести».

Однако подобное явление наблюдается у ограниченной группы материалов, к числу которых принадлежит отожженная малоуглеродистая сталь. Для большинства материалов характерным является такое развитие пластической деформации, при котором поведение материала графически представляется монотонной кривой $\sigma - e$. Величина предела текучести подобного поликристаллического тела полностью лишена физической определенности.

Практическая потребность знания прочностной характеристики, при помощи которой было бы возможно разграничивать состояния с преобладающей упругой деформацией над пластической и наоборот, приводит к необходимости использования условных пределов текучести, устанавливаемых по некоторому допуску на величину остаточной деформации. Наиболее употребительным в настоящее время является принятие за условный предел текучести в испытаниях на растяжение такого напряжения, при котором остаточное удлинение составляет 0,2%.

$$\Delta\delta = 0{,}002 = 0{,}2\ \%.$$

Для плоского и объемного напряженного состояния и, в частности, для такого типа деформации, как сдвиг (кручение), соответственное состояние материала устанавливается на основе теорий эквивалентности деформаций при различных видах нагружения.

Исходя из представлений об эквивалентности напряженных состояний при равных величинах максимальных касательных напряжений Людвиком в 1909 г. было дано решение, утверждающее, что для допуска при растяжении 0,2% равноэффективным допуском при кручении будет 0,4% относительного сдвига, т. е.

$$\Delta\gamma_{\text{ост}} = 2\cdot\Delta\delta. \tag{1}$$

Однако широкое применение этого допуска было связано с недоразумением, ибо, имея в основе теорию равенства максимальных касательных напряжений при равных максимальных относительных сдвигах, отношение (1) совершенно не соответствует этой теории. Пытаясь для кручения найти равновеликий сдвиг при растяжении, Людвик ошибочно выразил его опять же из схемы деформации кручения. Эта ошибка была замечена лишь в 1944 г. Давиденковым Н. Н., указавшим на необходимость изменить соотношение допусков до вида [3]

$$\Delta\gamma_{\text{ост}} = 1{,}5\cdot\Delta\delta = 0{,}3\,\%. \tag{2}$$

Соответственно чему допуску 0,2% при растяжении эквивалентным допуском при кручении будет 0,3% относительного остаточного сдвига. Если за основу принять гипотезу о равенстве октаэдрических касательных напряжений при равенстве октаэдрических сдвигов, то эквивалентным допуском при кручении будет

$$\Delta\gamma_{\text{ост}} = 0{,}35\,\%. \tag{3}$$

Следует отметить, что соотношения (2) и (3) установлены в предположении о несжимаемости материалов при пластической деформации.

«Дальнейший, более подробный анализ показывает, что и этот допуск требует уточнения. Оказывается, для того чтобы правильно установить допуск на остаточную деформацию при кручении и сложных напряжениях, исходя из заданного допуска при растяжении, необходимо еще руководствоваться и величиной коэффициента Пуассона» [4].

Значения коэффициента поперечной деформации зависят от объемной деформируемости материалов и степени деформации. Допущение о несжимаемости материала соответствует принятию для коэффициента поперечной пластической деформации, определяемого по отношению остаточных поперечной и продольной деформации значения 0,5.

$$\mu_0 \approx 0{,}5.$$

Неидеальная сплошность реальных конструкционных материалов (особенно пеноматериалов) связана с возможностью остаточных объемных деформаций и соответственным отклонением от 0,5 значений μ_0 Это обстоятельство не может быть не учитываемо при установлении эквивалентности допусков.

В общем случае при решении вопроса о соотношении допусков должна приниматься во внимание и различная сопротивляемость материалов растяжению и сжатию. А ряд напряженных состояний, в том числе сдвиг, могут представлять собою сочетания растяжения — сжатия. Универсальность эквивалентного допуска, устанавливаемая гипотезами максимальных или октаэдрических напряжений, имея одностороннее преимущество в общности, вместе с тем может оставлять и сомнения в отношении надежности при обращении к обширному кругу современных конструкционных материалов. Это может приводить к тому, что в ряде случаев прочностные возможности отдельных материалов окажутся недоиспользованными. Напротив, всякое обоснованное повышение допусков на остаточную деформацию может являться источником дополнительных резервов прочности, в особенности для высококачественных (высокопрочных) материалов с крутой характеристикой.

Как несовершенство может рассматриваться и то обстоятельство, что выражения (2) и (3) не учитывают интенсивность развития пластических деформаций в зависимости от степени деформации и вида напряженного состояния. Пластическая деформация прогрессивно нарастает по мере роста степени общей деформации, причем напряженные состояния сдвигового типа более благоприятны для ее развития, чем напряженные состояния, близкие к гидростатическим. Растяжение в этом отношении занимает промежуточное положение.

Соответствие допусков на остаточную деформацию определяется главным образом надежностью теории, на основе которой устанавливается эквивалентность состояний материала при различных видах деформаций. Недостатки этих теорий и принятые в них допущения соответственно уменьшают надежность эквивалента допусков. Можно предполагать, что наблюдаемый нередко разброс в величине соотношений пределов текучести при сдвиге и растяжении, отмеченный, например, в работе [5], в значительной мере связан с приведенными выше несовершенствами и неточностью соотношения типа (2) или (3).

В работах [1], [2] было рассмотрено обобщенное условие, устанавливающее связь между напряженным и деформированным состоянием, уточненное привлечением дополнительных сведений о материале, позволяющее учесть и остаточную объемную деформируемость и, главным образом, хорошо согласующееся с многочисленными экспериментальными данными. Согласно этой теории всякая деформация является упруго-пластической, причем главные напряжения на любой стадии деформирования связаны с главными напряжениями зависимостью:

$$\sqrt{\sigma_1^2+\sigma_2^2+\sigma_3^2-\frac{4\mu(\lambda)-2\mu(\lambda)^2}{1+2\mu(\lambda)^2}(\sigma_1\cdot\sigma_2+\sigma_2\cdot\sigma_3+\sigma_3\cdot\sigma_1)}=$$

$$=E(\lambda)\cdot\sqrt{\frac{e_1^2+e_2^2+e_3^2}{1+2\mu(\lambda)^2}} \qquad \text{или } \sigma_{\text{экв}}=E(\lambda)\cdot e_{\text{экв}},$$

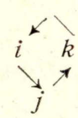
— где $E(\lambda)$ и $\mu(\lambda)$ — текущие значения секущего модуля диаграммы растяжения и коэффициента поперечной деформации.

При упругой деформации эти характеристики материала соответствуют значениям констант упругости — модуля нормальной упругости E и коэффициента Пуассона μ. По этой теории следует, что условие, устанавливающее эквивалентность напряженных состояний в форме Мизеса-Генки, есть условие, свойственное таким стадиям уже развитой деформации, когда можно пренебречь упругой частью деформации и ее влиянием на общую закономерность взаимосвязи между напряженным и деформированным состоянием.

На основе этой теории представляется возможным рассмотреть и вопрос об эквивалентности допусков при экспериментальном определении пределов текучести при различных деформациях.

Главные компоненты упруго-пластической (полной) деформации и их упругие и пластические части соответственно могут быть определены следующими зависимостями:

Полная деформация $\quad e_j=\frac{1}{E(\lambda)}\left[\sigma_j-\mu(\lambda)(\sigma_i+\sigma_k)\right].$



Упругая часть $\quad \varepsilon_j=\frac{1}{E}\left[\sigma_j-\mu(\sigma_i+\sigma_k)\right].$

Пластическая $\quad \delta_j=\frac{1}{D}\left[\sigma_j-\mu_0(\sigma_i+\sigma_k)\right], \quad (j,\ i,\ k=1,\ 2,\ 3).$

При этом $\quad D=\frac{E(\lambda)\cdot E}{E-E(\lambda)} \quad \mu_0=\frac{E\cdot\mu(\lambda)-E(\lambda)\cdot\mu}{E-E(\lambda)}.$

Эти зависимости имеют место при нагружениях с возрастанием всех главных напряжений (полных, а не только девиаторных частей) пропорционально одному параметру λ.

Компоненты полной и упругой деформации при растягивающем напряжении, соответствующем пределу текучести, определяются значениями

$$e_1^p = \frac{1}{E(\lambda)}\sigma_т, \qquad e_2^p = e_3^p = -\frac{\mu(\lambda)}{E(\lambda)}\sigma_т,$$

$$\varepsilon_1^p = \frac{1}{E}\sigma_т, \qquad \varepsilon_1^p = \varepsilon_3^p = -\frac{\mu}{E}\sigma_т.$$

Остаточное удлинение при растяжении

$$\delta = e_1^p - \varepsilon_1^p = \delta_т\left(\frac{1}{E(\lambda)} - \frac{1}{E}\right) = \frac{\sigma_т}{\dfrac{E(\lambda)\cdot E}{E - E(\lambda)}} = \frac{\sigma_т}{D},$$

откуда

$$\sigma_т = \delta\frac{E(\lambda)\cdot E}{E - E(\lambda)}.$$

При состоянии, соответствующем пределу текучести при сдвиге (кручении), полный, упругий и пластический относительный сдвиги выражаются зависимостями

$$\gamma_{полн}^c = e_1^c - e_3^c = \frac{2\tau_т}{E(\lambda)}[1 + \mu(\lambda)], \quad \gamma_{упр}^c = \varepsilon_1^c - \varepsilon_3^c = \frac{2\tau_т}{E}(1 + \mu),$$

$$\gamma_{ост}^c = 2\tau_т\left[\frac{1 + \mu(\lambda)}{E(\lambda)} - \frac{1 + \mu}{E}\right].$$

Используя понятие показателя эквивалентности η, представляющего собою соотношение пределов текучести при сдвиге и растяжении

$$\eta = \frac{\tau_т}{\sigma_т},$$

выразим остаточный сдвиг при кручении в форме

$$\gamma_{ост}^c = 2\eta\cdot\delta\frac{E(\lambda)\cdot E}{E - E(\lambda)}\left[\frac{1 + \mu(\lambda)}{E(\lambda)} - \frac{1 + \mu}{E}\right] = 2\eta\cdot(1 + \mu_0)\cdot\delta.$$

По теории максимальных касательных напряжений $\eta = 0{,}5$, по теории октаэдрических напряжений $\eta = 0{,}577$, поэтому эквивалентные допуски с учетом объемной сжимаемости по этим теориям соответственно будут равны

$$\Delta\gamma = (1 + \mu_0)\cdot\Delta\delta \quad и \quad \Delta\gamma = 1{,}154\,(1 + \mu_0)\cdot\Delta\delta.$$

В нашем случае в состоянии, соответствующем текучести,

$$\sqrt{\tau_т^2 + \tau^2 + \frac{4\mu(\lambda) - 2\mu(\lambda)}{1 + 2\mu(\lambda)^2}\cdot\tau_т^2} = \sigma_т \quad и \quad \eta = \frac{\sqrt{1 + 2\mu(\lambda)^2}}{\sqrt{2}\cdot[1 + \mu(\lambda)]},$$

эквивалентный допуск для сдвига

$$\Delta\gamma = \frac{\sqrt{2\cdot[1 + 2\mu(\lambda)^2]}}{1 + \mu(\lambda)}(1 + \mu_0)\cdot\Delta\delta,$$

т. е. по данной теории величина равноэффективного допуска находится в зависимости от степени деформации и вида материала, что позволяет более полно учесть особенности различных материалов. Допуску 0,2% при растяжении для различных материалов при

$$\rho(\lambda) = 0 \div 0{,}5$$

эквивалентом будет относительный сдвиг

$$\Delta\gamma = (1{,}41 \div 1{,}154)\cdot(1+\rho_0)\cdot\Delta\delta.$$

Для объемно пластически несжимаемого материала $\rho_0 = 0{,}5$

$$\Delta\gamma = (0{,}42 \div 0{,}35)\,\%.$$

В работе [2] дано обобщение рассматриваемой теории на материалы, неодинаково работающие на растяжение и сжатие. Если использовать соотношение между пределами текучести при растяжении и сжатии (соответствующее одинаковым значениям секущего модуля)

$$\nu = \frac{\sigma_{\text{т}}^{p}}{\sigma_{\text{т}}^{\text{сж}}}, \quad \text{то} \quad \eta = \frac{2}{(1+\nu)\cdot\sqrt{\dfrac{2\,[1+\rho(\lambda)]^2}{1+2\rho(\lambda)^2}}} = \frac{\sqrt{2\cdot[1+2\rho(\lambda^2]}}{(1+\nu)\,[1+\rho(\lambda)]}$$

и эквивалентный допуск для различных материалов будет определяться в общем случае выражением

$$\Delta\gamma = \frac{\sqrt{2\,[1+2\,\rho(\lambda)^2]}}{(1+\nu)\,[1+\rho(\lambda)]}\cdot(1+\rho_0)\cdot\Delta\delta$$

Для кручения сплошного вала, а также для изгиба и других неоднородных напряженных состояний величина допуска может быть уточнена учетом влияния остаточных напряжений.

Аналогично может быть найдено соотношение допусков на остаточную деформацию и для других напряженных состояний.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дощинский Г. А. К теории упруго-пластической деформации. Известия ТПИ, т. 85, 1957.
2. Дощинский Г. А. Обобщение условия средней деформации на хрупкие материалы. Известия ТПИ, т. 96, 1959.
3. Давиденков Н. Н. О кривой течения Лудвика. Известия АН СССР, ОТН, № 9, 1950.
4. Одинг И. А. Проблема конструктивной прочности в машиностроении. Издание общества по распространению политических и научных знаний, 1949.
5. Кишкин С. Т., Ратнер С. И. Экспериментальная проверка основного закона теории пластичности. Ж. технической физики, т. 19, выпуск 3, 1949.