

ФЕРРОМАГНИТНЫЙ ЦИЛИНДР В ЩЕЛЕВОМ ВИХРЕТОКОВОМ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕ

В. К. ЖУКОВ, Р. М. ЗАКИРОВ

(Представлена научно-техническим семинаром кафедры информационно-измерительной техники)

В статье рассматривается реакция измерительной обмотки щелевого вихретокового преобразователя при внесении в зазор последнего круглого ферромагнитного цилиндра. При решении данной задачи сделаны следующие допущения: поле в зазоре

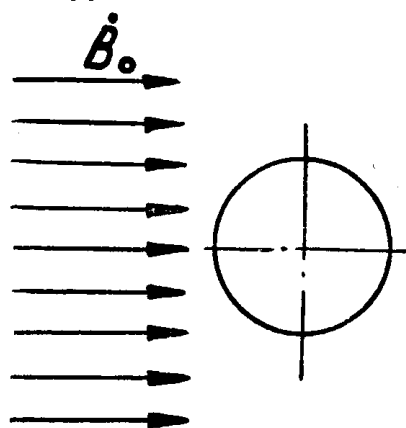


Рис. 1. Цилиндр в поперечном магнитном поле

считается равномерным, не учитывается влияние края преобразователя вдоль оси цилиндра, магнитная проницаемость цилиндра постоянна и не зависит от напряженности магнитного поля. Перейдем к аналитическому определению векторного потенциала магнитного поля в воздушном пространстве, окружающем цилиндр, который находится в поперечном переменном магнитном поле, с учетом вышеуказанных допущений (рис. 1). Однородное уравнение Гельмгольца для векторного

потенциала $\vec{A}$ переменного магнитного поля имеет вид

$$\nabla^2 \vec{A} + \kappa^2 \vec{A} = 0, \quad (1)$$

где $k^2 = \omega^2 \mu_a \epsilon$; $\omega = 2\pi f$ — круговая частота магнитного поля; $\mu_a = \mu \cdot \mu_0$ — абсолютная магнитная проницаемость среды; μ — относительная магнитная проницаемость среды; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ гн/м — магнитная постоянная; $\epsilon = \epsilon_a - i\delta/\omega$ — комплексная диэлектрическая проницаемость среды; $\epsilon_a = \epsilon \cdot \epsilon_0$ — абсолютная диэлектрическая проницаемость среды; ϵ — относительная диэлектрическая проницаемость среды; $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ ф/м — электрическая постоянная; δ — удельная проводимость, сим/м.

Решение уравнения (1) будем проводить в цилиндрической системе координат, направив ось z вдоль оси цилиндра. При сделанных выше допущениях вектор $\vec{A}$ имеет только одну составляющую $\vec{A} = i_z \bar{A}$, которая не зависит от координаты z . Обозначим векторный потенциал в проводящей среде ферромагнитного цилиндра через $\bar{A}_c$, а в воздуш-

ном пространстве — через $\dot{A}_b$. Так как в среде цилиндра $\omega\mu_a\delta \gg \omega^2\mu_a\epsilon_a$, то можно принять $k^2 = k_c^2 = -i\omega\mu_a\delta$, и соответственно, в воздушном пространстве $\omega\mu_0\delta \ll \omega^2\mu_0\epsilon_0$, а $k^2 = k_a^2 = \omega^2\mu_0\epsilon_0$. Если пренебречь влиянием токов смещения на характер распределения электромагнитного поля, можно принять $k_a = 0$.

Раскрывая в (1) оператор Лапласа ∇^2 в цилиндрической системе координат, получим два уравнения соответственно для среды цилиндра и для воздушной среды

$$\frac{\partial^2 \dot{A}_c}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{A}_c}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 \dot{A}_c}{\partial \varphi^2} + \kappa_c^2 \dot{A}_c = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 \dot{A}_b}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{A}_b}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 \dot{A}_b}{\partial \varphi^2} = 0. \quad (3)$$

Оба уравнения решаются методом разделения переменных. С учетом физической картины поля решение уравнения (2) будет иметь вид:

$$\dot{A}_c = \sum_{m=1}^{\infty} \dot{C}_m J_m(\kappa_c r) \sin m\varphi, \quad (4)$$

где $\dot{C}_m$ — постоянная интегрирования; $J_m(k_c r_0)$ — функция Бесселя m -го порядка первого рода.

Векторный потенциал в воздушном пространстве, окружающем цилиндр, представляет собой сумму векторного потенциала возбуждающего поля $\bar{A}$ и векторного потенциала $\bar{A}_b$ поля вихревых токов в цилиндре

$$\bar{A}_b = \bar{A}_0 + \bar{A}_{b_1}. \quad (5)$$

Подставив (5) в (3), получим

$$\frac{\partial^2 \dot{A}_{b_1}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{A}_{b_1}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \dot{A}_{b_1}}{\partial \varphi^2} = 0. \quad (6)$$

Решение уравнения (6) должно удовлетворять следующим требованиям: оно должно быть нечетным относительно угла φ и стремиться к нулю при $r \rightarrow \infty$. Этому удовлетворяет следующая функция:

$$\dot{A}_{b_1} = \sum_{m=1}^{\infty} \dot{N}_m r^{-m} \sin m\varphi, \quad (7)$$

где $\dot{N}_m$ — постоянная интегрирования.

Так как вектор $\bar{A}$ определяется уравнением $\bar{B} = \text{rot } \bar{A}$ с точностью до градиента произвольной скалярной функции, то последнюю можно принять равной нулю.

Выразим $\dot{A}_0$ через индукцию $\dot{B}_0$:

$$\dot{A}_0 = \dot{B}_0 r \sin \varphi. \quad (8)$$

Подставив (7) и (8) в (5), получим выражение для векторного потенциала в воздухе

$$\dot{A}_b = \dot{B}_0 r \sin \varphi + \sum_{m=1}^{\infty} \dot{N}_m r^{-m} \sin m\varphi. \quad (9)$$

Постоянные $\dot{C}_m$ в (4) и $\dot{N}_m$ в (9) определим из граничных условий для магнитного поля, которые в данной системе координат имеют вид

$$\dot{A}_c = \dot{A}_b; \quad \frac{1}{\mu_a} \frac{\partial \dot{A}_c}{\partial r} = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial \dot{A}_b}{\partial r}, \quad \text{при } r = r_0, \quad (10)$$

где r_0 — радиус цилиндра.

Подставив (4) и (9) в равенства (10), получим

$$\sum_{m=1}^{\infty} \dot{C}_m J_m(\kappa_c r_0) \sin m\varphi = \dot{B}_0 r_0 \sin \varphi + \sum_{m=1}^{\infty} \dot{N}_m r_0^{-m} \sin m\varphi, \quad (11)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\mu_a} \sum_{m=1}^{\infty} \dot{C}_m [J_{m-1}(\kappa_c r_0) - J_{m+1}(\kappa_c r_0)] \sin m\varphi = \\ & = \frac{1}{\mu_0} \dot{B}_0 \sin \varphi + \frac{1}{\mu_0} \sum_{m=1}^{\infty} (-m) \dot{N}_m r_0^{-(m+1)} \sin m\varphi. \end{aligned} \quad (12)$$

Преобразовав левую часть равенства (11) в соответствии с рекуррентным соотношением [1]:

$$J_\nu(x) = \frac{x}{2\nu} [J_{\nu-1}(x) + J_{\nu+1}(x)], \quad (13)$$

приравнявая множители при синусах с одинаковым аргументом отдельно в равенствах (11) и (12), приходим к выводу, что $\dot{C}_m = \dot{N}_m = 0$ при $m > 1$, а

$$\dot{C}_1 = \frac{4\mu_a \dot{B}_0}{\kappa_c [(\mu_a + \mu_0) J_0(\kappa_c r_0) + (\mu_a - \mu_0) J_2(\kappa_c r_0)]}, \quad (14)$$

$$\dot{N}_1 = r_0^2 \dot{B}_0 \frac{(\mu_a - \mu_0) J_0(\kappa_c r_0) + (\mu_a + \mu_0) J_2(\kappa_c r_0)}{(\mu_a + \mu_0) J_0(\kappa_c r_0) + (\mu_a - \mu_0) J_2(\kappa_c r_0)}. \quad (15)$$

Разделим числитель и знаменатель на постоянную величину μ_0 и преобразуем (15), используя (15).

Тогда

$$\dot{N}_1 = r_0^2 \dot{B}_0 \left[\frac{2\mu J_1(\kappa_c r_0)}{(\mu - 1) J_1(\kappa_c r_0) + \kappa_c r_0 J_0(\kappa_c r_0)} - 1 \right]. \quad (16)$$

Таким образом, выражение (9) для векторного потенциала в воздушном пространстве, окружающем цилиндр, примет вид

$$\dot{A}_b = \dot{B}_0 r \sin \varphi \left[1 + \frac{r_0^2}{r^2} \dot{F}(\kappa_c r_0) \right], \quad (17)$$

где

$$\dot{F}(\kappa_c r_0) = \frac{2\mu J_1(\kappa_c r_0)}{(\mu - 1) J_1(\kappa_c r_0) + \kappa_c r_0 J_0(\kappa_c r_0)} - 1. \quad (18)$$

Определим результирующий магнитный поток, пронизывающий прямоугольную измерительную обмотку, которая имеет следующие геометрические параметры (рис. 2): стороны DC и MN равны $2l$ и параллельны оси z ; стороны DN и CM равны $2c$ и параллельны оси y .

$$\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S} = \int_S \text{rot } \vec{A}_b d\vec{S} = \oint_L \vec{A}_b d\vec{l}, \quad (19)$$

где L — контур измерительной обмотки.

Вектор $\vec{A}_b$ параллелен DC и MN и перпендикулярен DN и CM . Кроме того, он не зависит от координаты z . Подставив (17) в (19), получим

$$\Phi = 4\dot{B}_0 l r \sin \varphi \left[1 + \frac{r_0^2}{r^2} \dot{F}(\kappa_c r_0) \right]. \quad (20)$$

Здесь под r и φ подразумеваются координаты сторон обмотки, параллельных оси z . Поэтому $r \cdot \sin \varphi = c$, а поток

$$\dot{\Phi} = 4B_0 l c \left[1 + \frac{r_0^2}{r^2} \dot{F}(\kappa_c r_0) \right] = \dot{\Phi}_0 + \Delta\dot{\Phi}, \quad (21)$$

где $\dot{\Phi}_0 = \dot{B}_0 \cdot 2l \cdot 2c = \dot{B}_0 S$ — магнитный поток внешнего возбуждающего поля, пронизывающий обмотку; $\Delta\dot{\Phi} = \dot{\Phi}_0 \frac{r_0^2}{r^2} F(\kappa_c r_0)$ — магнитный поток, созданный вихревыми токами в цилиндре.

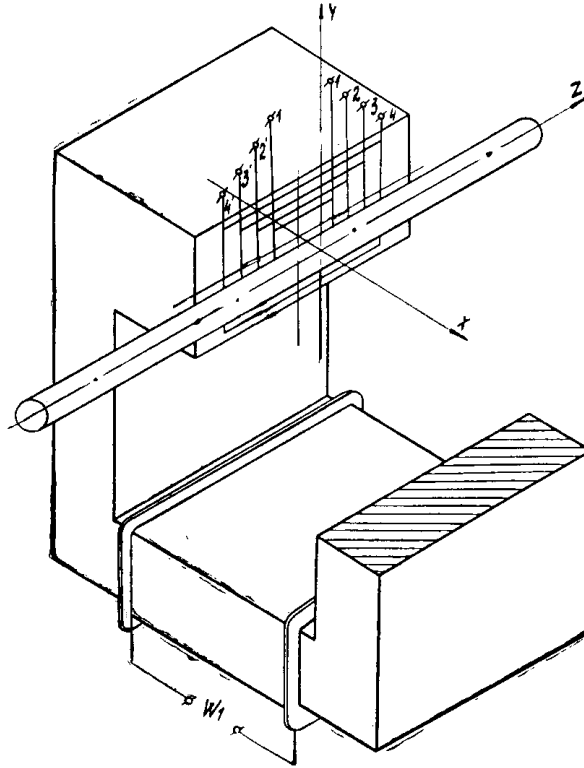


Рис. 2

В выражении для полного магнитного потока соленоида с круглым изделием вводится коэффициент заполнения, равный квадрату отношения радиуса изделия к радиусу соленоида [2]. По аналогии можно ввести понятие о коэффициенте заполнения и в рассматриваемом случае, под которым следует понимать отношение

$$\eta = \frac{r_0^2}{r^2}. \quad (22)$$

Э. д. с., наводимая в измерительной обмотке потоком $\dot{\Phi}_0$, равна

$$\dot{E}_0 = -\omega \frac{d\dot{\Phi}_0}{dt} = -i\omega\omega\dot{\Phi}_0, \quad (23)$$

где ω — число витков обмотки.

Соответственно

$$\Delta\dot{E} = -i\omega\omega\Delta\dot{\Phi} = -i\omega\omega\Phi_0\eta\dot{F}(\kappa_c r_0). \quad (24)$$

Для удобства анализа приращение э. д. с., обусловленное вихревыми токами в цилиндре, представим в нормированной форме

$$\frac{\Delta\dot{E}}{-|\dot{E}_0|} = i\eta\dot{F}(\kappa_c r_0). \quad (25)$$

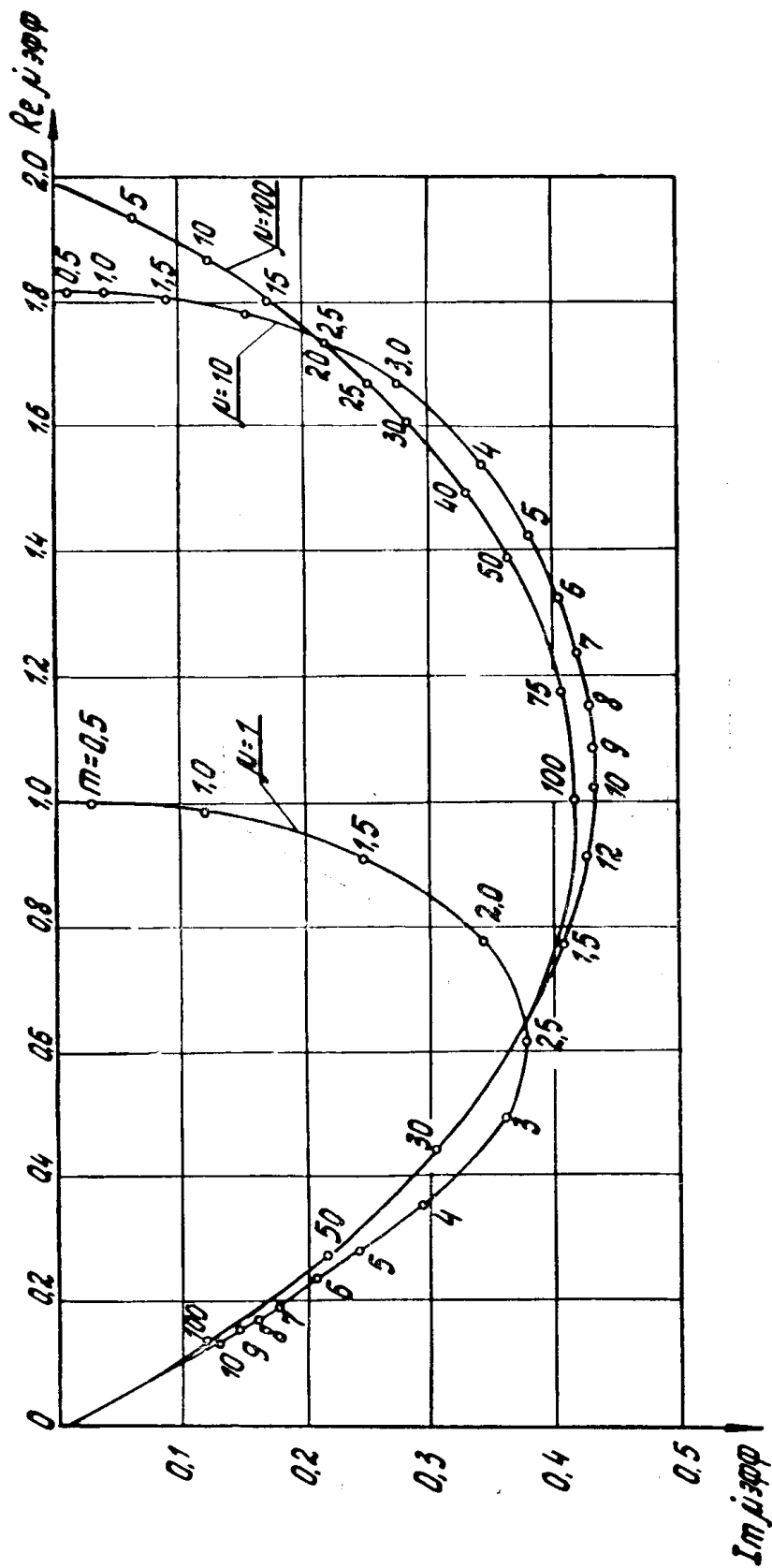


Рис. 3. Изменение эффективной проницаемости $\mu_{\text{эф}}$ в зависимости от обобщенного параметра m и относительной магнитной проницаемости μ

В теории вихретоковых преобразователей для оценки влияния изделия на характер распределения поля вводится понятие об эффективной магнитной проницаемости изделия $\mu_{\text{эфф}}$, которая является комплексной величиной [2]. Введем понятие эффективной магнитной проницаемости в выражение (25)

$$\frac{\Delta \dot{E}}{-|\dot{E}_0|} = i\eta(\dot{\mu}_{\text{эфф}} - 1), \quad (26)$$

где $\dot{\mu}_{\text{эфф}} - 1 = \dot{F}(\kappa_c r_0)$,

$$\dot{\mu}_{\text{эфф}} = \frac{2\mu J_1(\kappa_c r_0)}{(\mu - 1)J_1(\kappa_c r_0) + \kappa_c r_0 J_0(\kappa_c r_0)}. \quad (27)$$

Эффективная проницаемость (27) является основной характеристикой при контроле методом вихревых токов. Она определяется функциями Бесселя $J_1(\kappa_c r_0)$ и $J_0(\kappa_c r_0)$ от комплексного аргумента $\kappa_c r_0 = i^{3/2} r_0 \sqrt{\omega \mu_a \sigma}$. Величина $\kappa r_0 = r_0 \sqrt{\omega \mu_a \sigma} = m$ — называется обобщенным параметром и отражает основные электрофизические свойства цилиндра.

Выражения (26) и (27) при различных m были проанализированы с помощью ЭЦВМ «Наири-2». По результатам расчета построены кривые на комплексной плоскости эффективной магнитной проницаемости (рис. 3) и на комплексной плоскости относительного приращения э. д. с. (рис. 4).

Из выражения (27) и рис. 3 видно, что в случае немагнитного цилиндра ($\mu=1$) годограф эффективной магнитной проницаемости для щелевого преобразователя аналогичен годографу $\mu_{\text{эфф}}$ для проходного преобразователя. Однако в случае ферромагнитного цилиндра ($\mu > 1$) годограф для щелевого преобразователя значительно отличается от годографа для проходного преобразователя. Если для проходного преобразователя при $m \rightarrow 0$ $\mu_{\text{эфф}} \rightarrow \mu$, то для щелевого преобразователя при больших μ в аналогичном случае $\mu_{\text{эфф}} \rightarrow 2$.

С целью подтверждения результатов теоретических исследований были проведены экспериментальные исследования с щелевым преобразователем (рис. 2). Размеры полюсов магнитопровода — 120×60 мм. На торцы полюсов были наклеены четыре измерительные обмотки по 20 витков каждая. Геометрические размеры соответственно: I — 30×20 мм; II — 50×30 мм; III — 70×40 мм; IV — 90×50 мм. Здесь пер-

преобразователя при $m \rightarrow 0$ $\mu_{\text{эфф}} \rightarrow \mu$, то для щелевого преобразователя при больших μ в аналогичном случае $\mu_{\text{эфф}} \rightarrow 2$.

С целью подтверждения результатов теоретических исследований были проведены экспериментальные исследования с щелевым преобразователем (рис. 2). Размеры полюсов магнитопровода — 120×60 мм. На торцы полюсов были наклеены четыре измерительные обмотки по 20 витков каждая. Геометрические размеры соответственно: I — 30×20 мм; II — 50×30 мм; III — 70×40 мм; IV — 90×50 мм. Здесь пер-

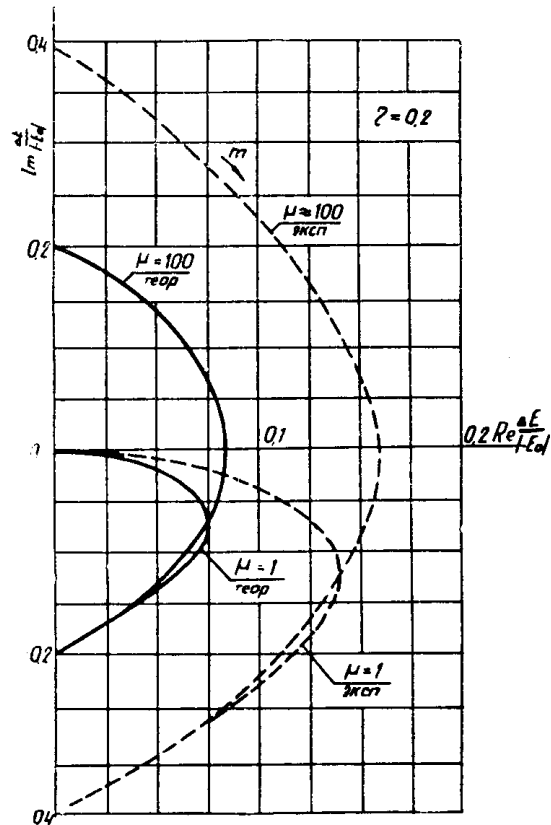


Рис. 4. Комплексная плоскость относительного приращения э. д. с. для различных относительных магнитных проницаемостей

вая цифра — размер вдоль оси z , вторая — вдоль оси y . В качестве испытуемого образца использовался медный цилиндр диаметром 13,9 мм и электропроводностью $47,5 \cdot 10^6 \frac{\text{сим}}{\text{м}}$. По результатам эксперимента по-

строены годографы нормированных привнесенных э.д.с. (рис. 4), где сплошные линии — результат аналитического расчета, штриховые линии — результат экспериментальных данных. Анализ этих кривых позволяет сделать заключение, что качественно результаты экспериментальных данных подтверждают результаты аналитического расчета, количественно же наблюдается значительное расхождение и тем больше, чем больше высота измерительной обмотки. Это объясняется тем, что при аналитическом выводе не учитывалось влияние полюсов магнитопровода на характер распределения поля вихревых токов, созданных в цилиндре.

ЛИТЕРАТУРА

1. Андре Анго. Математика для электро- и радиоинженеров. М., «Наука», 1965.
 2. Неразрушающие испытания под ред. Р. Мак-Мастера. Кн. II, М., «Энергия», 1965.
-