ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ И ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА им. С. М. КИРОВА

Том 223 1972

РАСЧЕТ ОПТИМАЛЬНЫХ СТРУКТУР КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ МЕТОДОМ ЦИФРОВОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

И. Э. НААЦ, В. И. СЕСЬ

(Представлена научным семинаром УВЛ)

При изучении структуры композиционных материалов, составленных из инертной компоненты (заполнитель) и вяжущего вещества, часто возникает необходимость в выборе оптимального состава заполнителя с целью получения наибольшей плотности материала. Наиболее распространенным композиционным материалом является бетон, для которого выбор оптимального гранулометрического состава заполнителя позволяет сократить расход цемента на единицу объема при заданной прочности, что снижает стоимость бетона, увеличивает его долговечность и облегчает автоматизацию формования изделий [1].

В данной работе предлагается методика численного расчета оптимального гранулометрического состава композиционного материала, основанная на построении вероятностно-геометрической модели пространственного расположения компонента с последующим обсчетом серии статистических испытаний на ЦВМ.

В качестве геометрической модели была предложена упаковка жестких шаров разных радиусов в случайные тетраэдры. Экспериментальные данные по обоснованию вероятностно-геометрической модели приведены в работе [2].

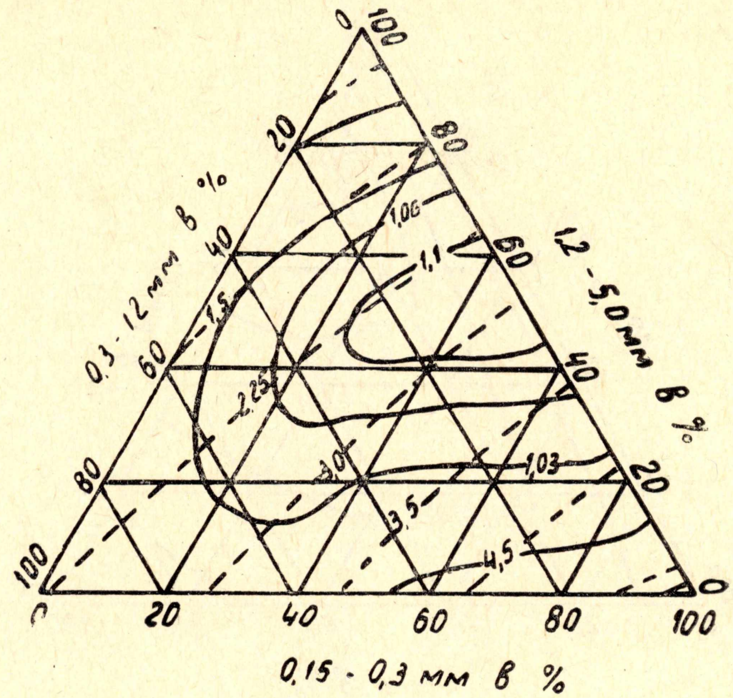
Удельная поверхность, число контактов, геометрическая плотность и некоторые другие параметры упаковки шаров оценивались методом, условно названным методом тетраэдров, описанным в работах [3, 4]. При этом методе рассматривается пространство, заполненное тетраэдрами, вершины которых образованы центрами любых четырех, касающихся между собой шаров. Геометрическая плотность для каждого тетраэдра определяется отношением суммы объемов, вырезанных из шаров, к объему данного тетраэдра. Среднее число контактов определяется значениями углов, вырезанных тетраэдрами из шаров данного радиуса. Кроме перечисленных параметров метод тетраэдров позволяет производить оценку среднего числа тетраэдров для центрального шара данного радиуса, среднего числа шаров, расположенных вокруг пары соприкасающихся, и частостей тетраэдров, содержащих шары с данными радиусами. Оценка плотности и числа контактов получается завышенной при рассмотрении совокупности шаров методом тетраэдров, так как в качестве структурной ячейки упаковки рассматриваются только тетраэдры, однако пространство плотной упаковки шаров может быть полностью замещенным совокупностью тетраэдров и четырехгранных пирамид. Относительный объем, занимаемый шарами, для четыреххгранной пирамиды меньше, чем для тетраэдров, и поэтому исключение из рассмотрения пирамид смещает значение определяемых параметров.

Метод тетраэдров применим для соприкасающихся шаров. Для того, чтобы его можно было использовать для изучения неплотных упаковок, предлагается ввести параметр δ — средний зазор между шарами по линиям, соединяющим центры, и исходную совокупность шаров заменить новой, радиусы шаров которой увеличены на $\delta/2$. Таким образом, зная средний зазор между шарами, можно оценить плотность, удельную поверхность и число соседей для редких упаковок шаров, а также установить зависимость названных параметров от величины $\delta/2$. Данный метод был реализован на машине М-20 для обсчета совокупности шаров с радиусами 3 : 6 : 19 и 3 : 10 : 19. Для сравнения с экспериментальными данными, приведенными в работе [1], градации гранулометрического состава и соответствующие им значения плотности и удельной поверхности были выбраны в количестве, необходимом для построения диаграмм, подобных экспериментальным [1].

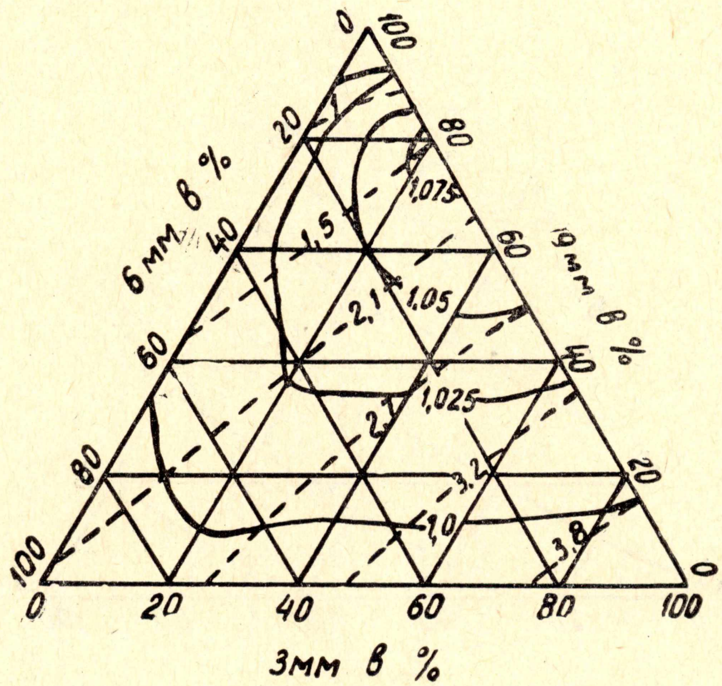
На рис. 1, *а* приведена экспериментальная диаграмма, построенная по данным [1] для заполнителя бетона, средне-фракционные размеры гранул которого относятся как 1 : 3 : 12. На рис. 1, *б* изображена диаграмма, рассчитанная согласно предлагаемой методике. Как видно из рис. 1, результаты, полученные для модели, качественно согласуются с экспериментальными. Различие фракционного состава, при котором достигается наибольшая плотность заполнителя (50—60% самой крупной фракции для экспериментальной диаграммы и 70—80% для диаграммы, построенной по данным, полученным по модели), объясняется различием относительных средних размеров гранул фракций. Так, средние фракционные размеры гранул для экспериментальной диаграммы в работе [1] относятся как 1 : 3 : 12, а размеры радиусов для модели относятся как 1 : 2 : 6, поэтому смещение и произошло в сторону увеличения крупной фракции. Для иллюстрации влияния изменения средних размеров гранул на характер изолиний на рис. 2, *а* приведена диаграмма, построенная для размеров шаров 1 : 3 : 6 (3 : 10 : 19), т. е. увеличен средний радиус. Изолинии на диаграмме 2, *а* более вытянуты в сторону увеличения средней фракции, чем изолинии на рис. 1, *б*.

Изолинии на рассмотренных диаграммах были построены для плотных структур, т. е. для случая, когда в точках контакта соседних гранул отсутствует зазор ($\delta = 0$). Однако если между гранулами есть зазор (а в бетоне он всегда есть, и величина его зависит от подвижности бетона и вязкости цементного теста), то для получения оптимального гранулометрического состава заполнителя необходимо учитывать удельную поверхность структуры. Влияние удельной поверхности заключается в том, что с увеличением зазора между гранулами гранулометрический состав, соответствующий наибольшей плотности, смещается в сторону уменьшения удельной поверхности, что подтверждает диаграмма рис. 2, *б*. На этой диаграмме приведены изолинии для упаковки шаров с радиусами 3 : 6 : 19 и средним зазором между шарами $5 \cdot 10^{-1}$. Как видно из рис. 2, *б*, оптимальный, в смысле геометрической плотности, гранулометрический состав для редких структур не соответствует оптимальному составу для плотных структур.

То, что результаты, полученные на модели, согласуются с экспериментом, свидетельствует о возможности использования вышеизложенного метода для определения оптимального гранулометрического состава заполнителя. Построение приведенных выше диаграмм состав — свойство осуществлялось по 21-й точке. Обсчет составов, соответствующих этим точкам, занимал около 2 *мин* машинного времени на ЦВМ М-20. Однако оптимальный гранулометрический состав структуры можно



а)



б)

Рис. 1. Диаграммы зависимости плотности и удельной поверхности заполнителя от его гранулометрического состава при $\delta = o$

а) экспериментальная,

б) рассчитанная на модели

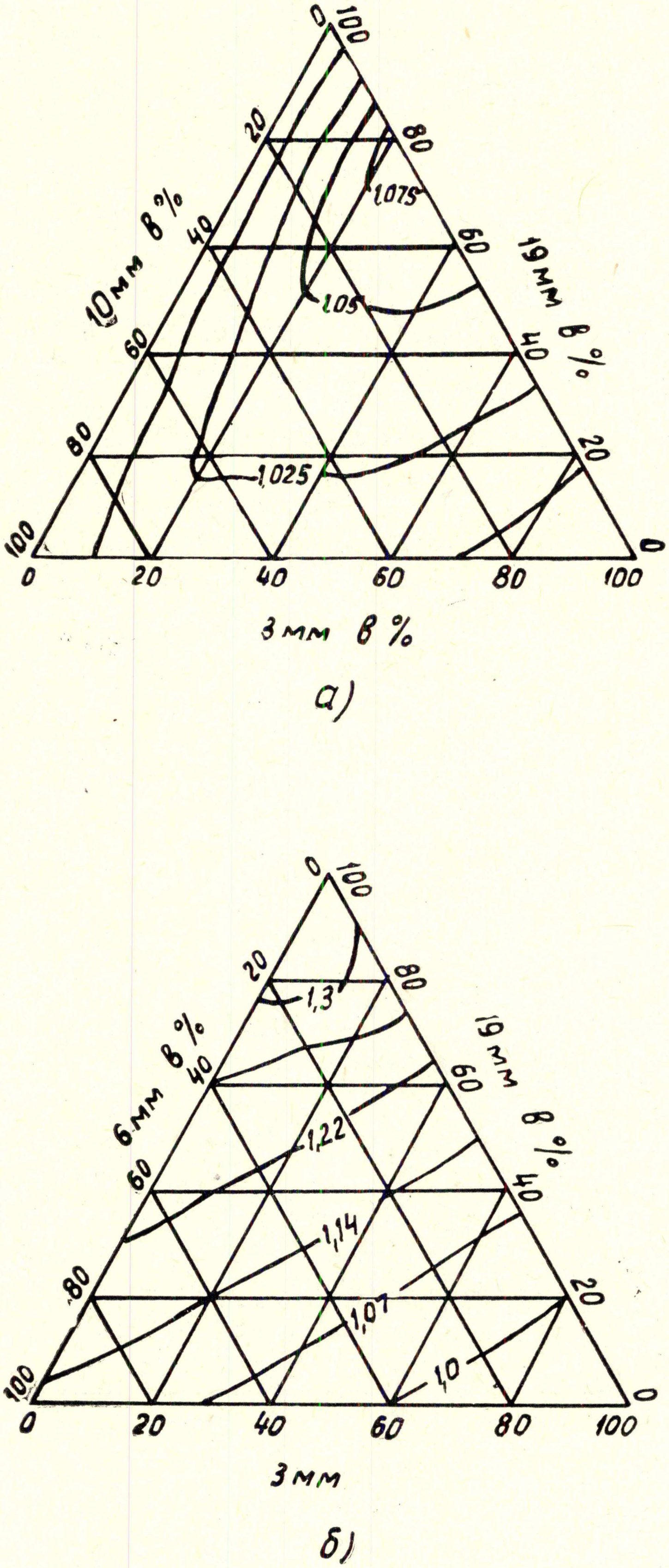


Рис. 2. Диаграммы зависимости плотности от гранулометрического состава, рассчитанные на модели

а) для шаров с радиусами 3 : 10 : 19;

б) для шаров с радиусами 3 : 6 : 19 и $\delta = 5 \cdot 10^{-1}$.

оценить в результате проведения активного машинного эксперимента на предлагаемой модели. В этом случае сокращается число обсчитываемых составов (точек) и нет необходимости в построении диаграммы. На печать ЦВМ выдается оптимальный гранулометрический состав для заданных радиусов и средней величины зазора между гранулами в точках соприкосновения. Метод тетраэдров позволяет оценивать плотность упаковок, заданных любым количеством радиусов, но при увеличении числа радиусов быстро увеличивается потребляемое машинное время: так, для трех радиусов расчет одной упаковки занимает 7 *сек*, а для 12 радиусов — требуется около 10 *мин*. Существенными ограничениями метода является то, что наибольший радиус не должен превышать наименьший более, чем в 6,46 раза, поэтому он не позволяет охватить сразу крупный и мелкий заполнитель, и расчет необходимо производить по частям.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. И. Сорокер, В. И. Галактионов. Выбор оптимальных смесей фракционированных заполнителей для бетона заводов железобетонных изделий. Изв. вузов, «Строительство и архитектура», 5, Новосибирск, 1966.

2. И. Э. Наац, В. И. Сесь, В. М. Гончаров. К экспериментальному обоснованию вероятностно-геометрических моделей структур неоднородных материалов типа бетона. Доклады на II Межвузовской конференции по радиационным методам и средствам неразрушающего контроля материалов и изделий, Томск, Изд-во ТГУ, 1968. (в печати).

3. И. Э. Наац, В. И. Сесь. Применение цифрового моделирования для изучения геометрических характеристик случайных упаковок. Доклады к Межвузовской конференции по радиационной физике. Томск, Изд-во ТГУ, 1968. (в печати).

4. M. J. Hogendrjk. Random dense packing of Spheres with a discrete distribution of the radii. Philips Res. Repts., 18, 1963.