

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ НАГРЕВАТЕЛЯ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ МЕТОДОМ ПОСТОЯННОГО ТЕПЛОВОГО ПОТОКА

В. Н. ШМАНДИНА, Л. Г. ФУКС

В расчете теплопроводности по методу постоянного теплового потока [1] используется выражение

$$\lambda = \frac{2q\sqrt{a\tau}}{\vartheta} \operatorname{ierfc} \frac{x}{2\sqrt{a\tau}}, \quad (1)$$

полученное для случая нагрева полуограниченного тела.

Выражение (1) содержит следующие величины:

λ — коэффициент теплопроводности,

q — плотность теплового потока,

a — коэффициент температуропроводности,

τ — время,

x — расстояние от нагревателя до точки измерения температуры,

ϑ — превышение температуры в точке x за время τ .

При изготовлении плоского нагревателя стержня выполнить его такой конструкции, чтобы он по возможности не оказывал влияния на формирование температурного поля исследуемого объекта. Мы изготовляли нагреватель из равномерно намотанной константановой проволоки d 0,1—0,2 мм. Для придания механической прочности плоская намотка оклеивалась с двух сторон бумагой на клее БФ4. Готовый нагреватель имел толщину 0,28 мм. В других случаях употребляются иные малоинерционные конструкции, например, нагреватели, сделанные из фигурно разрезанной металлической фольги.

В расчетной зависимости (1) толщина и инерционность нагревателя не учитываются.

Настоящая работа является попыткой оценки погрешности, возникающей из-за пренебрежения этими условиями.

Пусть нагреватель 1, рис. 1, представляет из себя пластину малой толщины b и на левой его границе действует постоянный тепловой поток q . Тогда температуру в точке x исследуемого образца 2 можно найти в результате решения системы:

$$\frac{\partial^2 \vartheta_1(x, \tau)}{\partial x^2} = \frac{1}{a_1} \frac{\partial \vartheta_1(x, \tau)}{\partial \tau}, \quad -b \leq x \leq 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 \vartheta_2(x, \tau)}{\partial x^2} = \frac{1}{a_2} \frac{\partial \vartheta_2(x, \tau)}{\partial \tau}, \quad 0 \leq x \leq \infty, \quad (3)$$

$$\vartheta_1(x, 0) = \vartheta_2(x, 0) = 0, \quad (4), (5)$$

$$-\lambda \frac{\partial \vartheta_1(-b, \tau)}{\partial x} = q, \quad (6)$$

$$\vartheta_1(0, \tau) = \vartheta_2(0, \tau), \quad (7)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial \vartheta_1(0, \tau)}{\partial x} = \lambda_2 \frac{\partial \vartheta_2(0, \tau)}{\partial x}, \quad (8)$$

$$\frac{\partial \vartheta_2(\infty, \tau)}{\partial x} = 0. \quad (9)$$

Здесь индексом 1 обозначены величины, относящиеся к нагревателю, а индексом 2 — величины, характеризующие образец. Остальные обозначения пояснены ранее.

Решение системы (2) — (9) приведено в [2, 3].

Если ввести обозначение

$$M = \frac{1 - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \sqrt{\frac{a_1}{a_2}}}{1 + \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \sqrt{\frac{a_1}{a_2}}},$$

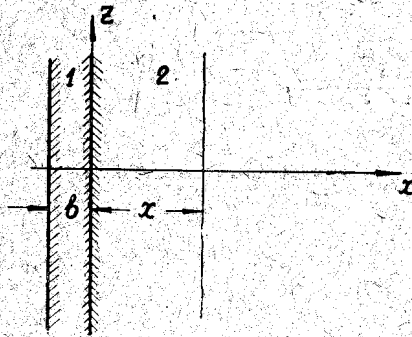


Рис. 1

то для температуры образца решение будет иметь вид

$$\vartheta_2 = \frac{2q \sqrt{a_2 \tau} (1 - M)}{\lambda_2} \sum_{n=1}^{\infty} M^{n-1} \operatorname{erfc} \left[\frac{\frac{x}{\sqrt{a_2}} + \frac{(2n-1)b}{\sqrt{a_1}}}{2\sqrt{\tau}} \right]. \quad (10)$$

Использовать это решение затруднительно, так как ряд (10) сходится очень медленно. Дадим приближенную оценку влияния нагревателя на определение коэффициента теплопроводности образца.

Применяя интегральное преобразование по Лапласу, запишем изображение температуры образца в виде

$$\vartheta_{2L}(x, s) = \frac{q \exp\left(-\sqrt{\frac{s}{a_2}} x\right)}{\lambda_1 s \sqrt{\frac{s}{a_1}} \left[\operatorname{sh}\left(\sqrt{\frac{s}{a_1}} b\right) + N \operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{s}{a_1}} b\right) \right]}, \quad (11)$$

где

$$N = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \sqrt{\frac{a_1}{a_2}}.$$

При малом значении толщины нагревателя в качестве первого приближения можно положить

$$\operatorname{sh}\left(\sqrt{\frac{s}{a_1}} b\right) \approx \sqrt{\frac{s}{a_1}} b,$$

$$\operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{s}{a_1}} b\right) \approx 1.$$

Тогда уравнение (11) преобразуется следующим образом:

$$\vartheta_{2L}(x, s) = \frac{qa_1}{\lambda_1 b} \frac{\exp\left(-\sqrt{\frac{s}{a_2}} x\right)}{s\sqrt{s}(\sqrt{s} + f)}. \quad (12)$$

Здесь

$$f = \frac{N\sqrt{a_1}}{b}.$$

Переход от изображения к оригиналу дает

$$\vartheta_2 = \frac{qa_1}{b\lambda_1} \left[\frac{2}{f} \sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{4a_2\tau}\right) - \frac{1+f\sqrt{\frac{x}{a_2}}}{f^2} \operatorname{erfc} \frac{x}{2\sqrt{a_2\tau}} + \right. \\ \left. + \frac{1}{f^2} \exp\left(f\sqrt{\frac{x}{a_2}} + f^2\tau\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a_2\tau}} + f\sqrt{\tau}\right) \right]. \quad (13)$$

Используя то обстоятельство, что в наших опытах величина

$$\frac{x}{2\sqrt{a_2\tau}} + f\sqrt{\tau} > 10,$$

а при больших значениях аргумента дополнение интеграла вероятности достаточно точно выражается через

$$\operatorname{erfc} x \approx \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-x^2) \frac{1}{x}, \quad (14)$$

после некоторых преобразований получаем

$$\vartheta_2 = \frac{q}{\lambda_2} \left(2\sqrt{a_2\tau} \operatorname{erfc} \frac{x}{2\sqrt{a_2\tau}} - b \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \frac{a_2}{a_1} \operatorname{erfc} \frac{x}{2\sqrt{a_2\tau}} \right). \quad (15)$$

Отсюда величина коэффициента теплопроводности, определенная с учетом тепловой инерции и толщины нагревателя, будет равна

$$\lambda_2^* = \lambda_2 - \Delta\lambda \frac{2q\sqrt{a_2\tau}}{\vartheta_2} \operatorname{erfc} \frac{x}{2\sqrt{a_2\tau}} - \frac{bq c_{p1}}{\vartheta_2 c_{p2}} \operatorname{erfc} \frac{x}{2\sqrt{a_2\tau}}. \quad (16)$$

Здесь λ_2 определено по выражению (1).

Расчет поправки $\Delta\lambda$ по соотношению (16) для опыта с плексигласом при значениях

$$q = 800 \text{ вт/м}^2, \quad \tau = 60 \text{ сек}, \quad a_2 = 10^{-7} \text{ м}^2/\text{сек}, \\ b = 4 \cdot 10^{-5} \text{ м}, \quad x = 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}, \quad \lambda_2 = 0,18 \text{ вт/м} \cdot \text{град}, \\ \vartheta_2 = 3,3^\circ\text{C}, \quad c_{p1} = 1,5 \cdot 10^6 \text{ дж/м}^3\text{град}.$$

дал поправку $\Delta\lambda = 0,0032 \text{ вт/м} \cdot \text{град}$.

При этом λ_2 по формуле (1) будет равна

$$\lambda_2 = 0,18 \text{ вт/м} \cdot \text{град}.$$

Таким образом, поправка составляет величину порядка двух процентов.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Б. Вержинская, Л. Н. Новиченок. ИФЖ, № 9, 1960.
2. Griffith, Horton. Proc. Phys. Soc., 58, 481—487, 1946.
3. Matricorn. I. Phys. Radium. 12, № 15, 1951.