ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ
И ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

Том 225 1972

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ НАГРЕВАТЕЛЯ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ МЕТОДОМ ПОСТОЯННОГО ТЕПЛОВОГО ПОТОКА

В. Н. ШМАНДИНА, Л. Г. ФУКС

В расчете теплопроводности по методу постоянного теплового потока [1] используется выражение

$$\lambda = \frac{2q\sqrt{a\tau}}{\vartheta} \operatorname{ierfc} \frac{x}{2\sqrt{a\tau}}, \tag{1}$$

полученное для случая нагрева полуограниченного тела.

Выражение (1) содержит следующие величины:

λ — коэффициент теплопроводности,
q — плотность теплового потока,
a — коэффициент температуропроводности,
τ — время,
x — расстояние от нагревателя до точки измерения температуры,
ϑ — превышение температуры в точке x за время τ.

При изготовлении плоского нагревателя стержня выполнить его такой конструкции, чтобы он по возможности не оказывал влияния на формирование температурного поля исследуемого объекта. Мы изготовляли нагреватель из равномерно намотанной константановой проволоки d 0,1—0,2 *мм*. Для придания механической прочности плоская намотка оклеивалась с двух сторон бумагой на клее БФ4. Готовый нагреватель имел толщину 0,28 *мм*. В других случаях употребляются иные малоинерционные конструкции, например, нагреватели, сделанные из фигурно разрезанной металлической фольги.

В расчетной зависимости (1) толщина и инерционность нагревателя не учитываются.

Настоящая работа является попыткой оценки погрешности, возникающей из-за пренебрежения этими условиями.

Пусть нагреватель 1, рис. 1, представляет из себя пластину малой толщины b и на левой его границе действует постоянный тепловой поток q. Тогда температуру в точке x исследуемого образца 2 можно найти в результате решения системы:

$$\frac{\partial^2 \vartheta_1(x,\tau)}{\partial x^2} = \frac{1}{a_1} \frac{\partial \vartheta_1(x,\tau)}{\partial \tau}, \quad -b \leqslant x \leqslant 0, \tag{2}$$

$$\frac{\partial^2 \vartheta_2(x,\tau)}{\partial x^2} = \frac{1}{a_2} \frac{\partial \vartheta_2(x,\tau)}{\partial \tau}, \quad 0 \leqslant x \leqslant \infty, \tag{3}$$

$$\vartheta_1(x, 0) = \vartheta_2(x, 0) = 0, \tag{4), (5}$$

$$-\lambda \frac{\partial \vartheta_1(-b, \tau)}{\partial x} = q, \tag{6}$$

$$\vartheta_1(0, \tau) = \vartheta_2(0, \tau), \tag{7}$$

$$\lambda_1 \frac{\partial \vartheta_1(0, \tau)}{\partial x} = \lambda_2 \frac{\partial \vartheta_2(0, \tau)}{\partial x}, \tag{8}$$

$$\frac{\partial \vartheta_2(\infty, \tau)}{\partial x} = 0. \tag{9}$$

Здесь индексом 1 обозначены величины, относящиеся к нагревателю, а индексом 2 — величины, характеризующие образец. Остальные обозначения пояснены ранее.

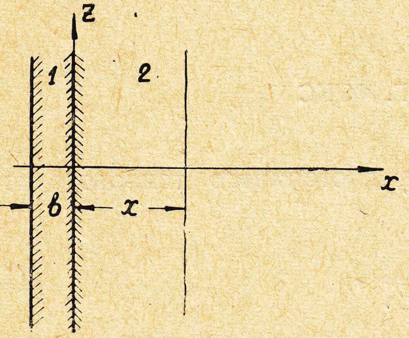

Рис. 1

Решение системы (2)—(9) приведено в [2, 3].

Если ввести обозначение

$$M = \frac{1 - \frac{\lambda_2}{\lambda_1}\sqrt{\frac{a_1}{a_2}}}{1 + \frac{\lambda_2}{\lambda_1}\sqrt{\frac{a_1}{a_2}}},$$

то для температуры образца решение будет иметь вид

$$\vartheta_2 = \frac{2q\sqrt{a_2\tau}(1-M)}{\lambda_2} \sum_{n=1}^{\infty} M^{n-1} \operatorname{ierfc}\left[\frac{\frac{x}{\sqrt{a_2}} + \frac{(2n-1)b}{\sqrt{a_1}}}{2\sqrt{\tau}}\right]. \tag{10}$$

Использовать это решение затруднительно, так как ряд (10) сходится очень медленно. Дадим приближенную оценку влияния нагревателя на определение коэффициента теплопроводности образца.

Применяя интегральное преобразование по Лапласу, запишем изображение температуры образца в виде

$$\vartheta_{2L}(x, s) = \frac{q \exp\left(-\sqrt{\frac{s}{a_2}}\, x\right)}{\lambda_1 s \sqrt{\frac{s}{a_1}}\left[\operatorname{sh}\left(\sqrt{\frac{s}{a_1}}\, b\right) + N \operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{s}{a_1}}\, b\right)\right]}, \tag{11}$$

где

$$N = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}\sqrt{\frac{a_1}{a_2}}.$$

При малом значении толщины нагревателя в качестве первого приближения можно положить

$$\operatorname{sh}\left(\sqrt{\frac{s}{a_1}}\, b\right) \approx \sqrt{\frac{s}{a_1}}\, b,$$

$$\operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{s}{a_1}}\, b\right) \approx 1.$$

Тогда уравнение (11) преобразуется следующим образом:

$$\vartheta_{2L}(x, s) = \frac{qa_1}{\lambda_1 b} \frac{\exp\left(-\sqrt{\frac{s}{a_2}}\,x\right)}{s\sqrt{s}\,(\sqrt{s}+f)}. \tag{12}$$

Здесь

$$f = \frac{N\sqrt{a_1}}{b}.$$

Переход от изображения к оригиналу дает

$$\vartheta_2 = \frac{qa_1}{b\lambda_1}\left[\frac{2}{f}\sqrt{\frac{\tau}{\pi}}\exp\left(-\frac{x^2}{4a_2\tau}\right) - \frac{1+f\frac{x}{\sqrt{a_2}}}{f^2}\operatorname{erfc}\frac{x}{2\sqrt{a_2\tau}} + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{f^2}\exp\left(f\frac{x}{\sqrt{a_2}} + f^2\tau\right)\operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a_2\tau}} + f\sqrt{\tau}\right)\right]. \tag{13}$$

Используя то обстоятельство, что в наших опытах величина

$$\frac{x}{2\sqrt{a_2\tau}} + f\sqrt{\tau} > 10,$$

а при больших значениях аргумента дополнение интеграла вероятности достаточно точно выражается через

$$\operatorname{erfc} x \approx \frac{1}{\sqrt{\pi}}\exp(-x^2)\frac{1}{x}, \tag{14}$$

после некоторых преобразований получаем

$$\vartheta_2 = \frac{q}{\lambda_2}\left(2\sqrt{a_2\tau}\operatorname{ierfc}\frac{x}{2\sqrt{a_2\tau}} - b\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\frac{a_2}{a_1}\operatorname{erfc}\frac{x}{2\sqrt{a_2\tau}}\right). \tag{15}$$

Отсюда величина коэффициента теплопроводности, определенная с учетом тепловой инерции и толщины нагревателя, будет равна

$$\lambda_2^* = \lambda_2 - \Delta\lambda\,\frac{2q\sqrt{a_2\tau}}{\vartheta_2}\operatorname{ierfc}\frac{x}{2\sqrt{a_2\tau}} - \frac{bq}{\vartheta_2}\frac{c\rho_1}{c\rho_2}\operatorname{erfc}\frac{x}{2\sqrt{a_2\tau}}. \tag{16}$$

Здесь λ_2 определено по выражению (1).

Расчет поправки $\Delta\lambda$ по соотношению (16) для опыта с плексигласом при значениях

$$q = 800\ \textit{вт/м}^2,\quad \tau = 60\ \textit{сек},\quad a_2 = 10^{-7}\ \textit{м}^2\textit{/сек},$$
$$b = 4\cdot 10^{-5}\ \textit{м},\quad x = 3\cdot 10^{-3}\ \textit{м},\quad \lambda_2 = 0{,}18\ \textit{вт/м}\cdot\textit{град},$$
$$\vartheta_2 = 3{,}3^\circ\mathrm{C},\qquad c\rho_1 = 1{,}5\cdot 10^6\ \textit{дж/м}^3\textit{град}.$$

дал поправку $\Delta\lambda = 0{,}0032$ *вт/м·град.*

При этом λ_2 по формуле (1) будет равна

$$\lambda_2 = 0{,}18\ \textit{вт/м}\cdot\textit{град}.$$

Таким образом, поправка составляет величину порядка двух процентов.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Б. Вержинская, Л. Н. Новиченок. ИФЖ, № 9, 1960.
2. Gpiffith, Horton. Proc. Phys. Soc., 58, 481—487, 1946.
3. Matricon. I. Phys. Radium. 12, № 15, 1951.