ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ
И ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

Том 225 1972

АНАЛИЗ УДВОИТЕЛЯ ЧАСТОТЫ КАК ЭЛЕМЕНТА АКТИВНОГО КОМПЕНСАЦИОННОГО СГЛАЖИВАЮЩЕГО ФИЛЬТРА

В. В. СОРОКОВИКОВ, Е. И. ГОЛЬДШТЕЙН

(Представлена научным семинаром кафедры приборов и устройств систем автоматики)

Для повышения эффективности сглаживающих фильтров представляется перспективным использование принципа компенсации пульсаций от вспомогательного источника. Для реализации такого принципа предлагались схемы компенсационных фильтров на базе статических умножителей частоты, разработанных в Томском политехническом институте [1].

Учитывая, что АКСФ являются существенно нелинейными устройствами и их расчет, а тем более проектирование, невозможны без проведения детальных теоретических и экспериментальных исследований основного элемента АКСФ-удвоителя частоты, ниже приводится анализ основных режимов, на основе которого выводятся расчетные выражения для АКСФ-удвоителя (рис. 1).

Предлагаемый аналитический метод расчета базируется на приближенном определении коэффициентов ряда Фурье, которым может

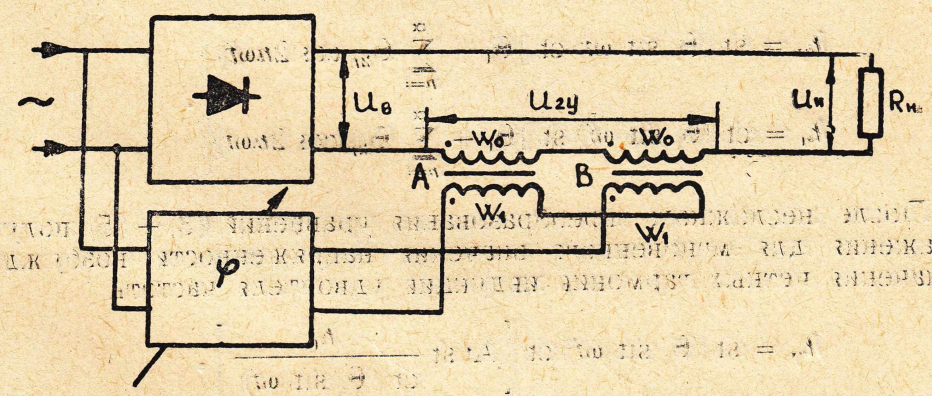

Рис. 1. Принципиальная схема АКСФ

быть представлена аналитическая функция, выражающая связь между магнитной индукцией и напряженностью магнитного поля. Для расчета используются формулы приближенного гармонического анализа, основанные на замене определенного интеграла конечной суммой методом тригонометрической интерполяции [2].

Исследования проводятся без учета гистерезиса, потоков рассеяния и активного сопротивления намагничивающих цепей. Для аппрок-

симации кривой намагничивания применяется уравнение гиперболического синуса в относительных единицах

$$h = \operatorname{sh} \Theta, \tag{1}$$

где

$$h = \frac{IW}{\alpha l}$$

и

$$\Theta = \beta B, \tag{2}$$

I — ток,

α, β — коэффициенты аппроксимации основной кривой намагничивания,

l — длина средней силовой линии.

Анализ АКСФ-удвоителя в режиме синусоидального изменения напряжения (индукции)

В установившемся режиме холостого хода магнитное состояние сердечников при принятом способе аппроксимации основной кривой намагничивания и входном напряжении $U_{1y} = U_{1ym} \cos \omega t$ описывается следующими уравнениями:

$$\left.\begin{aligned} h_y + h_0 &= \operatorname{sh} \Theta_A \\ h_y - h_0 &= \operatorname{sh} \Theta_Б \end{aligned}\right\}, \tag{3}$$

где $h_y h_0$ — мгновенные значения первичной напряженности и напряженности подмагничивания;

Θ_A, $\Theta_Б$ — индукции в сердечниках А и Б.

$$\left.\begin{aligned} \Theta_A &= \Theta_1 \sin \omega t + \Theta_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \Theta_{2n} \cos 2n\omega t \\ \Theta_Б &= \Theta_1 \sin \omega t - \Theta_0 - \sum_{n=1}^{\infty} \Theta_{2n} \cos 2n\omega t \end{aligned}\right\}. \tag{4}$$

Решаем систему (3) с учетом (4)

$$\left.\begin{aligned} h_y &= \operatorname{sh}(\Theta_1 \sin \omega t) \operatorname{ch}\left[\Theta_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \Theta_{2n} \cos 2n\omega t\right] \\ h_0 &= \operatorname{ch}(\Theta_1 \sin \omega t) \operatorname{sh}\left[\Theta_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \Theta_{2n} \cos 2n\omega t\right] \end{aligned}\right\}. \tag{5}$$

После несложного преобразования уравнений (3) — (5) получаем выражения для мгновенного значения напряженности возбуждения и значения четных гармоник индукции удвоителя частоты

$$h_y = \operatorname{sh}(\Theta_1 \sin \omega t) \operatorname{ch}\left[\operatorname{Ar\,sh} \frac{h_0}{\operatorname{ch}(\Theta_1 \sin \omega t)}\right], \tag{6}$$

$$\left[\Theta_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \Theta_{2n} \cos 2n\omega t\right] = \operatorname{Ar\,sh} \frac{h_0}{\operatorname{ch}(\Theta_1 \sin \omega t)}. \tag{7}$$

Функция $f(t) = h_y(t)$ является периодической функцией с периодом $T = 2\pi$ и равная нулю на концах интервала. Представим ее в виде

$$h_y(\omega t) = h_{1m} \sin \omega t + h_{3m} \sin 3\omega t + h_{5m} \sin 5\omega t + \cdots \tag{8}$$

Гармонические составляющие находим методом тригонометрической интерполяции [2]

$$h_{\kappa m} = \frac{2}{n} \sum_{\alpha=1}^{n-1} y_\alpha \sin \kappa\alpha \frac{\pi}{n}, \tag{9}$$

где y_α — значения функции в узлах интерполяции

$$\left.\begin{aligned} y_1 &= \operatorname{sh}(0{,}5\Theta_1) \operatorname{ch}\left[\operatorname{Ar\,sh} \frac{h_0}{\operatorname{ch}(0{,}5\Theta_1)}\right] \\ y_2 &= \operatorname{sh}(0{,}866\Theta_1) \operatorname{ch}\left[\operatorname{Ar\,sh} \frac{h_0}{\operatorname{ch}(0{,}866\Theta_1)}\right] \\ y_3 &= \operatorname{sh}(\Theta_1) \operatorname{ch}\left[\operatorname{Ar\,sh} \frac{h_0}{\operatorname{ch}\Theta_1}\right] \end{aligned}\right\}. \tag{10}$$

Из (9) с учетом (10) получим

$$\left.\begin{aligned} h_{1m} &= \frac{1}{3}(y_1 + 1{,}73y_2 + y_3) \\ h_{3m} &= \frac{1}{3}(2y_1 - y_3) \\ h_{5m} &= \frac{1}{3}(y_1 - 1{,}73y_2 + y_3) \end{aligned}\right\}. \tag{11}$$

Аналогично определим гармонические составляющие вторичной индукции из (7):

$$\Theta(\omega t) = \Theta_0 + \Theta_2 \cos 2\omega t + \Theta_4 \cos 4\omega t + \Theta_6 \cos 6\omega t + \cdots, \tag{12}$$

$$\Theta_{2\kappa} = \frac{2}{n} \sum_{\alpha=0}^{n} y_\alpha \cos \kappa\alpha \frac{\pi}{n}, \tag{13}$$

$$\left.\begin{aligned} y_0 &= \operatorname{Ar\,sh} h_0 \\ y_1 &= \operatorname{Ar\,sh} \frac{h_0}{\operatorname{ch}(0{,}259\Theta_1)} \\ y_2 &= \operatorname{Ar\,sh} \frac{h_0}{\operatorname{ch}(0{,}5\Theta_1)} \\ y_3 &= \operatorname{Ar\,sh} \frac{h_0}{\operatorname{ch}(0{,}707\Theta_1)} \\ y_4 &= \operatorname{Ar\,sh} \frac{h_0}{\operatorname{ch}(0{,}866\Theta_1)} \\ y_5 &= \operatorname{Ar\,sh} \frac{h_0}{\operatorname{ch}(0{,}966\Theta_1)} \\ y_6 &= \operatorname{Ar\,sh} \frac{h_0}{\operatorname{ch}\Theta_1} \end{aligned}\right\}, \tag{14}$$

$$\left.\begin{aligned}
\Theta_0 &= \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}y_0 + y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + \frac{1}{2}y_6\right)\\
\Theta_2 &= \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}y_0 + 0{,}866y_1 + 0{,}5y_2 - 0{,}5y_4 - 0{,}866y_5 - \frac{1}{2}y_6\right)\\
\Theta_4 &= \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}y_0 + 0{,}5y_1 - 0{,}5y_2 - y_3 - 0{,}5y_4 + 0{,}5y_5 + \frac{1}{2}y_6\right)\\
\Theta_6 &= \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}y_0 - y_2 + y_4 - \frac{1}{2}y_6\right)
\end{aligned}\right\}. \tag{15}$$

Чтобы получить аналитическое выражение для выходного напряжения удвоителя, воспользуемся известным соотношением

$$e_{2у} = \frac{2}{\beta} W_2 S \frac{d}{dt}(\Theta_{2к}\cos 2к\omega t). \tag{16}$$

При этом

$$\left.\begin{aligned}
e_{2гр} &= \frac{2}{\beta} W_2 S \frac{d}{dt}(\Theta_{2к}\cos 2\omega t) = U_{2m}\sin 2\omega t\\
e_{4гр} &= \frac{2}{\beta} W_2 S \frac{d}{dt}(\Theta_{4к}\cos 4\omega t) = U_{4m}\sin 2\omega t\\
e_{6гр} &= \frac{2}{\beta} W_2 S \frac{d}{dt}(\Theta_{6к}\cos 6\omega t) = U_{6m}\sin 6\omega t
\end{aligned}\right\}, \tag{17}$$

$$U_{2у} = \sqrt{\frac{U_{2m}^2 + U_{4m}^2 + U_{6m}^2}{2}}. \tag{18}$$

Гармоники первичного тока найдем по соответствующим напряженностям

$$i_у = \frac{h_у \alpha l}{W_1}, \tag{19}$$

$$I_у = \sqrt{\frac{I_{1m}^2 + I_{3m}^2 + I_{5m}^2}{2}}, \tag{20}$$

$$H_у = \frac{I_у W_1}{\alpha l}, \tag{21}$$

где $H_у$ — действующее значение напряженности возбуждения в относительных единицах.

Анализ АКСФ-удвоителя в режиме синусоидального изменения тока (напряженности)

Для случая

$$\left.\begin{aligned}
I_у &= I_{ym}\sin\omega t\\
h_у &= h_{ym}\sin\omega t
\end{aligned}\right\}. \tag{22}$$

Системы уравнений (3) и (4) запишутся в виде

$$\left.\begin{aligned}
h_{ym}\sin\omega t + h_0 &= \operatorname{sh}\Theta_А\\
h_{ym}\sin\omega t - h_0 &= \operatorname{sh}\Theta_Б
\end{aligned}\right\}, \tag{23}$$

$$\left.\begin{aligned}
\Theta_А &= \operatorname{Ar\,sh}(h_{ym}\sin\omega t + h_0)\\
\Theta_Б &= \operatorname{Ar\,sh}(h_{ym}\sin\omega t - h_0)
\end{aligned}\right\}. \tag{24}$$

Для определения значений первичного и вторичного напряжений используем известные соотношения:

$$e_1 = \frac{2}{\beta} W_1 S \frac{d}{dt}(\Theta_{1\kappa} \sin \kappa\omega t),$$
$$e_2 = \frac{2}{\beta} W_2 S \frac{d}{dt}(\Theta_{2\kappa} \cos 2\kappa\omega t), \tag{25}$$

где

$$\left.\begin{aligned} \Theta_{1y} &= (\Theta_А + \Theta_Б) = \mathrm{Ar\,sh}\,(h_{ym} \sin \omega t + h_0) + \mathrm{Ar\,sh}\,(h_{ym} \sin \omega t - h_0) \\ \Theta_{2y} &= (\Theta_А - \Theta_Б) = \mathrm{Ar\,sh}\,(h_{ym} \sin \omega t + h_0) - \mathrm{Ar\,sh}\,(h_{ym} \sin \omega t - h_0) \end{aligned}\right\}. \tag{26}$$

Но, в свою очередь,

$$\Theta_{1y} = \sum_{\kappa=1}^{\infty} \Theta_{1\kappa} \sin \kappa\omega t, \quad \Theta_{2y} = \Theta_0 + \sum_{\kappa=1}^{\infty} \Theta_{2\kappa} \cos 2\kappa\omega t. \tag{27}$$

Определяем гармонические составляющие индукции

$$\Theta_{1y} = \Theta_1 \sin \omega t + \Theta_3 \sin 3\omega t + \Theta_5 \sin 5\omega t + \cdots, \tag{28}$$

$$\Theta_\kappa = \frac{2}{n} \sum_{\alpha=1}^{n-1} y_\alpha \sin \kappa\alpha \frac{\pi}{n}, \tag{29}$$

$$\left.\begin{aligned} y_1 &= \mathrm{Ar\,sh}\,(0{,}5h_{ym} + h_0) + \mathrm{Ar\,sh}\,(0{,}5h_{ym} - h_0) \\ y_2 &= \mathrm{Ar\,sh}\,(0{,}866h_{ym} + h_0) + \mathrm{Ar\,sh}\,(0{,}866h_{ym} - h_0) \\ y_3 &= \mathrm{Ar\,sh}\,(h_{ym} + h_0) + \mathrm{Ar\,sh}\,(h_{ym} - h_0) \end{aligned}\right\}, \tag{30}$$

$$\left.\begin{aligned} \Theta_1 &= \frac{1}{3}(y_1 + 1{,}732y_2 + y_3) \\ \Theta_3 &= \frac{1}{3}(2y_1 - y_3) \\ \Theta_5 &= \frac{1}{3}(y_1 - 1{,}732y_2 + y_3) \end{aligned}\right\}, \tag{31}$$

$$\Theta_{2y} = \Theta_0 + \Theta_2 \cos 2\omega t + \Theta_4 \cos 4\omega t + \Theta_6 \cos 6\omega t, \tag{32}$$

$$\Theta_{2\kappa} = \frac{2}{n} \sum_{\alpha=0}^{n} y_\alpha \cos \kappa\alpha \frac{\pi}{n}, \tag{33}$$

$$\left.\begin{aligned} y_0 &= \mathrm{Ar\,sh}\,h_0 + \mathrm{Ar\,sh}\,h_0 = 2\mathrm{Ar\,sh}\,h_0 \\ y_1 &= \mathrm{Ar\,sh}\,(0{,}259h_{ym} + h_0) - \mathrm{Ar\,sh}\,(0{,}259h_{ym} - h_0) \\ y_2 &= \mathrm{Ar\,sh}\,(0{,}5h_{ym} + h_0) - \mathrm{Ar\,sh}\,(0{,}5h_{ym} - h_0) \\ y_3 &= \mathrm{Ar\,sh}\,(0{,}707h_{ym} + h_0) - \mathrm{Ar\,sh}\,(0{,}707h_{ym} - h_0) \\ y_4 &= \mathrm{Ar\,sh}\,(0{,}866h_{ym} + h_0) - \mathrm{Ar\,sh}\,(0{,}866h_{ym} - h_0) \\ y_5 &= \mathrm{Ar\,sh}\,(0{,}966h_{ym} + h_0) - \mathrm{Ar\,sh}\,(0{,}966h_{ym} - h_0) \\ y_6 &= \mathrm{Ar\,sh}\,(h_{ym} + h_0) - \mathrm{Ar\,sh}\,(h_{ym} - h_0) \end{aligned}\right\}, \tag{34}$$

Значения Θ_0, Θ_2, Θ_4, Θ_6 определим по (15).

Теоретические предположения подтверждаются экспериментальными данными. В табл. 1 приведены результаты экспериментальной про-

верки удвоителя в режиме синусоидального изменения индукции с параметрами $S_{ст} = 4{,}5 \cdot 10^{-4}$ *м*², $W_1 = 500$, $W_0 = 100$, $I_0 = 0{,}4$ *а*, $U_{1у} = 70$ *в*, выполненного из материала Э—42 (основная кривая намагничивания которого аппроксимируется гиперболическим синусом с коэффициентами $\alpha = 31{,}4$ *а/м* и $\beta = 4{,}02 \frac{1}{тл}$). Удовлетворительное совпадение было получено и для режима синусоидального изменения напряженности.

Таблица 1

$U_{2гр}$ (*в*)	$U_{4гр}$ (*в*)	$U_{6гр}$ (*в*)	$I_{1гр}$ (*а*)	$I_{3гр}$ (*а*)	Примечание
8,99	3,03	0,728	0,0618	0,00213	определено аналитически
8,81	3,11	0,74	0,0624	0,0022	определено экспериментально

Заключение

1. Получены аналитические зависимости для мгновенных значений в режимах синусоидального изменения индукции и синусоидального изменения напряженности в системе относительных единиц.

2. Предложенный аналитический метод расчета гармонических составляющих легко поддается табулированию и может быть использован для аналитического расчета ферромагнитных устройств с достаточной для практики точностью.

3. Рассматриваемый метод дает возможность получить уравнения для любой учитываемой гармоники в явном виде.

ЛИТЕРАТУРА

1. Е. И. Гольдштейн, А. И. Кутявин, В. В. Сороковиков. Активные компенсационные сглаживающие фильтры. Изд-во «Наука», М., 1968.

2. К. Ланцош. Практические методы прикладного анализа. М., Физматгиз, 1962.