

К РАСЧЕТУ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЦЕПЯХ С ЛАМПАМИ НАКАЛИВАНИЯ

В. Ф. АНИКИН

(Представлена научно-техническим семинаром кафедры автоматики и телемеханики.)

Вопросам динамики ламп накаливания (L) посвящен ряд работ [1–3]. Чаще всего L рассматривается как двухполюсник, в координатах ток — напряжение. Для линеаризованного режима определяются инкрементный импеданс, эквивалентная схема замещения [2] и др.

Однако часто лампа накаливания используется не как нелинейное сопротивление, а как управляемый источник света. В этом случае выходной величиной L является световое излучение, непосредственно связанное с температурой нити накала по закону Стефана — Больцмана. В связи с этим представляет интерес получение необходимых расчетных зависимостей, связывающих изменение температуры нити с параметрами как самой лампы, так и внешней цепи.

1. Рассмотрим цепь, состоящую из вакуумной лампы накаливания и последовательно соединенного с нею сопротивления R_1 . Можно показать, что уравнение нагрева при этом имеет вид

$$4,187m_n(T)c_p(T) \cdot \frac{dT}{dt} + \delta\epsilon\pi l_F(T) \cdot T^4 (1 - e^{-\beta T}) = \\ = \frac{4l_p(T)}{\pi d^2} \cdot \rho(T) \cdot I^2(t), \quad (1)$$

при $I > 0$. $T = T_0$ при $I = 0$,

где m_n — масса нити накала,

c_p — средняя теплоемкость металла,

δ — коэффициент неполноты излучения, учитывающий форму тела накала,

ϵ — постоянная Больцмана,

d — диаметр нити,

ρ — удельное сопротивление,

l_F , l_p — эквивалентные длины нити накала L , соответственно, для излучения и рассеиваемой мощности,

β — коэффициент, учитывающий отличие излучения металлов от излучения абсолютно черного тела,

I — ток в цепи L ,

T — максимальная температура нити,

T_0 — температура окружающей среды.

За счет охлаждения электродами и держателями температура тела накала распределена вдоль нити неравномерно. Для учета этого обстоятельства вводятся поправки на длину реальной нити, имеющей ту же максимальную температуру, что и идеальная при условии эквивалентности соответствующих параметров [5]. Естественно, что в таком случае в уравнение (1) входят три эквивалентные длины (кроме l_F и l_p , еще l_T — эквивалентная длина по теплосодержанию, входящая в $m_n(T)$), причем $l_F(T) \neq l_p(T) \neq l_T(T)$.

Нелинейные коэффициенты, входящие в (1), не только зависят от температуры достаточно сложным образом [5, 6], но определяются, кроме того, рядом технологических факторов: режимом отжига [7], диаметром проволоки [8] и др.

2. Интегрирование выражения (1) в общем виде не представляется возможным. Для дальнейшего анализа введем следующие упрощения:

а) примем постоянными коэффициенты $c_p(T)$, $l_F(T)$, $l_p(T)$, $l_T(T)$, равными их среднему значению в рабочем интервале температур ($900 - 2200^{\circ}\text{K}$);

б) зависимость $\rho(T)$ аппроксимируем выражением

$$\rho(T) \approx b_1 \cdot T, \quad b_1 \approx 27 \cdot 10^{-9} \text{ ом} \cdot \text{см}/\text{град}; \quad (2)$$

в) выражение для энергетической светимости вольфрама представим в форме

$$\epsilon T^4 (1 - e^{-\beta T}) \approx \epsilon, \quad a_F T^5, \quad a_F = 1,29 \cdot 10^{-4} \text{ град}^{-1}. \quad (3)$$

При учете упрощений уравнение Л запишется следующим образом:

$$\kappa_n \cdot m_{ncp} \cdot c_{cp} \frac{dT}{dt} + \gamma T^5 = \frac{U^2 b_p T}{(R_1 + b_p T)}, \quad (4)$$

$$T = T_0 \text{ при } U = 0,$$

где

$$b_p = \frac{4l_{pcp}}{\pi d^2} b_1; \quad \gamma = \delta \epsilon a_F \pi d l_{Fcp}, \quad \kappa_n = 4,187.$$

Рассмотрим переходные процессы в некоторых характерных режимах. При $R_1 = 0$ (питание от источника напряжения) решение уравнения (4) для броска напряжения, равного A_u , можно получить в неявном виде:

$$t = b_u \left[\frac{1}{6} \frac{(g^2 + gT^2 + T^4)(g - T_0^2)^2}{(g^2 + gT_0^2 + T_0^4)(g - T^2)^2} + \right. \\ \left. + \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{2g\sqrt{3}(T^2 - T_0^2)}{3g^2 - (2T^2 + g)(2T_0^2 + g)} \right], \quad (5)$$

где

$$b_u = \frac{\kappa_n m_{ncp} c_{cp} b_1^{1/3}}{(2\gamma A_u)^{2/3}}; \quad g = \sqrt[3]{\frac{A_u^2}{\gamma \cdot b_p}}.$$

Уравнение (5) позволяет найти время разогрева Л до заданной температуры.

Для режима питания от источника тока $|R_1 \gg R_L|$ при броске тока A_I

$$T(t) = T_0^4 \sqrt{\frac{A_I b_p}{\gamma T_0^4 + (A_I b_p - T_0^4 \gamma) e^{-t/b_I}}}, \quad (6)$$

где

$$b_I = \frac{4,187 m_{\text{нср}} \cdot c_{\text{ср}}}{4 A_I b_p}.$$

Время разогрева L до требуемой температуры в данном режиме

$$t = b_I \cdot \ln \frac{A_I b_p - T_0^4 \gamma}{T_0^4 \left(\frac{A_I b_p}{T^4} - \gamma \right)}. \quad (7)$$

Обычно индикатором излучения лампы накаливания является элемент с ограниченной спектральной характеристикой, и выражения (5), (7) дают возможность определить время запаздывания выходного сигнала элемента (по известной длинноволновой границе его спектральной характеристики).

3. Если режим работы L допускает линеаризацию, то есть смысл говорить о передаточной функции лампы накаливания. Из (1) для достаточно малой окрестности рабочей точки T_p , U_p получим

$$W_L(p) = \frac{\Delta \bar{T}(p)}{\Delta \bar{U}(p)} = \frac{\kappa_L(T_p)}{\tau_L(T_p)p + 1}, \quad (8)$$

где

$$\Delta \bar{T} = \Delta T / T_p, \quad \Delta \bar{U} = \Delta U / U_p,$$

$W_L(p)$ — передаточная функция L .

Поскольку

$$\rho(T) = a_p \cdot T^{\alpha_R}, \quad (\alpha_R \approx 1,2),$$

то относительный коэффициент передачи κ_L и постоянная времени лампы накаливания τ_L определяются, соответственно, как

$$\kappa_L(T_p) = \frac{\Delta \bar{T}}{\Delta \bar{U}} = \frac{2(m+1)}{(5-\alpha_R)(m+1)+2\alpha_R}; \quad (9)$$

$$\tau_L(T_p) = \frac{\kappa_L m_n(T_p) c_n(T_p)}{\gamma T_p^4 \left(5 - \frac{\alpha_R(m-1)}{m+1} \right)}, \quad (10)$$

где $m = \frac{R_1}{R_{lp}}$, R_{lp} — сопротивление L в рабочей точке.

Из (9) и (10) видно, что κ_L и τ_L зависят не только от T_p , но и от способа включения L . В частности, максимальная инерционность и наибольший коэффициент передачи у лампы накаливания имеют место при $m = \infty$ (в режиме источника тока).

5. Проверка полученных выше результатов проводилась на лампах накаливания типа НСМ 6×20. На рис. 1 приведены расчетные кривые и осциллограммы переходных процессов для режима источника тока.

Сравнение кривых показывает хорошее совпадение расчетных и экспериментальных данных. Действительно, для кривой $I_L = 14 \text{ мА}$ на уровне 0,9 длительность переходного процесса по осциллограмме составляет 135 мсек, по расчету — 138 мсек. Аналогичные результаты получаются и для других значений токов.

Расчетные и экспериментальные данные для постоянных времени L приведены в табл. 1.

Из таблицы видно, что с уменьшением рабочего тока погрешность расчета возрастает. Это объясняется тем, что были приняты средние

эквивалентные длины нити накала (1), соответствующие достаточно высоким температурам порядка 1500°K , что снижает при малых токах точность расчета, остающуюся, однако, приемлемой для практической оценки инерционности цепи с Л.

5. Итак, приведенный выше материал свидетельствует о том, что найденные выражения достаточно правильно описывают динамику цепей с лампами накаливания.

В [4] на основании экспериментальных данных Хаузерт утверждает, что Л описывается передаточной функцией вида апериодического звена второго порядка. Это не согласуется с теорией Л и с полученными нами опытными данными.

[4] позволяет считать одной из возможных причин несовпадения результатов то, что Хаузерт приписал лампе накаливания постоянную времени освещаемого ею индикатора света.

Рис. 1. Переходные характеристики лампы накаливания

Ознакомление с методикой эксперимента в одной из возможных причин несовпадения результатов то, что Хаузерт приписал лампе накаливания постоянную времени освещаемого ею индикатора света.

Таблица 1

I_L , ма	6	7	8	9	10	11
τ_L эксп., м.сек	450 ± 50	200 ± 20	100 ± 10	80 ± 5	$50 \div 55$	$40 \div 45$
τ_L расч., м.сек	510		93		53	42

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. А. Синицкий. Некоторые вопросы расчета и применения нелинейных цепей в измерительной технике. Диссертация. Львов, 1954.
2. Э. И. Цимбалист. Диссертация. Томск, ТПИ, 1967.
3. М. С. Ройтман, Э. И. Цимбалист, А. И. Лысов. Фотоэлектрический преобразователь, как управляемый элемент электрической цепи. Изв. вузов, «Приборостроение», Л., № 6, 1966.
4. Хаузерт. Лампа накаливания как элемент системы регулирования. (США). «Приборы для научных исследований», № 5, 1965.
5. А. П. Иванов. Электрические источники света. ГЭИ, М., 1955.
6. Теплофизические свойства веществ. Справочник, М., 1959.
7. К. Агте, И. Вацек. Вольфрам и молибден. Изд-во «Энергия», М., 1964.
8. С. Ипатова. Некоторые свойства проволок из вольфрама, молибдена и их сплавов. М., 1952.