

ИЗВЕСТИЯ  
ТОМСКОГО ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ  
И ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

Том 225

1972

ИССЛЕДОВАНИЕ ЯВЛЕНИЙ УПРУГОГО ПРЕДВАРИТЕЛЬНОГО  
СМЕЩЕНИЯ В СВЯЗИ С ПРОБЛЕМОЙ ТОЧНОСТИ  
В МАШИНО- И ПРИБОРОСТРОЕНИИ

В. И. МАКСАК, Г. А. ДОЩИНСКИЙ

(Представлена научным семинаром кафедры сопротивления материалов)

Обеспечение максимальной точности является одной из важнейших проблем современного машино- и приборостроения. В связи с этим непрерывно возрастают требования к жесткости деталей и узлов конструкций, в частности, к контактной жесткости. Д. Н. Решетов в своей работе [1] отмечал, что контактные деформации в значительной степени понижают точность работы приборов, станков и других прецизионных машин. Значение контактной жесткости велико и при изготовлении высокоточных деталей машин и приборов. Допуски на обработку деталей часто не превышают 1 мк, а в прецизионном приборостроении даже 0,1 мк. Существенно, что применительно к решению некоторых новых технических задач необходимо достигнуть точности обработки, равной 0,01 мк. (Из доклада И. В. Крагельского на Первом Всесоюзном семинаре по контактной жесткости [2]). Величина же контактных деформаций в ряде случаев достигает десятков микрон.

Обычно контактная жесткость рассматривается как при перемещении сопряженных поверхностей по нормали, так и при относительном смещении их в касательном направлении. В настоящее время эта важная проблема исследована недостаточно полно, причем наименее изучен вопрос тангенциальной жесткости, который и рассматривается в работе.

Исследованию контактной нормальной жесткости посвящен ряд работ советских исследователей: И. В. Крагельского, А. П. Соколовского, К. В. Ботинова, Д. Н. Решетова и З. М. Левиной, Н. Б. Демкина, Э. В. Рыжова, Г. Е. Чихладзе, И. Р. Коняхина [3], Б. П. Митрофанова [4] и др., а также работы зарубежных авторов: Опитца, Хелкина, Нойвайлера, Бильфельдта и др. [2].

При действии на контакт сдвигающей нагрузки началу проскальзывания предшествует некоторый сдвиг за счет деформации контактных слоев.

Малый тангенциальный сдвиг соприкасающихся поверхностей, вызванный сдвигающим усилием, равным по величине неполной силе трения, называется предварительным смещением [5].

Вопросы тангенциальной жесткости и предварительного смещения исследовались в работах А. В. Верховского [6], Ренкина [7], Томлинсона [8], С. Э. Хайкина, А. Е. Саломановича и А. П. Лисовского [9], В. С. Щедрова [10], И. В. Крагельского и Н. М. Михина [11], И. Р. Коняхина [3] и Б. П. Митрофанова [4].

Из этих работ только одна завершается расчетной формулой, которая определяет величину предельного смещения (при  $P=fN$ , где  $P$  — сила сдвига,  $f$  — коэффициент трения,  $N$  — сила сжатия) при пластическом внедрении жестких выступов одной поверхности в другую.

В соединениях элементов конструкций, деталей машин и приборов часто имеет место многократное воздействие внешних сил, при котором контакт можно рассматривать упругим. В общем случае на величину упругого предварительного смещения влияют как внешние нагрузки, так и механические, геометрические и фрикционные характеристики.

На основании экспериментального изучения тангенциальной жесткости контакта [12, 13] установлено, что увеличение силы сжатия, с одной стороны, увеличивает жесткость связи, с другой — повышает значение предельного смещения. Под предельным здесь понимается смещение, соответствующее сдвигирующему усилию  $P=fN$ , где  $f$  — коэффициент трения покоя и  $N$  — сила сжатия. Большему коэффициенту трения соответствует также большая жесткость связи и большее предельное смещение, причем взаимосвязь последнего линейна. Для непредельных сил сдвига ( $P < fN$ ) при  $P = \text{const}$  эта связь определяется семейством гипербол. Для материалов с большим модулем сдвига  $G$  величина смещения при одинаковых сдвигирующих усилиях меньше.

Значительное влияние на жесткость контакта оказывает геометрия шероховатой поверхности, которая при механическом формировании нередко имеет направленность следов обработки, при этом на жесткость контакта влияет не только высота неровностей, с ростом которой упругое смещение увеличивается, но и радиусы закругления выступов в продольном и поперечном направлениях. Так, при одинаковых сдвигирующих усилиях большими оказываются упругие смещения вдоль следов обработки. С ростом шероховатости это различие увеличивается. Вектор смещения не совпадает по направлению с вектором сдвигирующей силы. При расхождении векторов уменьшается острый угол между направлением следов обработки и вектором смещения [14]. Величину расхождения векторов можно определить по формуле, полученной на основе принципа минимума работы

$$\tan \gamma = \frac{\chi_v f_x^2}{\chi_x f_y^2} \tan \alpha, \quad (1)$$

где  $\gamma$  — угол между направлениями максимального коэффициента трения  $f_x$  (поперек следов обработки) и смещения;

$\alpha$  — угол между направлениями сдвигирующей силы и коэффициента  $f_x$ ;

$\chi$  — коэффициент, учитывающий форму выступа, определяется из диаграммы [15].

На основе решения Р. Миндлина [16] и А. И. Лурье [15] о сдвиге эллиптического штампа и при моделировании поверхности множеством эллипсоидов, расположенных по высоте согласно кривой опорной поверхности, в работе получены расчетные формулы, определяющие величину предварительного смещения упругого дискретного контакта.

На рис. 1 показан в общем виде график зависимости предварительного смещения от сдвигирующей силы  $P$ .

При нагружении контакта силой от нуля (кривая ОА) величина смещения определяется по формуле

$$\Delta = \frac{2fh_{\max}\chi}{(1-\mu)n_a n_b} \left[ \frac{\pi n_6^{3/2} (1-\mu) (r_{\text{пр}} + r_{\text{поп}})^{1/2} N}{1,88bK_2 h_{\max}^{1/2} G A_c} \right]^{\frac{2}{2v+1}} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{P}{fN} \right)^{2/3} \right], \quad (2)$$

где  $h_{\max}$  — максимальная высота неровностей,

$r_{\text{пр}}$  и  $r_{\text{поп}}$  — радиусы выступов в продольном и поперечном направлении, соответственно,

$n_a$  и  $n_b$  — коэффициенты, зависящие от главных кривизн, соприкасающихся выступов в месте контакта и угла между плоскостями главных кривизн [17],

$\mu$  — коэффициент Пуассона,

$b$  и  $v$  — параметры кривой опорной поверхности,

$K_2$  — коэффициент, зависящий от  $v$  [18],

$A_c$  — контурная площадь.

Кривая АВ отражает явление упругого возврата при снятии силы сдвига. ВО — второй возврат, проявляющийся при снятии силы сжатия. ВС — определяет предварительное смещение при нагружении контакта сдвигающей силой  $P$  обратного знака.

Формула, определяющая смещение, соответствующее кривой АВС, (рис. 1) имеет вид

$$\Delta' = \frac{2fh_{\max}\chi}{(1-\mu)n_a n_b} \left[ \frac{\pi n_b^{3/2}(1-\mu)(r_{\text{пр}} + r_{\text{поп}})^{1/2} N}{1,88bK_2 h_{\max}^{1/2} G A_c} \right]^{\frac{2}{2v+1}} \times \\ \times \left[ 2 \left( 1 - \frac{P' - P}{2fN} \right)^{2/3} - \left( 1 - \frac{P}{fN} \right)^{2/3} - 1 \right]. \quad (3)$$

Кривая СДА соответствует изменению силы сдвига от  $-P'$  до  $+P'$ . Смещение, соответствующее этой кривой, определяется по формуле, аналогичной формуле (3), и которую можно записать в следующем виде

$$\Delta'' = -\Delta'(-P). \quad (4)$$

Площадь петли АВСДА определяет величину рассеиваемой энергии в контакте за один цикл нагружения. От рассеиваемой в контакте энергии в значительной мере зависит виброустойчивость конструкций. Кроме того, гистерезисные явления в соединениях элементов приводят к значительному ограничению точности приборов [11].

Рассеивание энергии, увеличивающееся с повышением сдвигающего усилия, при одинаковых силах сдвига с возрастанием коэффициента трения и силы сжатия уменьшается, а для предельных сил сдвига увеличивается. Для предельных смещений зависимость рассеивания энергии от коэффициента трения представляется параболой, а для непредельных сил сдвига она определена семейством гипербол. Зависимость рассеивания энергии от усилия сжатия аналогична. Чистота механической обработки поверхностей и их механические свойства на

рассеивание энергии влияют подобно тому, как и на величину смещения.

Величину рассеивания энергии можно определить по формуле: при  $P' = fN$

$$\omega = \frac{1,6h_{\max}f^2N\chi}{(1-\mu)n_a n_b} \left[ \frac{\pi n_b^{3/2}(1-\mu)(r_{\text{пр}} + r_{\text{поп}})^{1/2} N}{1,88bK_2 h_{\max}^{1/2} G A_c} \right]^{\frac{2}{2v+1}},$$

при  $P' \ll fN$

$$\omega = \frac{0,296h_{\max}P^3\chi}{(1-\mu)n_a n_b f N^2} \left[ \frac{\pi n_b^{3/2}(1-\mu)(r_{\text{пр}} + r_{\text{поп}})^{1/2} N}{1,88bK_2 h_{\max}^{1/2} G A_c} \right]^{\frac{2}{2v+1}}. \quad (5)$$

Полученные расчетные формулы удовлетворительно соответствуют эксперименту, который проводился на образцах и установке, описанных в работе [14], и позволяют подобрать оптимальные параметры контакта.

Правильный подбор материала, назначение класса чистоты поверхности и направленности следов обработки, учет действующих нагрузок и величин упругих смещений позволит вскрыть существенный резерв повышения точности в машино- и приборостроении.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Д. Н. Решетов. Контактная жесткость металлорежущих станков. Труды Первого Всесоюзного семинара по контактной жесткости. Тбилиси, 1966.
2. И. В. Крагельский. О контактной жесткости стыков. Труды Первого Всесоюзного семинара по контактной жесткости. Тбилиси, 1966.
3. И. Р. Коняхи н. Теория предварительных смещений применительно к вопросам контактирования деталей. Томск, 1965.
4. Б. П. Митрофанов. О деформации дискретного контакта (кандидатская диссертация), Томск, 1964.
5. Детали машин. (Расчет и конструирование). Справочник, т. 1, Машиностроение, М., 1968.
6. А. В. Верховский. Явление предварительного смещения при трогании несмазанных поверхностей с места. Ж. Прикладной физики, № 3, вып. 3—4, 1926.
7. J. S. Rankin. The Elastic range of Friction. Phil. Magaz., v. (8) 2; 1926, p. 806.
8. G. A. Tomlinson. Molekular Theorie of friction. Phil. Magaz., № 7, 1929.
9. С. Э. Хайкин, А. Е. Саломонович, Л. П. Лисовский. О силах сухого трения. «Трение и износ в машинах», т. 1, 1939.
10. В. С. Щедров. Предварительное смещение на упруго-вязком контакте. «Трение и износ в машинах», сб. V, 1950.
11. И. В. Крагельский, Н. Н. Михин. О природе контактного предварительного смещения твердых тел. Доклады АН СССР, т. 153, № 1, 1963.
12. В. И. Максак. Тангенциальная жесткость плоских стыков. Материалы к научно-техническому совещанию 13—14 марта 1969 г., Кемерово, 1969.
13. И. Р. Коняхи н, Б. П. Митрофанов, В. И. Максак. Упругое предварительное смещение при пропорциональном изменении сжимающей и сдвигающей сил. Изв. вузов, «Машиностроение», № 6, 1968.
14. Б. П. Митрофанов, В. И. Максак. Анизотропия упругого предварительного смещения. Вестник АН Белорусской ССР, Серия физико-технических наук, № 1, 1968.
15. А. И. Лурье. Пространственные задачи теории упругости. Гостехиздат, 1955.
16. R. D. Mindlin. Compliance of Elastic Bodies in Contact. J. Appl. Mech., № 16, 1949.
17. С. Д. Пономарев, В. Л. Бидерман, К. К. Лихарев, В. М. Макушин, Н. Н. Малинин, В. И. Феодосьев. Расчеты на прочность в машиностроении, т. II, Машгиз, 1958.
18. Н. Б. Демкин. Фактическая площадь касания твердых поверхностей. Изд. АН СССР, 1962.
19. Л. А. Андреева. Упругие элементы приборов. Машгиз, 1962.