

ИЗВЕСТИЯ  
ТОМСКОГО ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ И ОРДЕНА ТРУДОВОГО  
КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА им. С. М. КИРОВА

Том 229

1972

АНАЛИЗ ТОЧНОСТИ РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ  
АСИНХРОННЫХ РОЛЬГАНГОВЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

В. В. ДНЕПРОВСКИЙ, О. П. МУРАВЛЕВ, С. А. ШЕЛЕХОВ

(Представлена научным семинаром кафедр электрических машин и общей  
электротехники)

Существующие методы расчета электрических машин позволяют довольно близко подойти к оптимальному варианту, однако установление конкретных гарантированных значений для большинства параметров производится на основании опыта из-за погрешности расчета, величина которой неизвестна. Точность расчета характеризуется степенью соответствия фактических значений параметров изготовленной электрической машины расчетным параметрам.

В настоящей статье произведен анализ точности расчета ряда параметров асинхронных рольганговых двигателей серии АР 4-7 габаритов на частоту 50 Гц. Для определения погрешности расчета электродвигателей использован статистический материал по данным типовых испытаний. Количество двигателей в выборке 8—17 штук по каждому рассматриваемому типоразмеру. Такой объем статистического материала позволяет с достаточной достоверностью определить погрешность расчета отдельных параметров двигателей.

Расхождение расчетных технических характеристик с экспериментальными обусловлено двумя видами причин: систематическими и случайными. Систематическая погрешность вызвана неточностью методики расчета, которая является результатом применения эмпирических формул, различных коэффициентов, упрощенного рассмотрения физических процессов, происходящих в машине.

Случайная погрешность параметров обусловлена нестабильностью свойств применяемых материалов, погрешностями технологии изготовления, конструкторскими допусками, погрешностями измерений и т. п.

Серия асинхронных рольганговых двигателей с короткозамкнутым ротором предназначена для работы в длительном, повторно-кратковременном и смешанном режимах. Эта серия отличается от обычных серий асинхронных машин общепромышленного применения высокими пусковыми качествами, большим диапазоном скоростей вращения, увеличенным воздушным зазором, клеткой ротора, изготавляемой из алюминиево-магниевого сплава с пониженной по сравнению с чистым алюминием электропроводностью в 2,1 раза и т. д., что вносит специфические особенности в определение отдельных параметров. Определение наибольших расхождений между расчетными и фактическими значениями параметров, обусловленное особенностями этих двигателей, позволит использовать это при уточнении методики расчета.

Известно, что параметры асинхронных двигателей являются случайными величинами с нормальным законом распределения [1, 2].

Разброс параметров можно характеризовать половиной поля рассенияния:

$$\delta_x = \frac{300\bar{s}}{\bar{x}}, \quad (1)$$

где  $\bar{s}$  — несмещенная оценка среднеквадратического отклонения общей совокупности;

$\bar{x}$  — среднее фактическое значение параметра.

Величина  $\delta_x$  является точностным показателем технологии изготовления рольганговых двигателей и приведена в табл. 1 для основных параметров.

Таблица 1

| Параметр       | $M_k$ | $I_k$           | $P_k$ | $D_{120}$ | $\eta$ | $\cos \varphi$ | $\Sigma P$ |
|----------------|-------|-----------------|-------|-----------|--------|----------------|------------|
| $\delta_x, \%$ | 25,43 | 18,90           | 22,24 | 21,17     | 7,68   | 8,11           | 25,37      |
| Параметр $I_a$ | $I_a$ | $\Delta t_{cu}$ | $n_h$ | $I_o$     | $P_a$  | $R_{15}$       |            |
| $\delta_x, \%$ | 10,13 | 29,40           | 5,65  | 13,93     | 26,0   | 6,18           |            |

Как видно из табл. 1, часть параметров имеет большой технологический разброс.

Доверительные границы для среднего значения общей совокупности  $X_0$ :

$$\bar{x} - t \frac{\bar{s}}{\sqrt{n}} < X_0 < \bar{x} + t \frac{\bar{s}}{\sqrt{n}}, \quad (2)$$

где  $n$  — число электродвигателей в выборке;

$t$  — коэффициент Стьюдента, характеризующий отклонение среднего значения малой выборки от среднего значения нормальной общей совокупности. Коэффициент  $t$  для данного объема выборки  $n$  и выбранной доверительной вероятности находится по [3]. При расчетах нами принята доверительная вероятность  $a = 0,95$ .

При статистической обработке результатов типовых испытаний для каждого рассматриваемого параметра был определен предельный интервал от  $\bar{x}_{\min} = \bar{x} - t \frac{\bar{s}}{\sqrt{n}}$  до  $\bar{x}_{\max} = \bar{x} + t \frac{\bar{s}}{\sqrt{n}}$  и вычислена погрешность расчета по крайним значениям:

$$\begin{aligned} \Delta_{\max} &= x_p - \bar{x}_{\min} = x_p - \bar{x} + t \frac{\bar{s}}{\sqrt{n}} \text{ и} \\ \Delta_{\min} &= x_p - \bar{x}_{\max} = x_p - \bar{x} - t \frac{\bar{s}}{\sqrt{n}}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\Delta_{\max}$  и  $\Delta_{\min}$  — предельные погрешности расчета;  
 $x_p$  — расчетное значение параметра.

При отсутствии технологических разбросов или при бесконечно большом объеме выборки среднее значение параметра, определенного по выборке, представляло бы собой и среднее значение генеральной совокупности, т. е.  $x = X_0$ , а разность между средним значением и расчетным указывала бы на систематическую погрешность расчета. Обычно мы располагаем ограниченным объемом выборки, а параметры из-за целого

ряда случайных причин имеют рассеивание. Поэтому для среднего значения общей совокупности может быть найден только доверительный интервал, который будет содержать  $X_0$  с принятой доверительной вероятностью. Это дополнительно накладывает некоторую неопределенность в определение погрешности расчета.

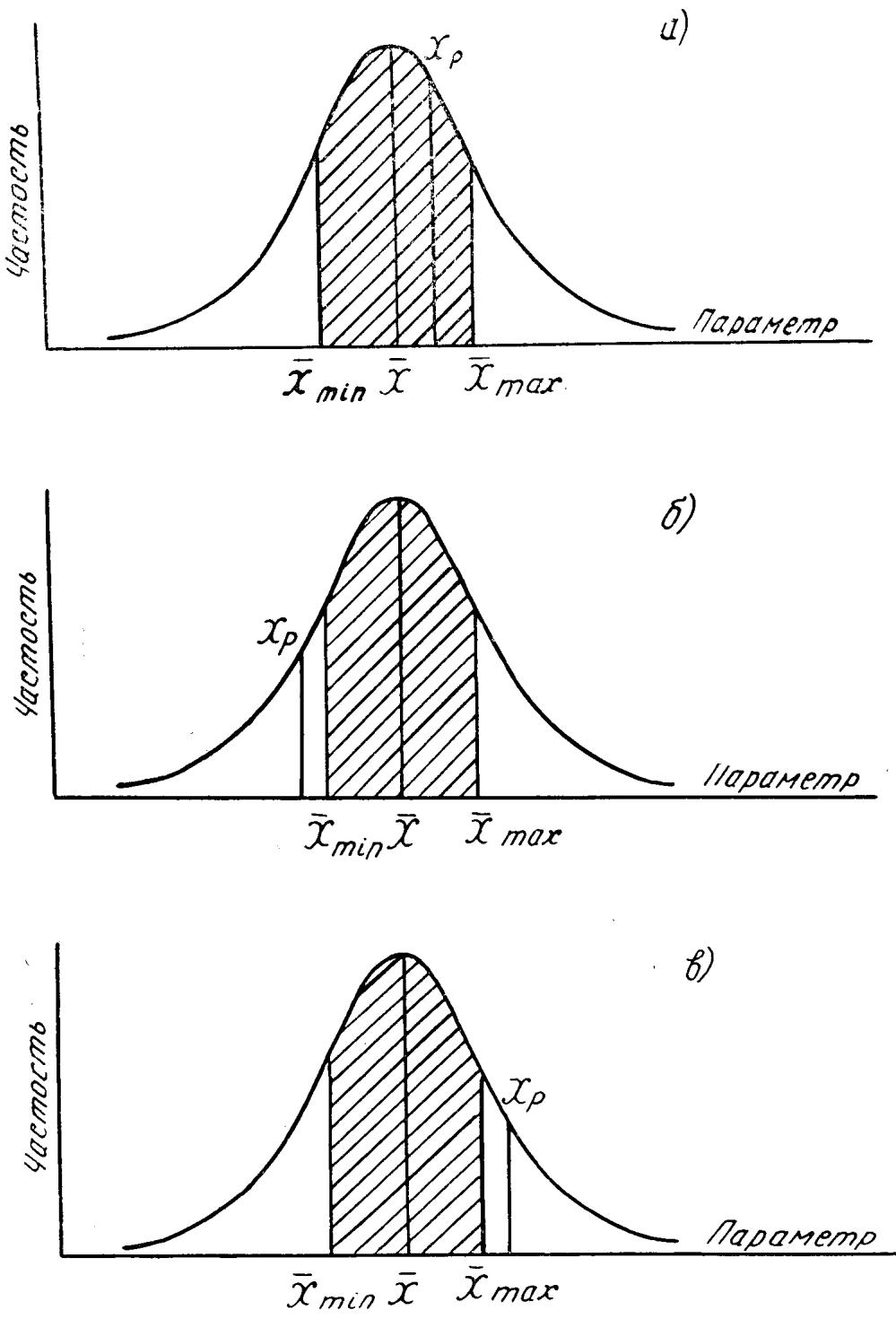


Рис. 1

Рассмотрим три возможных случая, которые могут встретиться при сравнении расчетных значений параметров с предельными  $x_{min}$  и  $x_{max}$  (рис. 1).

В случае «а» расчетное значение параметра  $x_p$  попадает в доверительный интервал, так что выполняется условие

$$\bar{x}_{\min} \leq x_p \leq \bar{x}_{\max}. \quad (4)$$

Это говорит о том, что погрешность методики расчета не превышает величины доверительного интервала для среднего значения общей совокупности при выбранной доверительной вероятности.

В случае «б» расчетное значение параметра смещено в сторону меньших значений и выходит за пределы допустимого интервала так, что

$$x_p < \bar{x}_{\min}, \quad (5)$$

а в случае „в“ — в сторону больших значений так, что

$$x_p > \bar{x}_{\max}. \quad (6)$$

В последних двух случаях имеется систематическая погрешность расчетного значения по отношению к фактическому среднему значению при выбранной доверительной вероятности. Знание величины смещения позволит ввести соответствующие корректиры в расчетные значения параметров двигателей.

В табл. 2 приведены для некоторых типоразмеров двигателей серии АР максимальная  $\delta_{\max}$  и минимальная  $\delta_{\min}$  погрешности расчета, определенные для различных параметров по формулам:

$$\delta_{\max} = \frac{100 \Delta_{\max}}{\bar{x}}, \% \text{ и } \delta_{\min} = \frac{100 \Delta_{\min}}{\bar{x}}, %. \quad (7)$$

Анализ приведенных в табл. 2 максимальных и минимальных погрешностей расчета основных параметров некоторых типоразмеров двигателей серии АР показывает, что встречаются все случаи расположения расчетного значения относительно доверительного интервала, которые рассмотрены на рис. 1.

Погрешности  $\delta_{\max}$  и  $\delta_{\min}$ , имеющие разные знаки для одного и того же параметра и типоразмера двигателя, удовлетворяют случаю «а».

Таким образом, для параметров двигателей, удовлетворяющих случаю «а», погрешность расчета не превышает величины доверительного интервала при доверительной вероятности  $\alpha = 0,95$ .

Рассмотрим более подробно табл. 2 по каждому параметру.

1. Параметры, характеризующие режим короткого замыкания, повторно-кратковременный и смешанный режимы работы двигателей (начальный пусковой момент  $M_k$  начальный пусковой ток  $I_k$ , мощность короткого замыкания  $P_k$  и динамическая постоянная  $D_{120^\circ}$  при ПВ25% для превышения температуры обмотки статора 120°C).

Для большинства типоразмеров двигателей предельные погрешности расчета по этим параметрам находятся в пределах доверительного интервала. Для некоторых типоразмеров двигателей имеется смещение в одну сторону (только «плюс» или только «минус») по рассматриваемым параметрам.

2. Параметры, характеризующие длительный режим работы.

а. Коэффициент полезного действия  $\eta$ . По этому параметру имеется четко выраженное смещение в одну сторону — расчет дает уменьшенное значение по сравнению со средним фактическим значением. Это объясняется неточностью определения отдельных составляющих суммарных потерь  $\Sigma P$ .

б. Для двигателей АР 4,5 габ. расчетное значение коэффициента мощности  $\cos\varphi$  завышено, а для АР 6,7 габ. занижено по сравнению со средним фактическим значением. То есть прослеживается систематиче-

Таблица 2

| Тип двигателя АР | $M_n$               |                     | $I_k$               |                     | $P_k$               |                     | $D 120^\circ$       |                     | $\gamma$            |                     | $\cos \varphi$      |                     |
|------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
|                  | $\delta_{\max}, \%$ | $\delta_{\min}, \%$ |
| 42-10            | + 5,02              | - 2,28              | + 2,32              | - 3,47              | - 0,43              | + 0,43              | - 10,6              | + 6,07              | - 5,22              | - 24,3              | - 28,2              | + 5,73              |
| 43-6             | + 5,15              | - 0,645             | + 0,681             | - 3,8               | + 2,35              | - 3,3               | - 1,92              | + 4,13              | - 1,22              | - 2,78              | - 7,05              | + 13,8              |
| 43-8             | + 6,00              | - 1,365             | + 1,365             | + 2,47              | + 0,277             | - 0,595             | - 4,35              | + 20,5              | - 10,41             | - 2,93              | - 9,4               | + 11,5              |
| 43-10            | + 5,66              | - 2,34              | + 2,34              | + 2,47              | + 2,47              | - 0,595             | + 0,794             | + 2,44              | - 0,66              | - 4,46              | - 9,12              | + 8,34              |
| 53-10            | + 11,0              | + 1,83              | + 10,3              | + 3,88              | + 6,88              | + 5,38              | + 0,537             | + 4,8               | + 11,5              | - 2,49              | - 6,64              | + 3,98              |
| 53-12            | + 10,02             | + 1,58              | + 10,7              | + 0,232             | + 0,232             | + 7,05              | - 16,1              | + 3,66              | - 11,5              | - 3,4               | - 5,26              | + 7,94              |
| 64-10            | + 4,33              | - 10,7              | + 17,4              | + 0,133             | + 0,133             | + 7,80              | + 11,02             | + 3,32              | - 5,1               | - 1,42              | - 2,97              | 0                   |
| 64-16            | + 4,60              | - 17,1              | + 19,45             | + 7,98              | + 26,80             | - 8,55              | - 17,9              | - 0,67              | - 9,24              | - 1,23              | - 5,1               | - 3,7               |
| 73-10            | - 7,03              | - 22,7              | + 4,25              | - 4,23              | - 8,55              | + 1,75              | - 10,1              | - 2,54              | - 8,25              | - 0,382             | - 3,18              | - 2,74              |
| 73-16            | + 8,55              | - 13,2              | + 8,93              | + 1,18              | + 2,56              | - 2,56              | - 13,9              | + 12,56             | + 4,57              | - 0,377             | - 3,09              | - 6,62              |
| 74-10            | - 10,45             | - 19,02             | + 1,92              | - 0,95              | - 0,397             | - 6,98              | - 10,95             | + 12,1              | + 2,15              | - 6,59              | - 9,11              | - 3,36              |
| 74-15            | - 10,40             | - 19,1              | - 0,40              | - 0,40              | - 0,40              | - 0,40              | - 0,40              | - 0,40              | - 0,40              | - 0,40              | - 0,40              | - 6,84              |

Продолжение таблицы 2

| $\Sigma P$ | $I_k$               |                     | $\Delta t_{\text{ca}}$ |                     | $n_u$               |                     | $I_0$               |                     | $P_0$               |                     | $R_{15}$            |                     |
|------------|---------------------|---------------------|------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
|            | $\delta_{\max}, \%$ | $\delta_{\min}, \%$ | $\delta_{\max}, \%$    | $\delta_{\min}, \%$ | $\delta_{\max}, \%$ | $\delta_{\min}, \%$ | $\delta_{\max}, \%$ | $\delta_{\min}, \%$ | $\delta_{\max}, \%$ | $\delta_{\min}, \%$ | $\delta_{\max}, \%$ | $\delta_{\min}, \%$ |
| +22,8      | + 13,5              | + 5,1               | + 1,18                 | + 0,23              | + 28,7              | + 18,6              | - 4,9               | - 6,46              | - 4,4               | - 9,75              | + 4,75              | - 5,6               |
| +36,5      | + 20,7              | + 4,87              | - 0,23                 | + 1,64              | + 28,2              | + 14,6              | - 4,38              | - 7,36              | - 10,5              | - 18,5              | - 0,46              | - 9,8               |
| +34,8      | + 15,1              | + 4,9               | + 1,64                 | + 34,4              | + 8,47              | + 14,05             | - 4,27              | - 9,0               | - 8,65              | - 11,9              | + 5,4               | - 1,3               |
| +21,6      | + 11,1              | + 7,15              | - 1,67                 | + 21,7              | + 11,3              | - 3,51              | - 5,84              | - 4,25              | - 4,05              | - 7,8               | + 1,7               | - 0,66              |
| +24,8      | + 9,8               | + 10,0              | - 0,63                 | + 29,4              | + 23,5              | - 1,35              | - 2,69              | - 3,58              | - 5,53              | - 10,1              | - 2,4               | - 0,2               |
| +15,2      | + 6,15              | + 7,15              | + 2,38                 | + 34,8              | + 16,4              | + 9,6               | + 0,37              | - 1,1               | - 1,43              | - 6,85              | + 5,06              | - 5,42              |
| +13,3      | + 3,63              | + 15,5              | + 4,95                 | + 7,4               | + 4,05              | + 20,3              | + 7,32              | + 4,33              | - 1,8               | - 0,99              | + 1,2               | - 7,72              |
| +17,2      | + 3,08              | + 7,4               | + 4,05                 | + 26,8              | + 10,1              | + 16,2              | 0                   | - 2,27              | + 8,02              | - 2,27              | - 11,2              | - 1,2               |
| +16,0      | + 3,08              | + 10,9              | + 16,4                 | + 10,25             | + 8,75              | + 3,27              | - 0,19              | - 2,43              | + 10,6              | - 2,44              | + 20,4              | - 5,0               |
| +21,7      | + 10,9              | + 2,46              | + 4,45                 | + 15,6              | + 15,6              | + 24,8              | + 14,6              | - 2,38              | + 10,3              | + 4,34              | + 15,2              | + 2,82              |
| +15,6      | + 24,6              | + 33,7              | - 0,40                 | - 0,40              | - 0,40              | - 0,40              | - 0,40              | - 0,40              | - 0,40              | - 0,40              | - 0,40              | - 0,40              |

ское смещение расчетного значения либо в сторону больших значений, либо в сторону меньших значений.

в. Имеются все три случая (см. рис. 1) отклонений расчетного значения номинального тока  $I_H$  от среднего фактического, так как это связано с отклонениями  $\eta$  и  $\cos\varphi$ .

г. Фактическое превышение температуры  $\Delta t_{cu}$  обмотки статора для всех рассматриваемых двигателей значительно выше расчетного (в среднем на 25%).

д. Расчетное значение номинальной скорости  $n_n$  ниже по сравнению со средним фактическим значением из-за неточного (занесенного) определения сопротивления клетки ротора.

3. Параметры холостого хода.

а. Для двигателей АР 4,5 габ. расчетное значение тока холостого хода  $I_0$  занижено, а для АР 6,7 габ. завышено по сравнению со средними фактическими значениями.

б. Для большинства рассматриваемых двигателей погрешность расчета потерь холостого хода  $P_0$  находится в пределах доверительного интервала, за исключением АР 73-16 и АР 74-16, для которых расчетное значение смещено в сторону больших значений.

4. Погрешность расчета активного сопротивления обмотки статора  $R_{15}$  при температуре 15°C укладывается в пределах допустимой величины  $\pm 5\%$ , но расчет дает несколько завышенное сопротивление по сравнению со средним фактическим значением.

Для расчетных значений параметров, смещенных в сторону меньших и больших значений (случай «б» и «в»), то есть выходящих за пределы доверительного интервала, необходимо внести соответствующие корректировки с тем, чтобы приблизить расчетные значения параметров к средним фактическим и тем самым ввести расчетные значения в доверительный интервал. Зная технологический разброс параметра (табл. 1) и погрешность расчета (табл. 2) по этому же параметру, если расчетное значение находится в границах доверительного интервала (случай «а» рис. 1), можно определить необходимое количество двигателей, которое надо испытать, чтобы подтвердить соответствие между расчетными и экспериментальными данными с необходимой точностью.

Для нормального закона распределения минимальное количество этих двигателей (случай «а» рис. 1) для требуемой вероятности определяется по [4]:

$$n = \frac{4z_a^2\delta_x}{9\delta^2}, \quad (8)$$

где  $\delta$  — предельно допустимая ошибка методики расчета для интересующего параметра, %;

$z_a$  — аргумент функции Лапласа  $\Phi_0(z_a)$  при выбранной доверительной вероятности  $a$ .

В случае «б» и «в» следует скорректировать расчетные значения параметров, так чтобы они удовлетворяли случаю «а», и расчет числа двигателей  $n$  выполнять по формуле (8).

Для принятой нами при расчете доверительной вероятности  $a = 0,95$ ,  $z_a = 1,96$  формула (8) примет вид:

$$n = 1,71 \left( \frac{\delta_x}{\delta} \right)^2. \quad (9)$$

Из этого выражения видно, что минимальное количество двигателей, которое необходимо испытать для подтверждения точности расчета,

зависит от соотношения  $\left(\frac{\delta_x}{\delta}\right)^2$ . С увеличением рассеивания параметров при одной и той же точности расчета необходимое для подтверждения этой точности количество испытуемых двигателей возрастает. Следует отметить, что при определении необходимого количества двигателей имеется некоторая погрешность, обусловленная ограниченной выборкой.

Для большинства параметров рольганговых двигателей серии АР (табл. 1) технологический разброс находится в пределах от 5 до 30%, а точность расчета — до 15%.

В табл. 3 приведено необходимое количество двигателей в зависимости от точности расчета и технологического разброса параметра для указанных выше пределов при доверительной вероятности  $\alpha = 0,95$ .

Зная по предварительным данным технологический разброс  $\delta_x$  и приблизительную точность расчета по интересующему параметру, можно выбрать по табл. 3 необходимое количество двигателей для испытаний.

Таблица 3

| $\delta_x$ , % | $\delta$ , % |     |    |    |    |
|----------------|--------------|-----|----|----|----|
|                | 1            | 2   | 5  | 10 | 15 |
| 5              | 43           | 11  | 2  | 1  | 1  |
| 8              | 110          | 28  | 5  | 2  | 1  |
| 10             | 171          | 43  | 7  | 2  | 1  |
| 15             | 385          | 97  | 16 | 4  | 2  |
| 20             | 683          | 171 | 28 | 7  | 4  |
| 25             | 1070         | 265 | 43 | 11 | 5  |
| 30             | 1540         | 385 | 62 | 16 | 7  |

По результатам испытаний определяется среднее значение параметра  $x$ , сравнивая которое с расчетным значением  $x_p$ , получаем  $\delta_{\min}$  и  $\delta_{\max}$ .

Если удовлетворяется условие

$$|\delta_{\min}| + |\delta_{\max}| \leq \delta, \quad (10)$$

то можно считать, что подтверждается точность расчета  $\delta$ , для которой было выбрано необходимое количество двигателей и, следовательно, расчетное значение попадает в интервалы

$$\bar{x} - \frac{\delta_x}{200} \leq x_p \leq \bar{x} + \frac{\delta_x}{200}. \quad (11)$$

В случае, если сумма  $|\delta_{\min}| + |\delta_{\max}| \ll \delta$ , то по табл. 3 берется значение  $n$  для большей точности  $\delta$ , то есть испытывается дополнительное количество двигателей. Проводится аналогичный расчет, но уже по (10, 11) проверяется вновь принятая точность.

## Выводы

1. Определена погрешность расчета основных параметров некоторых типоразмеров двигателей серии АР.

2. Расчетные значения параметров рольганговых двигателей имеют разную погрешность. Параметры двигателей, погрешность расчета которых  $\delta_{\min}$  и  $\delta_{\max}$  одного знака, имеют систематическое смещение.

В этом случае методика расчета должна быть откорректирована таким образом, чтобы расчетное значение приближалось к среднему фактическому.

3. При определении минимального количества двигателей, подлежащих испытаниям для подтверждения соответствующей точности расчета при выбранной доверительной вероятности, необходимо учитывать технологический разброс, который для отдельных параметров рольганговых двигателей достигает 30 %.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. О. Д. Гольдберг. Качество и надежность асинхронных двигателей. Изд. «Энергия», М., 1968.
  2. О. П. Муралев. Исследование влияния точностных характеристик техпроцесса на качество и надежность асинхронных двигателей. Кандидатская диссертация. Томск, 1966.
  3. А. К. Митропольский. Техника статистических вычислений. Физматгиз, М., 1961.
  4. Н. В. Смирнов, И. В. Дунин-Барковский. Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений. Изд. 2-е, «Наука», М., 1965.
-