

**АНАЛИЗ ТОЧНОСТИ СПЕЦИАЛИЗИРОВАННОГО
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО УСТРОЙСТВА
ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ УСЛОВИЙ АВТОКОМПЕНСАЦИИ
В ОДНОМ СПЕЦИАЛЬНОМ ТИПЕ РЕГУЛЯТОРА**

В. М. РАЗИН, В. Л. РЯБУХИН, В. М. ХЛОПОВСКИХ

(Представлена научным семинаром
кафедры вычислительной техники)

Полная погрешность результата, получающегося на выходе специализированного вычислительного устройства, определяется как

$$a = a_T + a_P + a_I, \quad (1)$$

где a_T — трансформированная ошибка, обусловленная погрешностью в значениях входных величин вычислительного устройства;

a_P — принципиальная ошибка, являющаяся результатом приближенного выполнения вычислительным устройством истинных зависимостей;

a_I — инструментальная ошибка, вызванная несовершенством выполнения вычислительного устройства.

Рассмотрим эти ошибки применительно к разработанному устройству [1]. Для цифровых блоков (ПЗУ и УУ) $a_I = 0$. Для аналого-цифровых блоков (АЦП и ЦАП), как показывают их экспериментальные исследования, также можно принять $a_I = 0$.

Величина принципиальной ошибки $a_P \neq 0$, хотя моделируемая и моделирующая формулы совпадают. Значение этой ошибки в данном случае определяется точностью представления аналоговых входных величин их дискретными эквивалентами, т. е. ошибкой квантования.

Полной характеристикой случайной величины a_T является плотность распределения ее $f(a_T)$. На практике достаточно характеризовать ошибку ее средним значением $\overline{a_T}$ и дисперсией $D(a_T)$ или средне-квадратичной ошибкой $\sigma(a_T) = \sqrt{D(a_T)}$.

Вычислительное устройство для оптимизации фазы инъекции реализует функцию, которую можно представить в общем виде, как

$$Z = Z(x_1, x_2, \dots, x_n).$$

Наличие входных ошибок a_i в значениях аргументов x_i вызывает появление трансформированной ошибки

$$a_T = \sum_{i=1}^n \frac{\partial Z}{\partial x_i} a_i. \quad (2)$$

Входные ошибки являются случайными величинами, поэтому для них [2]:

$$\bar{a}_T = \sum_{i=1}^n \frac{\partial Z}{\partial x_i} \bar{a}_i; \quad (3)$$

$$D(a_T) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial Z}{\partial x_i} \right)^2 D(a_i) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial Z}{\partial x_i} \frac{\partial Z}{\partial x_j} K(a_i, a_j), \quad (4)$$

где $K(a_i, a_j)$ — корреляционные моменты для ошибок a_i и a_j .

Применительно к рассматриваемому устройству анализ ошибок упрощается. Для блоков вычислительного устройства средние ошибки равны нулю: $\bar{a}_i = 0$. Наличие $\bar{a}_i \neq 0$ свидетельствовало бы о действии систематической ошибки, влияние которой можно устранить соответствующей регулировкой входной величины. При $\bar{a}_i = 0$, согласно (3), имеем $\bar{a}_T = 0$.

Характеристикой трансформированной ошибки остается по существу только $D(a_T)$ или $\sigma(a_T)$. Кроме того, учитывая, что все входные ошибки независимы, имеем

$$K(a_i, a_j) = 0; \quad (5)$$

$$D(a_T) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial Z}{\partial x_i} \right)^2 D(a_i); \quad (6)$$

$$[\sigma(a_T)]^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial Z}{\partial x_i} \right)^2 [\sigma(a_i)]^2. \quad (7)$$

Найдем согласно (7) характеристики выходной ошибки СВУ, состоящего из функциональных и нефункциональных блоков. Для таких блоков погрешность определяется соответственно как

$$a = a_{\Pi} + a_T = a_{\Pi} + \sum_{i=1}^n \frac{\partial Z}{\partial x_i} a_i \quad (8)$$

и

$$a = a_{\Pi} + \sum_{i=1}^n a_i. \quad (9)$$

С целью упрощения анализа точности разобьем рассматриваемое СВУ на отдельные разомкнутые узлы последовательного типа. Тогда формульная схема СВУ может быть представлена в виде рис. 1.

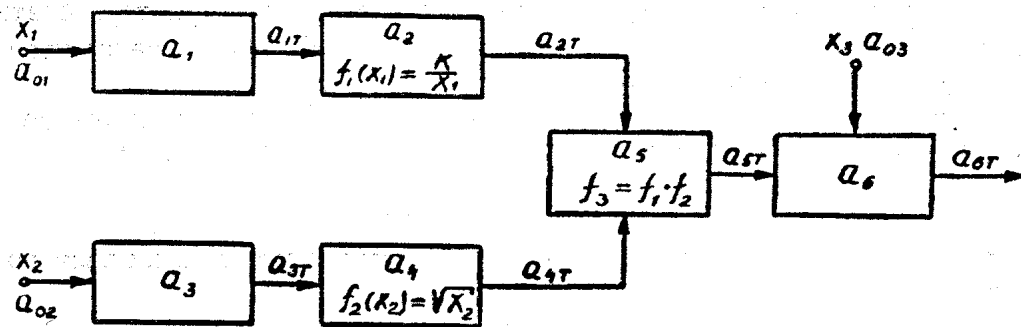


Рис. 1. Формульная схема специализированного вычислительного устройства

На основании формул (7), (8) и (9) проведем последовательную трансформацию входных и собственных ошибок блоков.

Тогда

$$\left. \begin{aligned} a_{1T} &= a_{01} + a_1, \\ a_{2T} &= a_2 + \frac{\partial f_1}{\partial x_1} a_{1T}, \\ a_{3T} &= a_{02} + a_3, \\ a_{4T} &= a_4 + \frac{\partial f_2}{\partial x_2} a_{3T}, \\ a_{5T} &= a_5 + \frac{\partial f_3}{\partial x_1} a_{2T} + \frac{\partial f_3}{\partial x_2} a_{4T}, \\ a_{6T} &= a_6 + a_{5T} + a_{03}. \end{aligned} \right\} (10), \quad \left. \begin{aligned} \sigma_{1T}^2 &= \sigma_{01}^2 + \sigma_1^2 \\ \sigma_{2T}^2 &= \sigma_2^2 + \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1} \right)^2 \sigma_{1T}^2, \\ \sigma_{3T}^2 &= \sigma_{02}^2 + \sigma_3^2, \\ \sigma_{4T}^2 &= \sigma_4^2 + \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_2} \right)^2 \sigma_{3T}^2, \\ \sigma_{5T}^2 &= \sigma_5^2 + \left(\frac{\partial f_3}{\partial x_1} \right)^2 \sigma_{2T}^2 + \left(\frac{\partial f_3}{\partial x_2} \right)^2 \sigma_{4T}^2, \\ \sigma_{6T}^2 &= \sigma_6^2 + \sigma_{5T}^2 + \sigma_{03}^2. \end{aligned} \right\} (11)$$

Подставляя в формулы (10) и (11) конкретные данные, можно получить для них значения выходных ошибок. Так как коэффициенты трансформации ошибок, т. е. частные производные, являются в общем случае функциями входных переменных, то расчет трансформированных ошибок приходится выполнять многократно, варьируя значения x_i . Часто в качестве характеристики трансформированной ошибки принимается какое-либо ее единственное значение, например, максимальное значение ее дисперсии $D(a)_{\max}$. Так как аналитическое исследование на максимум выражения (7) затруднительно, то ограничимся отысканием максимальных коэффициентов трансформации ошибок $\left| \frac{\partial f}{\partial x_i} \right|_{\max}$ для выражения

$$t_i = \frac{k \sqrt{x_2}}{x_1}, \quad (12)$$

представляющего собой условие инжекции для нерелятивистского случая. Подстановка найденных коэффициентов трансформации ошибок в формулу (10) дает приближенное значение $D(a)_{\max}$, всегда завышенное по отношению к истинному значению наибольшей дисперсии. Завышенность результата служит известным оправданием такого метода расчета [2].

Коэффициенты трансформации

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_1} = -\frac{k}{x_1^2}, \quad \frac{\partial f_2}{\partial x_2} = \frac{1}{2 \sqrt{x_2}}, \quad \frac{\partial f_3}{\partial x_1} = -\frac{k \sqrt{x_2}}{x_1^2}, \quad \frac{\partial f_3}{\partial x_2} = \frac{k}{2 x_1 \sqrt{x_2}}. \quad (13)$$

имеют максимальное значение при $x_{1 \min}$ и $x_{2 \min}$, кроме $\frac{\partial f_3}{\partial x_1}$ но этим коэффициентом можно пренебречь ввиду его малого влияния на значение выходной ошибки, вследствие чего расчет для максимальных ошибок может быть проведен при $x_{1 \min} = 4500$ эрст. и $x_{2 \min} = 37,5$ кв.

При расчете выходных ошибок вычислительного устройства воспользуемся значениями собственных ошибок блоков. Тогда для схемы рис. 1 имеем

$$a_1 = a_3 = a_6 = 10^{-3}; \quad a_2 = a_4 = a_5 = 0,5 \cdot 10^{-3}. \quad (14)$$

В соответствии с законами распределения ошибок блоков имеем

$$\sigma_1 = \sigma_3 = \frac{a_1}{\sqrt{6}}; \quad \sigma_2 = \sigma_4 = \sigma_5 = \frac{a_1}{\sqrt{12}} \text{ и } \sigma_6 = \frac{a_1}{\sqrt{3}}. \quad (15)$$

Определим теперь физический смысл и значение входных ошибок. a_{0i} . Математическое ожидание относительной скорости изменения напряжения сети за один период $m(\Delta U_c) = 5 \cdot 10^{-5}$ и $\sigma(\Delta U_c) = 1,4 \cdot 10^{-5}$.

Анализ динамических свойств элементов бетатрона показывает, что эти изменения напряжения сети практически мгновенно приводят к соответствующим изменениям U_m и U_i . Учитывая, что информация вводится в вычислительное устройство с запаздыванием не более одного периода, можно принять, что в худшем случае $\sigma_{01} = \sigma_{02} = \sigma_{03}$. Практически, все входные ошибки вычислительных устройств как случайные величины подчиняются нормальным законам распределения. В этом случае

$$a_{01} = a_{02} = m(\Delta U_c) + 3\sigma_{01}. \quad (16)$$

Можно принять, что $a_{03} = 3 \cdot 10^{-4}$.

Подставляя полученные значения ошибок в формулы (10) и (11), получим $a_{\text{вых max}} = 0,98$, $\sigma_{\text{вых max}} = 0,37$. Как уже отмечалось, найденные таким способом ошибки являются завышенными. Учитывая, что U_m и U_i сказываются в большинстве случаев взаимокоррелированными случайными величинами, можно ожидать согласно (12) уменьшения предельных ошибок.

Следует отметить, что, характеризуя выходную ошибку наибольшим значением среднеквадратичной ошибки, желательно знать, какова вероятность ее появления. Зная закон распределения системы случайных величин, можно рассчитать значение σ , среднее для всех возможных значений x_i . Однако это сделать затруднительно и в этом нет необходимости, так как значение $\sigma_{\text{вых max}}$, подсчитанное с погрешностью в сторону завышения, удовлетворяет поставленным условиям. К тому же, если можно указать или установить для каждой входной величины наиболее часто встречающееся на практике ее значение, то ограничиваются расчетом дисперсии только при этих значениях аргументов x_i . Поэтому важно определить значение дисперсии ошибки вычислительного устройства при номинальном значении напряжения сети. Проведенный для этого случая расчет показывает, что $a = 0,76$ и $\sigma = 0,21$.

На основании полученных ошибок в определении оптимального момента инжекции находится ориентировочная оценка величины потерь интенсивности излучения бетатрона при его управлении от вычислительного устройства.

В области незначительных отклонений текущего значения фазы инжекции от ее оптимального значения зависимость $I = f(t_i)$ может быть представлена в виде квадратичной параболы

$$I = -kx^2 \quad (17)$$

или в относительных координатах как

$$\delta I_{\text{отн}} = 1 - k(\delta t_i)^2, \quad (18)$$

где $k(\delta t)^2$ — величина относительных потерь интенсивности излучения; k — коэффициент пропорциональности.

При аппроксимации выходной характеристики бетатрона выражением (17) математическое ожидание величины потерь и дисперсия интенсивности излучения определяются как

$$m(I) = k\sigma^2(\delta t_i), \quad (19)$$

$$D(I) = 2k^2\sigma^4(\delta t_i). \quad (20)$$

На рис. 2 представлена зависимость величины потерь, из которой следует, что для найденных выше значений ошибок вычислительного

устройства при $k=0,012$ значение $\delta I < 5\%$. Анализ показывает, что в большинстве случаев величина потерь интенсивности излучения δI , возникающих за счет собственных ошибок вычислительного устройства, не превышает $1-3\%$. Следовательно, можно ожидать высокую эффективность применения вычислительного устройства на бетатроне.

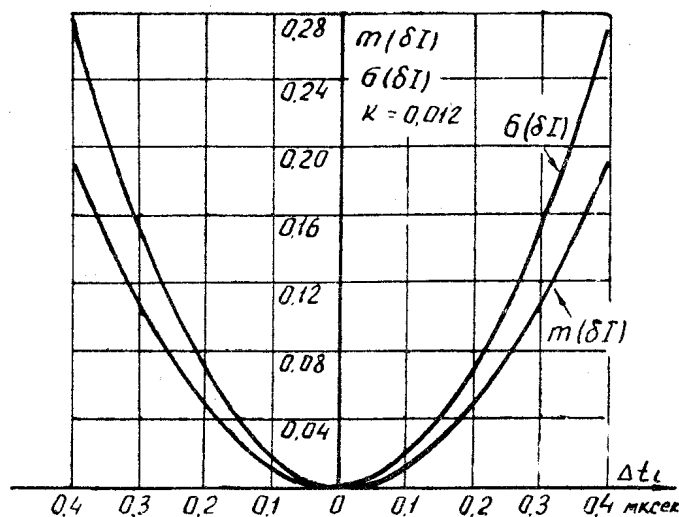


Рис. 2. Зависимость величины потерь интенсивности излучения δI , от погрешности определения фазы инжекции

Очевидно, что расчет эффективности применения СВУ для случаев значительных, частых и непериодических колебаний напряжения сети целесообразно уточнить при экспериментальном исследовании работы вычислительного устройства на реальном объекте.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. М. Разин, В. Л. Рябухин. Вычислительное устройство для регулирования фазы инжекции бетатрона. Изв. ТПИ, т. 184, 1970.
2. Проектирование и расчет вычислительных машин непрерывного действия. Под ред. д. т. н. А. Н. Лебедева и д. т. н. В. Б. Смолова. Изд-во «Машиностроение», Москва, 1966 г.