

## МЕТОД АНАЛИЗА ЧАСТОТНОЙ ПОГРЕШНОСТИ ИНДУКТИВНОГО ДЕЛИТЕЛЯ

А. И. КРАМНЮК, М. С. РОЙТМАН

(Представлена научным семинаром кафедры радиотехники)

Для расширения возможностей и повышения точности различных электро-радиотехнических устройств необходимы делители напряжения с малой погрешностью коэффициента деления. Перспективными в этом отношении являются индуктивные делители (ИД).

В работах по исследованию ИД, проводимых как за рубежом [1, 4], так и в нашей стране [3], показано, что погрешность деления на низких частотах составляет не более  $10^{-6}$ . С повышением частоты появляющаяся частотная погрешность снижает точность коэффициента деления. В [2] сделана попытка оценить частотную погрешность. Но сложный метод анализа с применением средств вычислительной техники снижает наглядность и создает определенные трудности для применения его в инженерной практике.

Ниже рассматривается сравнительно простая методика расчета частотной погрешности индуктивного делителя, основанная на методах прямого расчета, разработанных академиком Г. Е. Пуховым.

Предположим, что в сложной схеме со множеством взаимных связей необходимо определить разность потенциалов между двумя точками (например: точки А, В и нулевой провод. Рис. 1 а). Потенциалы указанных точек относительно общего провода обозначим  $\dot{U}_a$  и  $\dot{U}_b$ . Подключение посторонних ЭДС в точки А и В, величины которых соответственно равны  $\dot{U}_a$ ,  $\dot{U}_b$ , никаких измерений в схеме не произведет, и токи через вспомогательные источники будут равны 0. При разрыве цепей  $a-a'$  и  $b-b'$  нарушения режимов также не произойдет, но в этом случае через вспомогательные источники начинают протекать токи, значения которых разделяются выражениями:

$$\begin{aligned} \dot{I}_a &= f_1(\dot{E}_{bx}, \dot{U}_a, \dot{U}_b) \\ &\dots \\ \dot{I}_{b'} &= f_4(\dot{E}_{bx}, \dot{U}_a, \dot{U}_b). \end{aligned} \tag{1}$$

Учитывая, что суммарные значения токов через вспомогательные источники равны 0, имеем

$$\begin{aligned} \dot{I}_a + \dot{I}_{a'} &= 0; \\ \dot{I}_b + \dot{I}_{b'} &= 0. \end{aligned} \tag{2}$$

Решая систему (2), определяем значения  $\dot{U}_a$  и  $\dot{U}_b$ .

Наибольший интерес представляет анализ декадного, т. е. имеющего десять различных значений выходного напряжения, делителя, как наиболее приемлемого для практического применения. Поэтому в основном анализ посвящен именно указанному типу делителя, но изложенная методика может быть с успехом применена к делителям и с другим коэффициентом ослабления.

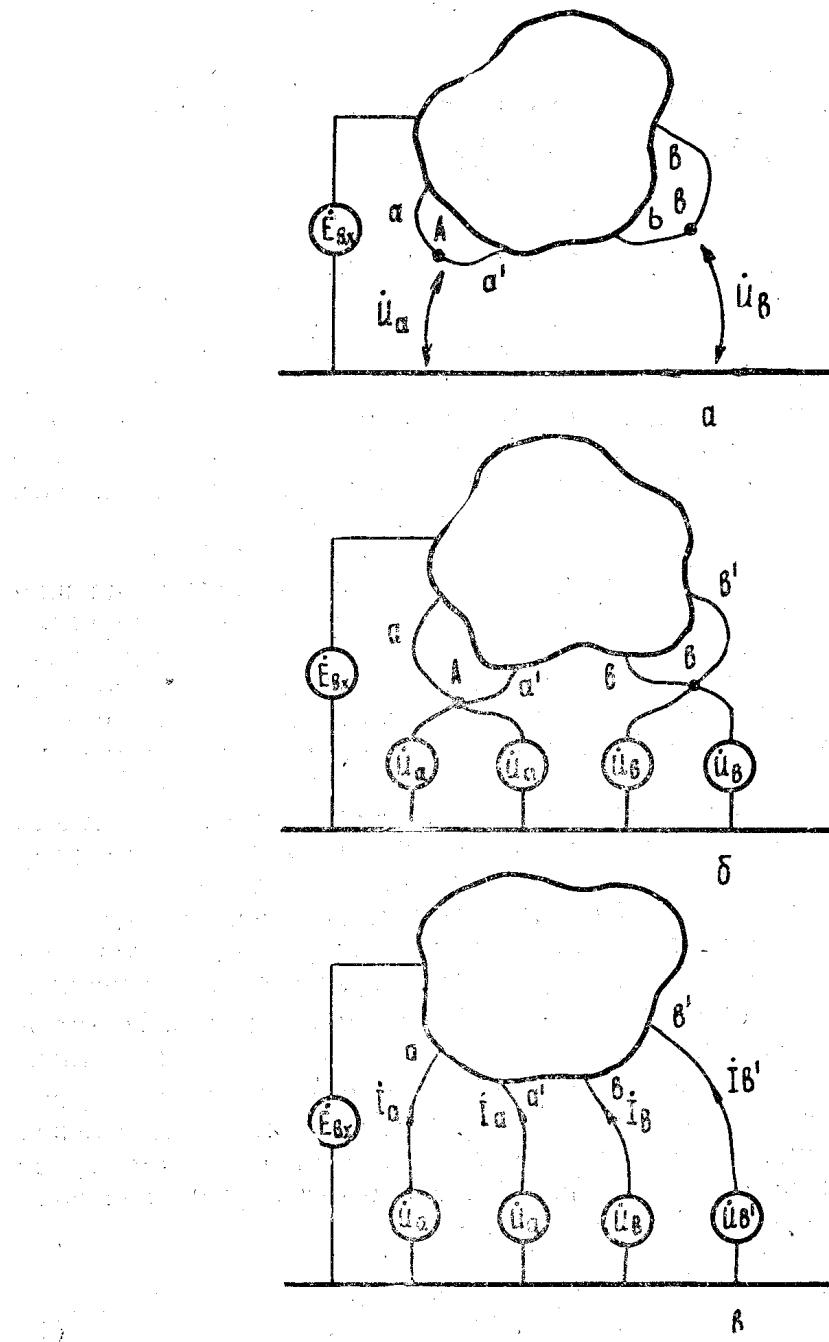


Рис. 1.

Намотка делителей производится жгутом из равномерно скрученных проводов, число которых определяет необходимое количество градаций выходного напряжения. Обмотки, образованные каждым проводом, соединяются согласно и последовательно. Поскольку нас интересуют значения напряжений в местах соединения обмоток, вспомогательные ЭДС подключаются в эти точки (рис. 2).

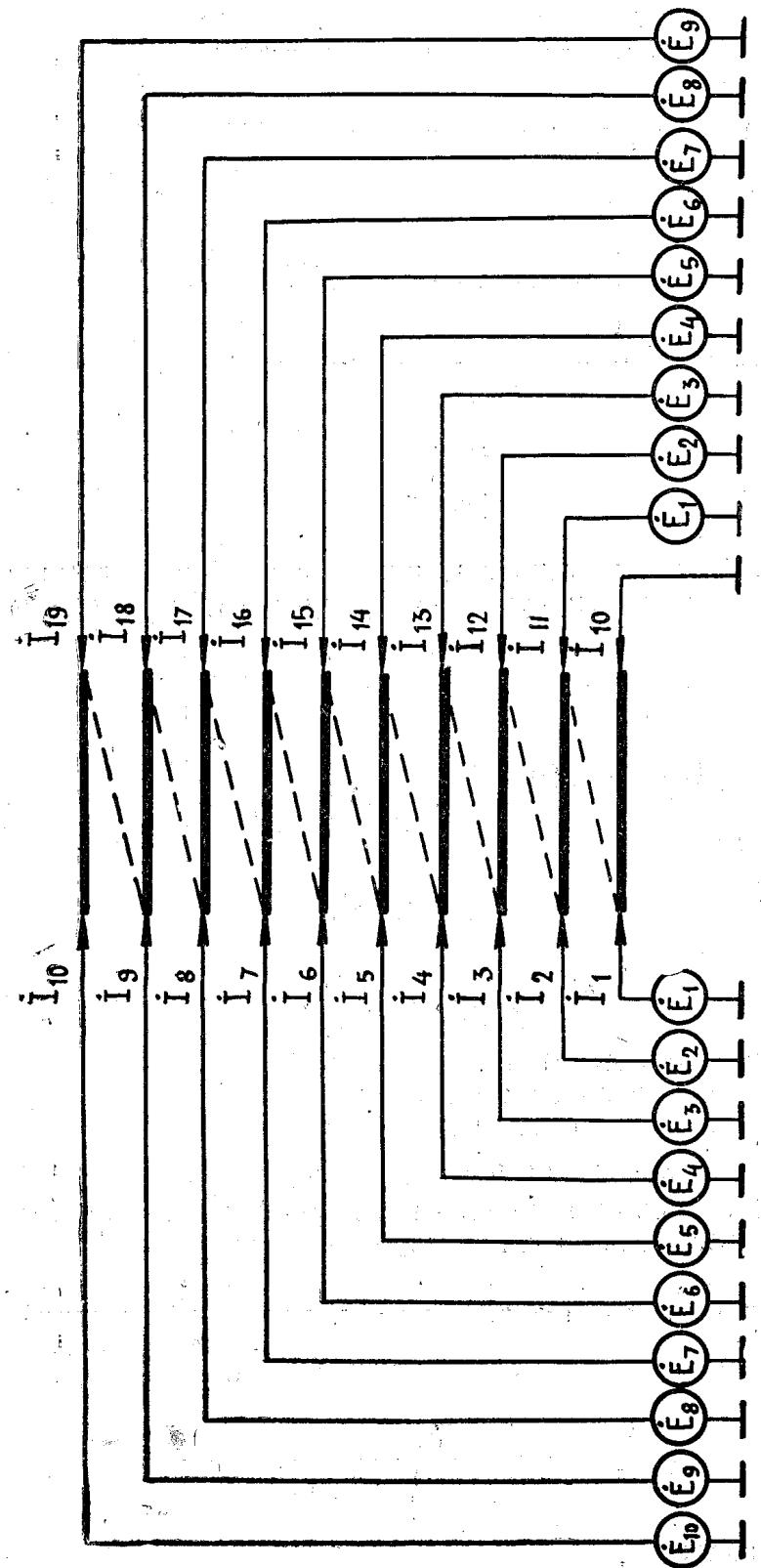


Рис. 2.

При нахождении составляющих токов  $I_1 \div I_{10}$  эквивалентная схема делителя приводится к изображенной на рис. 3 а, а для токов  $I_{11} \div I_{19}$  к схеме на рис. 3 б.

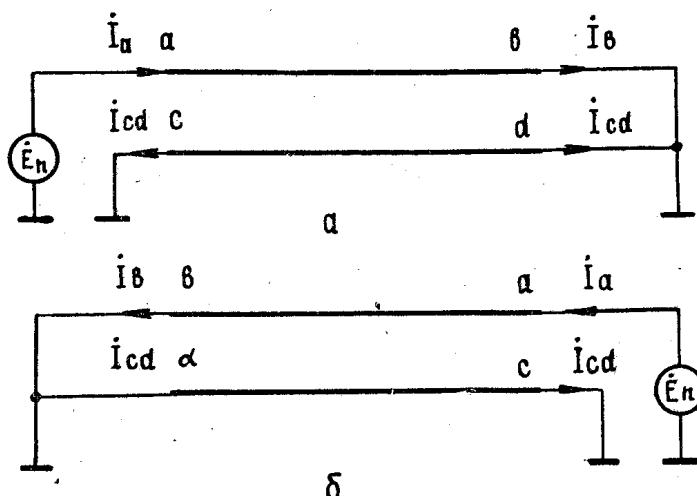


Рис. 3.

Представляя длинную линию цепочкой схемой и устремляя число звеньев к бесконечности, получаем матрицу эквивалентного четырехполюсника:

$$\gamma = \begin{vmatrix} 1 + \frac{n\Delta}{2} & a_0 \frac{n+1}{n} \\ \frac{\left(1 + \frac{n}{6}\Delta\right)(n-1)}{b_0} & 1 + \frac{n\Delta}{2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix}, \quad (3)$$

где

$$a_0 = r_0 + j\omega L_{S_0}, \quad (4)$$

$$b_0 = \frac{1}{j\omega C_{0g}}, \quad \Delta = \frac{a_0}{b_0},$$

$n$  — число обмоток делителя,

$r_0$  — активное сопротивление обмоток,

$L_{S_0}$  — индуктивность рассеивания,

$C_{0g}$  — распределенная емкость между обмотками.

Суммарные значения продольных и поперечных сопротивлений эквивалентного четырехполюсника определяются как

$$\dot{Z}_1 + (n-1)\dot{Z}_1 = n\dot{Z}_1 = \frac{A-1}{C} = \frac{n\Delta b_0}{2 \left(1 + \frac{n}{6}\Delta\right)(n-1)}; \quad (5)$$

$$\dot{Z}_2 = \frac{b_0}{\left(1 + \frac{n}{6}\Delta\right)(n-1)}.$$

Введя обозначение

$$\dot{Z}' = \frac{b_0}{\left(1 + \frac{n}{6}\Delta\right)(n-1)}, \quad (6)$$

получим

$$\dot{Z}_1 = \frac{\Delta \dot{Z}'}{2}, \quad \dot{Z}_2 = \dot{Z}'.$$
 (7)

Имея значения сопротивлений и обозначив

$$9\Delta \dot{Z}' = \dot{Z}, \quad \frac{\Delta}{4} = \Delta',$$
 (8)

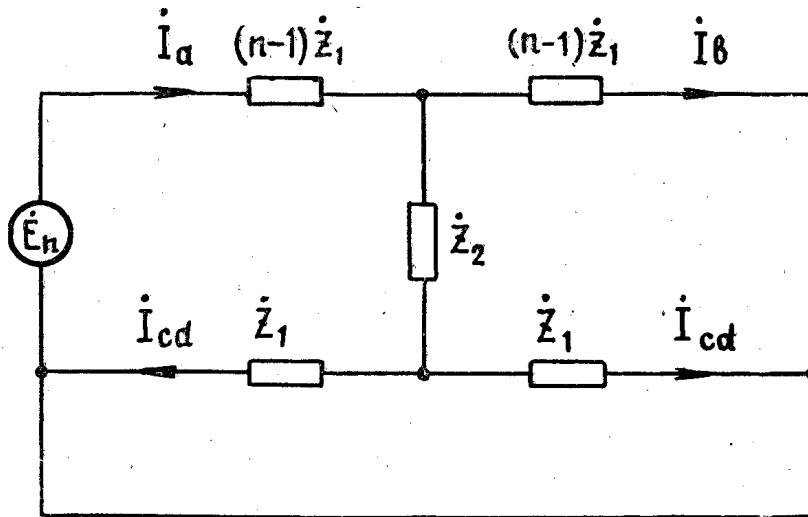


Рис. 4.

получаем выражение для токов в следующем виде

$$\begin{aligned} I_a &= \dot{E} \frac{1 + 9\Delta'}{\dot{Z}} = \dot{E} \cdot Y_a, \\ I_b &= \dot{E} \frac{1}{\dot{Z}(1 + 9\Delta')} = \dot{E} \cdot Y_b, \\ I_{cd} &= \dot{E} \frac{9\Delta'}{\dot{Z}(1 + 10\Delta')} = \dot{E} \cdot Y_{cd}. \end{aligned}$$
 (9)

Учитывая симметрию делителя относительно центрального вывода, можно записать соотношения:

$$\begin{aligned} \dot{E}_9 &= \dot{E}_{10} - \dot{E}_1, \quad \dot{E}_8 = \dot{E}_{10} - \dot{E}_2, \\ \dot{E}_7 &= \dot{E}_{10} - \dot{E}_3, \quad \dot{E}_6 = \dot{E}_{10} - \dot{E}_4, \\ \dot{E}_5 &= \frac{1}{2} \dot{E}_{10}. \end{aligned}$$
 (10)

На основании (2, 10) и (рис. 2, 3 а, б) находим значения сумм токов:

$$\begin{aligned} I_1 + I_{11} &= \dot{E}_1 \cdot Y_a - \frac{1}{9} \dot{Y}_{cd} \sum_{\kappa=2}^{10} \dot{E}_\kappa - \frac{1}{9} \dot{Y}_{cd} \sum_{\kappa=1}^9 \dot{E}_\kappa + \\ &+ \dot{E}_1 Y_a - \frac{1}{9} \dot{Y}_{cd} \sum_{\kappa=2}^9 \dot{E}_\kappa - \dot{E}_2 Y_b - \frac{1}{9} \dot{Y}_{cd} (\dot{E}_1 + \sum_{\kappa=3}^{10} \dot{E}_\kappa) = 0, \end{aligned}$$
 (11)

где

$$\begin{aligned} \sum_{\kappa=2}^{10} \dot{E}_\kappa &= \frac{11}{2} \dot{E}_{10} - \dot{E}_1, \quad \sum_{\kappa=1}^9 \dot{E}_\kappa = \frac{9}{2} \dot{E}_{10}, \\ \sum_{\kappa=2}^9 \dot{E}_\kappa &= \frac{9}{2} \dot{E}_{10} - \dot{E}_1, \quad \dot{E}_1 + \sum_{\kappa=3}^{10} \dot{E}_\kappa = \frac{11}{2} \dot{E}_{10} - \dot{E}_2. \end{aligned} \quad (12)$$

Подставив (12) в (11), получаем первое уравнение

$$\left(2\dot{Y}_a + \frac{2}{9}\dot{Y}_{cd}\right)\dot{E}_1 - \left(\dot{Y}_b - \frac{1}{9}\dot{Y}_{cd}\right)\dot{E}_2 = \frac{20}{9}\dot{Y}_{cd}\dot{E}_{10}. \quad (13)$$

Аналогично находим остальные уравнения:

$$\begin{aligned} \left(\dot{Y}_b - \frac{1}{9}\dot{Y}_{cd}\right)\dot{E}_1 - \left(2\dot{Y}_a + \frac{2}{9}\dot{Y}_{cd}\right)\dot{E}_2 + \left(\dot{Y}_b - \frac{1}{9}\dot{Y}_{cd}\right)\dot{E}_3 &= \frac{20}{9}\dot{Y}_{cd}\dot{E}_{10}; \\ \left(\dot{Y}_b - \frac{1}{9}\dot{Y}_{cd}\right)\dot{E}_2 - \left(2\dot{Y}_a + \frac{2}{9}\dot{Y}_{cd}\right)\dot{E}_3 + \left(\dot{Y}_b - \frac{1}{9}\dot{Y}_{cd}\right)\dot{E}_4 &= \frac{20}{9}\dot{Y}_{cd}\dot{E}_{10}; \\ -\left(\dot{Y}_b - \frac{1}{9}\dot{Y}_{cd}\right)\dot{E}_3 + \left(2\dot{Y}_a + \frac{2}{9}\dot{Y}_{cd}\right)\dot{E}_4 &= \left(\frac{39}{18}\dot{Y}_{cd} + \frac{\dot{Y}_b}{2}\right)\dot{E}_{10}. \end{aligned} \quad (14)$$

Введя обозначения:

$$\begin{aligned} \dot{Y}_1 &= 2\dot{Y}_a + \frac{2}{9}\dot{Y}_{cd}, \\ \dot{Y}_2 &= \dot{Y}_b - \frac{1}{9}\dot{Y}_{cd}, \end{aligned} \quad (15)$$

имеем

$$\begin{aligned} \dot{Y}_1\dot{E}_1 - \dot{Y}_2\dot{E}_2 + 0 + 0 &= \frac{20}{9}\dot{Y}_{cd}\dot{E}_{10}; \\ -\dot{Y}_2\dot{E}_1 - \dot{Y}_1\dot{E}_2 - \dot{Y}_2\dot{E}_3 + 0 &= \frac{20}{9}\dot{Y}_{cd}\dot{E}_{10}; \\ 0 - \dot{Y}_2\dot{E}_2 + \dot{Y}_1\dot{E}_3 - \dot{Y}_2\dot{E}_4 &= \frac{20}{9}\dot{Y}_{cd}\dot{E}_{10}; \\ 0 + 0 - \dot{Y}_2\dot{E}_3 + \dot{Y}_1\dot{E}_4 &= \left(\frac{39}{18}\dot{Y}_{cd} + \frac{\dot{Y}_b}{2}\right)\dot{E}_{10}. \end{aligned} \quad (16)$$

Решив (16) с учетом (9), находим значения выходных напряжений:

$$\dot{E}_1 = \dot{E}_{10} \frac{1}{10} (1 + 59,75\Delta);$$

$$\dot{E}_2 = \dot{E}_{10} \frac{2}{10} (1 + 39,75\Delta);$$

$$\dot{E}_3 = \dot{E}_{10} \frac{3}{10} (1 + 23,25\Delta);$$

$$\dot{E}_4 = \dot{E}_{10} \frac{4}{10} (1 + 10\Delta);$$

$$\dot{E}_5 = \dot{E}_{10} \frac{5}{10}; \quad (17)$$

$$\dot{E}_6 = \dot{E}_{10} \frac{6}{10} (1 - 6,66\Delta);$$

$$\dot{E}_7 = \dot{E}_{10} \frac{7}{10} (1 - 9,95\Delta);$$

$$E_8 = E_{10} \frac{8}{10} (1 - 10\Delta);$$

$$\dot{E}_9 = \dot{E}_{10} \frac{9}{10} (1 - 6,66\Delta).$$

При расчете частотной погрешности ИД по формулам (17) необходимо учитывать следующее обстоятельство. Под  $C_{0g}$  в (4) понимается значение динамической распределенной емкости. Ее величину можно определить из соотношения:

$$C_{0g} = \frac{2C_{ct}}{n}, \quad (18)$$

где  $C_{ct}$  — статическое значение распределенной емкости, измеренное между любыми двумя проводами в жгуте. Для случая  $n = 10$

$$C_{0g} = \frac{C_{ct}}{5}. \quad (19)$$

Ввиду сложности доказательство соотношения (18) здесь не приводится. Оно будет дано в последующих работах.

### Выводы

Полученные довольно простые выражения для значений выходного напряжения позволяют определить частотную погрешность коэффициента деления, а поскольку она носит систематический характер, учесть ее при применении индуктивных делителей.

В заключение необходимо отметить, что проведенные исследования показали хорошее совпадение расчетных и экспериментальных данных. В диапазоне от 20 гц до 200 кгц расхождение составило не более 10%.

### ЛИТЕРАТУРА

1. «Proceedings of the Institution of Electrical Engineers», № 5, V. 115, 1968, USA.
2. И. Эйскоп, Х. Силламаа. Частотная характеристика индуктивного делителя напряжения. Вопросы радиоэлектроники, серия «Радиоизмерительная техника», вып. 5, 1968.
3. В. М. Байков. Анализ погрешностей трансформаторных делителей напряжения. Второе Всесоюзное научно-техн. совещание по измерительной усилительной технике, Ленинград, 1967.
4. F. L. Hermach. Low-frequency Electrical calibrations of the National Bureau of Standards. «Instrum. Soc. Amer. Preprint», 1967, N-MES-TIND-5/1, USA.