УДК 661.87:519

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ В ПРОМЫШЛЕННЫХ ЦЕНТРИФУЖНЫХ КАСКАДАХ ОБОГАЩЕНИЯ УРАНА

С.В. Филимонов, Г.М. Скорынин, А.А. Орлов*, Д.Н. Голдобин

ФГУП «ПО «Электрохимический завод», г. Зеленогорск *Томский политехнический университет E-mail: orlov@phtd.tpu.edu.ru

Разработана и реализована математическая модель нестационарных разделительных процессов обогащения урана в промышленных центробежных каскадах, которая может быть использована в компьютерном тренажере для подготовки специалистов разделительного производства и применения в качестве экспертной системы в автоматизированной системе управления технологической схемой.

Введение

Известно, что в общем случае нестационарные процессы в разделительном каскаде описываются нелинейным уравнением второго порядка в частных производных (относительно времени и номера ступени) параболического типа с переменными коэффициентами, аналитические решения которого построены лишь для ограниченного числа задач [1]. Значительно более перспективными методами исследования нестационарных процессов, являются методы численного решения уравнений описывающих эти процессы. Вопросам численного исследования нестационарных процессов в разделительных каскадах посвящено много работ, например, [2]. Однако используемые в этих работах математические методы либо имеют ограниченную область практического применения, либо требуют больших временных затрат на численное решение, либо не учитывают особенностей построения технологических схем центрифужного производства. При этом в работах рассматривается простейший симметричный противоточный прямоугольно-секционный каскад [3], в котором секции ступеней работают в одинаковом гидравлическом режиме. Между тем, эффект обогащения центрифуги значительно выше (примерно в 100 раз), чем у диффузионных машин, а длина центрифужных каскадов существенно меньше. Как правило, ступени работают в отличающихся гидравлических режимах. В этих условиях повышается вклад каждой ступени в работу каскада, и соответственно при исследовании нестационарных процессов важно знать состояние каждой ступени.

В работе предложена математическая модель, описывающая практически все виды нестационарных процессов как в отдельной ступени, так и в каскадах произвольного построения, отличающихся от традиционных симметричных противоточных каскадов. К тому же, моделируется вся многокаскадная технологическая схема, представляющая собой совокупность каскадов вместе со связывающими их линиями межкаскадных коммуникаций (МКК).

Модель является дополнением к ранее разработанной математической модели нестационарных гидравлических процессов в многокаскадной технологической схеме (TC) центрифужного завода [4, 5].

1. Описание математической модели нестационарных разделительных процессов

Рассмотрена многокаскадная TC разделительного завода, состоящая из K-каскадов (рис. 1). Каждый каскад m ($1 \le m \le K$) состоит из ступеней с нумерацией от отвала к отбору.

Схема соединения ступеней в каскаде может быть произвольной, например, так называемой параллельно-последовательной (рис. 2).



Рис.1. Многокаскадная ТС



Рис. 2. Параллельно-последовательная схема соединения ступеней в каскаде

Ступень с номером *n* состоит из S_{nm} параллельно соединенных секций; секция i_{nm} ($1 \le i_{nm} \le S_{nm}$) состоит из J_{inm} параллельно соединенных газовых центрифуг. Газовые центрифуги в секции считаются идентичными, секции могут быть различными (разное число

ГЦ, разные геометрические размеры коммуникаций и т.д.). Конструктивные параметры K (порядка 4...12), N_m (порядка 4...25) определяются номенклатурой выпускаемой продукцией, изменением комплектации и технологических характеристик ГЦ.

В предложенной работе рассмотрена однообъемная модель разделительной ступени. Каждая ступень каскадов многокаскадной технологической схемы центрифужного производства считается заполненной бинарной смесью с одинаковой концентрацией изотопа ²³⁵U, равной его концентрации в коллекторе питания этой ступени. Газосодержание разделительной ступени считается равным сумме газосодержаний всех объемов, входящих в состав ступени и учитываемых при расчете нестационарной гидравлики TC [4]. На выходе из ступени (в коллекторах отбора и отвала) концентрации, определяемые разделительными свойствами ступени, соответственно выше и ниже концентрации питания.

Основным уравнением нестационарного процесса разделения является уравнение баланса обогащаемого компонента питающей смеси в ступени *n* каскада *m* многокаскадной TC:

$$\frac{d(M_{nm}C_{0nm})}{dt} = T_{0n}(t)K_{0n}(t) + \sum_{k=1}^{K} \delta_{Rkn}T_{Rkn}K_{Rkn} + \sum_{k=1}^{K} \delta_{Wkn}T_{Wkn}K_{Wkn} + \sum_{p=n+1}^{N} \delta_{nTp}G_{Tp}C_{Tp} + \sum_{w=1}^{n-1} \delta_{nPw}G_{Pw}C_{Pw} + \delta_{OP}C_{3a\kappa p,m}(G_{JNm} - T_{0Pm}(t)) - \sum_{l=1}^{S} L_{0linm}C_{0nm}, \qquad (1)$$

где *К* – количество каскадов TC; *S* – количество технологических секций в ступени *n* каскада *m*; M_{nm} – газосодержание ступени *n* каскада *m*; C_{0nm} – концентрация питающей смеси ступени *n* каскада *m*; $T_{0n}(t)$, $K_{0n}(t)$ – расход и концентрация внешнего потока питания; δ_{Rkn} — признак связи потока отбора T_{Rkn} с концентрацией K_{Rkn} каскада k с питанием ступени *n* ($k \neq m$) каскада *m* ($k \neq m$); δ_{Wkn} – признак связи потока отвала T_{Wkn} с концентрацией K_{Wkn} каскада k с питанием ступени n (k≠m) каскада m $(k \neq m); \delta_{nTp}$ – признак связи потока отвала G_{Tp} с концентрацией C_{T_p} ступени *n* каскада *m* с питанием ступени *n* каскада *m*; δ_{nPw} — признак связи потока отбора G_{Pw} с концентрацией C_{Pw} ступени *w* каскада *m* с питанием ступени *n* каскада *m*; δ_{OP} – признак отборной ступени (0 или 1); G_{ЛNm}, T_{OPm} - соответственно потоки отбора отборной ступени N_m (m=1...K) и каскада *m*; $C_{3akp,m}$ – концентрация пото-ка закрутки каскада *m*; L_{01inm} – поток питания секции і ступени п каскада т.

В общем случае входящие в ур. (1) величины газосодержаний ступеней, потоков питания каскадов (внешних относительно ТС и межкаскадных потоков, являющихся потоками отбора и отвала других каскадов, а также межступенных потоков) являются функциями времени. Эти функции могут быть получены решением гидродинамических уравнений, которые рассмотрены в работах [4, 5]. Концентрации межкаскадных потоков питания K_{Rkn} и K_{Wkn} определяются через соответствующие концентрации потоков отбора и отвала каскадов с учетом транспортной задержки τ_{zad} под которой понимается время прохождения гидравлического возмущения по соответствующим линиям МКК. Время τ_{zad} определяется из решения уравнений неразрывности для установившегося одномерного потока, изолированного от внешней среды [6], относительно неизвестной скорости протекания газа υ_i по *i*-ому участку линии МКК:

$$G = S_i \rho_i \upsilon_i$$

где G — расчетная величина потока в линии МКК (одинаковая для всех участков линии МКК), г/с; S_i — площадь сечения *i*-го участка линии МКК, см²;

 $\rho_i = \frac{\mu P_i 1333}{R_e T_i} -$ плотность газа в *i*-ом участке линии

МКК, г/см³; μ — молярная масса газа, г/моль; P_i — расчетная величина давления газа в *i*-ом участке линии МКК, мм рт.ст.; R_i — универсальная газовая постоянная, эрг/(мольК); T_i — температура газа, К; υ_i — скорость газа в *i*-ом участке линии МКК, см/сек.

Величины давлений в *i*-х участках линии МКК определяются из принятого турбулентного характера протекания газа, известного из решения гидравлической задачи значения какого-либо давления (например, давления в коллекторе питания отборной ступени) и заданных значений геометрических размеров этих участков.

Отборные ступени каскадов имеют некоторые особенности, связанные с тем, что часть потоков отбора через регуляторы закрутки поступает обратно в качестве питания этих ступеней. Кроме того, на части каскадов закруточный поток подается после прохождения очистительного каскада (OK). Следовательно, концентрация закруточного потока $C_{3акр,m}$ изменяется с некоторой транспортной задержкой по отношению к концентрации потока отбора отборной ступени. Время транспортной задержки также определяется в задаче нестационарной гидравлики [4, 5].

Ур. (1) составляется для каждой ступени каскадов многокаскадной ТС. Полученная система уравнений состоит из KN_m -дифференциальных уравнений с 3 KN_m неизвестными, каковыми являются концентрации ступенных потоков питания, отбора и отвала (C_{0nm} , C_{Pnm} , C_{Tnm}). Для понижения размерности системы воспользуемся уравнением сохранения легкой компоненты и соотношением, определяющим полный коэффициент разделения ступени χ_{nm} .

$$C_{0nm} = \theta_{nm}C_{Pnm} + (\theta_{nm} - 1)C_{Tnm}, \qquad (2)$$

где θ_{nm} – коэффициент деления потоков ($\theta_{nm} = \frac{G_{P_{nm}}}{G_{0nm}}$).

$$\chi_{nm} = \frac{C_{Pnm}(1 - C_{Tnm})}{C_{Tnm}(1 - C_{Pnm})}.$$
(3)

Из ур. (2) и (3) можно определить C_{Tnm} :

$$C_{Tnm} = \frac{C_{Pnm}}{\chi_{nm} - C_{Pnm}(\chi_{nm} - 1)}.$$
 (4)

Путем подстановки выражений для C_{Tnm} и C_{0nm} система ур. (1) сводится к системе дифференциальных уравнений относительно KN_m неизвестных C_{Pnm} как функций времени. Решение этой системы уравнений при заданных начальных значениях C_{Pnm} моделирует нестационарные разделительные процессы в каскадах TC.

2. Алгоритм решения уравнений нестационарного разделения

Обозначив правую часть ур. (1) после подстановки в него выражений (2) и (4) через $\psi_{nm}(t)$ получим:

$$\frac{d[M_{nm}(\theta_{nm}C_{Pnm} - (1 - \theta_{nm})f_{Ct}(C_{Pnm}))]}{dt} = \Psi_{nm}(t), \quad (5)$$

где $f_{Cl}(C_{P_{nm}})$ — функция от концентрации отбора ступени *n* каскада *m*, определяемая выражением (4).

Система уравнений (5) представляет собой задачу Коши с заданными начальными условиями. Задача Коши за редким исключением не имеет аналитических методов решения. В численном методе вместо отыскания непрерывных функций времени рассчитываются значения искомых функций в дискретные моменты времени, а система дифференциальных уравнений заменяется тем или иным способом разностными уравнениями. В применяемом алгоритме, аналогично гидравлической задаче [4, 5], используется неявная схема Эйлера с пересчетом [7], которая обладает третьим порядком точности на шаге и вторым на интервале. В соответствии с ней, имеем:

$$M_{nm}^{(k+1)}(\theta_{nm}^{(k+1)}C_{Pnm}^{(k+1)} - (1 - \theta_{nm}^{(k+1)})f_{Ct}^{(k+1)}(C_{Pnm}^{(k+1)})) - M_{nm}^{(k)}(\theta_{nm}^{(k)}C_{Pnm}^{(k)} - (1 - \theta_{nm}^{(k)})f_{Ct}^{(k)}(C_{Pnm}^{(k)})) = = \frac{\Delta t}{2}(\Psi_{nm}^{(k+1)} + \Psi_{nm}^{(k)}).$$
(6)

Написав уравнения (6) для всех ступеней каскадов TC, получим систему алгебраических нелинейных уравнений относительно $C_{Pnm}^{(K+1)}$. Нелинейность обусловлена наличием членов, содержащих выражение $f_{Cl}^{(K+1)}C_{Pnm}^{(K+1)}$. На каждом временном шаге проводится линеаризация её нелинейных членов. В предложенном алгоритме она заключается в замене функции $f_{C}^{(K+1)}C_{Pnm}^{(K+1)}$ уравнением касательной в точке C_{0Pnm} .

$$C_{Tnm}^{(K+1)} = a_{Tnm}^{(k)} + b_{Tnm}^{(k)} C_{Pnm}^{(k+1)}.$$
 (7)

Коэффициенты $a_{Thm}^{(K)}$ и $b_{Thm}^{(K)}$ вычисляются из условия равенства линейных (7) и нелинейных (4) выражений, а также их производных в некоторой точке C_{0Pnm} .

$$\frac{C_{0Pnm}}{\chi_{nm} - C_{0Pnm}(\chi_{nm} - 1)} = a_{Tnm} + b_{Tnm}C_{0Pnm}, \qquad (8)$$

$$(C_{Tnm})' = \frac{\chi_{nm}}{[\chi_{nm} - C_{0Pnm}(\chi_{nm} - 1)]^2} = b_{Tnm}.$$
 (9)

Из решения ур. (8, 9) получаем:

$$a_{Tnm}^{(k)} = -\frac{(C_{Pnm}^{(K)})^2 (\chi_{nm}^{(K)} - 1)}{[\chi_{nm}^{(K)} - C_{Pnm}^{(K)} (\chi_{nm}^{(K)} - 1)]^2},$$

$$b_{Tnm}^{(k)} = \frac{\chi_{nm}^{(K)}}{[\chi_{nm}^{(K)} - C_{Pnm}^{(K)} (\chi_{nm}^{(K)} - 1)]^2}.$$

После линеаризации получим систему линейных уравнений относительно неизвестных $C_{Pnm}^{(k+1)}$, являющихся приближением к величинам $C_{Pnm}(t+\Delta t)$. Система решается методом исключения Гаусса [7, 8]. В качестве начальных условий, исходные значения $C_{Pnm}^{00} = C_{Pnm}(t=0)$, принимаются расчетные данные исходного стационарного режима исследуемой TC.

Значения коэффициентов полного разделения χ_{nm} ступеней определяются разделительными свойствами ступеней. Разделительные свойства отдельной центрифуги (ГЦ) описываются эмпирической зависимостью, определяемой в результате математической обработки экспериментальных данных, полученных при испытаниях оборудования данного типа ГЦ.

$$\chi_{nm} = \chi_{nm}(g,\theta), \tag{10}$$

где g, θ – расход питания и коэффициент деления потоков отдельной ГЦ.

Считая величину χ инвариантом, независящим от концентрации потоков питания ступеней, можно связать величины C_{Tnm} и C_{Pnm} по формуле (4) при работе ступеней в области концентраций, отличающихся от концентрации природного сырья.

Разделительная характеристика $\chi_{nm}(g,\theta)$ определяется при работе ГЦ в стационарном режиме, когда выполняется баланс вещества и легкой компоненты. Использование этой характеристики в нестационарном процессе объясняется тем, что процессы установления равновесия в отдельной ГЦ протекают значительно быстрее, чем в каскадах ТС. Центрифуга рассматривается как работающая в стационарном режиме, который медленно изменяется.

По описанной модели в среде Borland Delphi 5.0 реализован программный комплекс и проведены расчеты для следующих случаев нестационарных возмущений TC: изменение потоков отбора и питания; перенос точек подачи питания; закрытие ступеней и секций каскадов; изменение частоты питающего тока ГЦ; изменение загрузки оборудования; изменение концентрации внешних потоков питания. В качестве разделительной использовалась приближенная модельная характеристика, отличающаяся от фактической, но отражающая основные тенденции протекания реального процесса.

В качестве примера, приведем результаты численного расчета нестационарных процессов разделения, возникающих при закрытии отдельных ступеней девятиступенного каскада (рис. 3).

Сравнительный анализ пар кривых 1, 2 и 3, 4 позволяет сделать вывод, что созданная модель адекватно описывает поведение реального объекта.

Повышение со временем обогащения отбора каскада (1, 2) объясняется тем, что с момента закрытия ступени каскад переходит в гидравлический режим с повышенной нагрузкой на оставшиеся ступени, при котором величина χ имеет большее значение. Ломаный характер кривых 2, 4 объясняется способом измерения концентрации ²³⁵U, основанным на регистрации γ -излучения рабочей газовой смеси, интенсивность которого носит вероятностный характер.



Рис. 3. Временные зависимости отклонений концентрации отбора каскада относительно исходной в условных единицах (1 у.е.=0,001%). Закрытие ступеней: 1) расчет; 2) факт – отборной и 3) расчет; 4) факт – предотвальной

Из рисунка также следует, что влияние отборной ступени на конечный продукт значительно выше влияния отвальных ступеней.

Проведенные расчеты показали, что характеристики быстродействия модели позволяют оперативно производить расчеты многокаскадной технологической схемы в режиме реального времени. Так, например, время счета 4-х часового временного интервала протекания нестационарного процес-

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Cohen K. The Theory of Isotope Separation as Applied to the Large – Scale Production of U-235 // National Nuclear Energy Series. – 1951. – V. 1B. – Div. 3. – 156 p.
- Лагунцов Н.И., Левин Е.В., Сулаберидзе Г.А. К расчету на ЭВМ нестационарных процессов в многоступенчатых каскадах для разделения двухкомпонентных изотопных смесей // Инженерно-физический журнал. – 1976. – № 3. – Т. 31. – С. 507–513.
- Обогащение урана / Под ред. С. Виллани. Пер. с англ. под ред. И.К. Кикоина. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 320 с.
- Филимонов С.В., Скорынин Г.М., Голдобин Д.Н. Моделирование нестационарных процессов в АСУТС промышленного обогащения урана // Известия вузов. Физика. 2004. Т. 47. № 11. С. 173–178.
- Филимонов С.В., Скорынин Г.М., Орлов А.А., Голдобин Г.Д. Моделирование нестационарных гидравлических процессов в промышленных центрифужных каскадах обогащения урана //

са для четырехкаскадной TC с общим количеством ступеней порядка 50 и временным шагом, равным 1 с, составляет примерно 140 с. В связи с этим разработанная модель нашла применение в ACУTC в качестве экспертной системы. Кроме того, разработанная модель используется в компьютерном тренажере для подготовки специалистов разделительного производства [9, 10].

Заключение

Предложена математическая модель нестационарных разделительных процессов в промышленных центрифужных каскадах, учитывающая отличительные особенности построения исследуемой технологической схемы разделительных производств, которая представляет собой систему дифференциальных уравнений первого порядка с заданными начальными условиями. Разработан алгоритм решения уравнений, описывающих нестационарные процессы в центрифужных каскадах.

Реализованная модель позволяет получать решения в режиме реального времени при произвольном наборе возмущающих воздействий и исследовать нестационарные процессы, возникающие при изменении величин внешних потоков, их отключений; изменении частоты и отключении питающего тока; изменении точки подачи питания; отказах и перенастройке межступенных регуляторов; отключении части оборудования; нарушениях в работе оборудования линий МКК; при различных сочетаниях этих воздействий.

Модель внедрена и используется в АСУТС разделительного производства ФГУП ПО "Электрохимический завод" в качестве экспертной системы, а также в компьютерном тренажере для подготовки специалистов разделительного производства.

Известия Томского политехнического университета. – 2006. – Т. 309. – № 3. – С. 85–88.

- Дейч М.Е. Техническая газодинамика. М.: Энергия, 1974. 592 с.
- 7. Пирумов У.Г. Численные методы. М.: Дрофа, 2003. 221 с.
- Бахвалов Н.С. и др. Численные методы. М.: Наука, 1987. 598 с.
- Власов В.А., Шубин А.Н., Филимонов С.В., Орлов А.А., Голдобин Д.Н., Колпаков Г.А. и др. Компьютерный тренажер для оперативного технологического персонала производства по разделению изотопов урана центробежным методом // Известия Томского политехнического университета. – 2004. – Т. 307. – № 1. – С. 176–181.
- Пат. 2250509 РФ. МПК⁶ G09В 9/00. Тренажер операторов системы управления технологическим процессом разделения изотопов урана центробежным методом в штатных и аварийных ситуациях / В.А. Власов, А.А. Орлов, А.Н. Шубин, С.В. Филимонов, Г.А. Колпаков. Опубл. 20.04.2005, Бюл. № 11.