

ОДИН МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ МОДЕЛИ БЕТАТРОНА

В. В. ЗАХАРОВ, Л. М. РОГАЧЕВСКАЯ

(Представлена семинаром сектора АУ НИИ ЯФ ЭА)

Изготавливаемый серийно в НИИ ЯФ ТПИ переносной бетатрон ПМБ-6 регулируется с помощью двух параметров: тока и фазы инжекции. Чтобы в максимальной мере использовать возможности бетатрона, необходимо укомплектовать его небольшим оптимизатором, подключение которого обеспечивало бы максимальное значение интенсивности γ -излучения, рассматриваемой как функции управляемых переменных x_1 и x_2 (ток и фаза инжекции соответственно). Для того, чтобы из нескольких возможных вариантов оптимизаторов выбрать наилучший применительно к ПМБ-6, следует провести сравнение эффективности алгоритмов оптимизаторов путем моделирования на вычислительной машине. В первую очередь, встает вопрос о построении модели бетатрона, предназначенной для этих целей.

Предварительные исследования показали, что модель бетатрона ПМБ-6 довольно сложна и не может быть адекватно описана полиномом второй степени во всей области изменения переменных x_1 и x_2 . Привлечение же полиномов более высоких степеней связано с существенными вычислительными трудностями [1]. В настоящей статье для построения модели бетатрона предлагается один эвристический метод, основанный на идее функций штрафа за приближение к границе области, применявшийся в [2] для решения задачи нелинейного программирования. Эта идея применяется также в [3] для конструирования функций многих переменных, используемых для сравнения методов поиска экстремума.

Применительно к построению моделей объектов малой размерности (с числом управляемых порядка 2—3) метод состоит в следующем. Пусть необходимо построить функцию $F(x_1, x_2)$, линии уровня которой воссоздают очертания линий уровня объекта (полученных из эксперимента). Сконструируем некоторую область $T = \{x/f_j(x_1, x_2, a_j) > 0, j = \overline{1, m}\}$, используя базовые функции $f_j(x_1, x_2, a_j)$ самого простого вида. Изменяя компоненты векторов a , добьемся приближенного сходства очертаний области T с некоторой линией уровня $F(x_1, x_2) = \text{const}$ и зафиксируем параметры a_{ji} ($i = \overline{1, n}$).

Выберем моделирующую функцию в виде

$$\tilde{F}(x_1, x_2) = \sum_{j=1}^m a_j \ln f_j(x_1, x_2, a_{ji}). \quad (1)$$

Функция (1) осуществляет штраф за приближение к границе области T и повторяет очертания области вблизи границ. Как показывает приведенный ниже пример построения модели бетатрона, дальнейшим подбором параметров a_{ji} можно добиться значительного сходства очертаний линий уровня $F=\text{const}$ и $\tilde{F}=\text{const}$.

На рис. 1, 2 приведены линии уровня одной реализации интенсивности излучения $I(x_1, x_2, t)$ случайной функции аргументов x_1 и x_2 в моменты времени t_1, t_2 соответственно. Изображенные на рис. 1 и 2 зави-

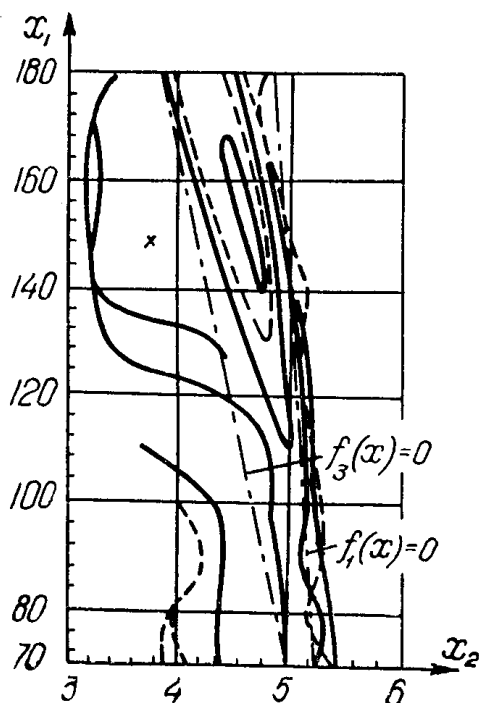


Рис. 1

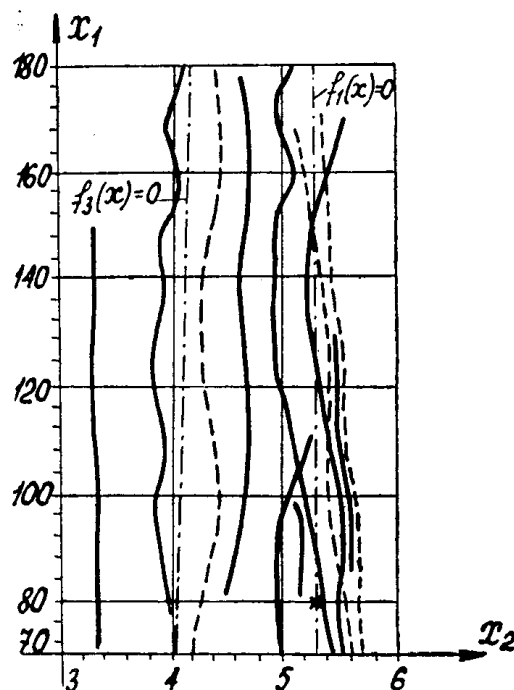


Рис. 2

симости снимались с разных бетатронов. Сравнивая эти рисунки, отметим, что абсолютный максимум дрейфует примерно параллельно оси ox_1 и располагается близко к правой части нулевых линий уровня. Имеется локальный максимум (максимумы на рис. 1—2 помечены крестиками). Правая часть нулевых линий уровня с течением времени меняется незначительно. Эти особенности случайного изменения интенсивности были учтены при моделировании.

В качестве элементов моделирующих функций возьмем шесть базовых функций

$$f_1 = a_{10} - a_{11}x_1 - a_{12}x_2,$$

$$f_2 = a_{20} - a_{21}x_1$$

$$f_3 = -a_{30} + a_{31}x_1 + a_{32}x_2,$$

$$f_4 = -a_{40} + a_{41}x_1,$$

$$f_5 = a_{50}(x_1 - a_{51})^2 + a_{52}(x_2 - a_{53})^2 + a_{54},$$

$$f_6 = a_{60}(x_1 - a_{61})^2 + a_{62}(x_2 - a_{63})^2 + a_{64},$$

где $a_{ji} > 0$, $m=6$, $n=2$.

Модель бетатрона выберем в виде

$$\tilde{I}(x_1, x_2) = \sum_{j=1}^6 a_j \ln f_j(x_1, x_2) + a_7. \quad (2)$$

На функции $f_j(x_1, x_2)$ ($j=1, 4$) наложим ограничение: прямые $f_j(x_1, x_2) = 0$ должны совпадать с наперед выбранными прямыми на плоскости (на рис. 1—4 изображены штрихпунктирными линиями). Благодаря логарифмическим функциям линии уровня моделирующей функции (2) будут повторять очертания границ области $T_1 = \{x | f_j(x_1, x_2) > 0, j=1, 4\}$. Учитывая поведение линий уровня $I(x_1, x_2, t_i)$ вне этой области, введем базовые функции f_5 и f_6 — эллиптические параболоиды. Параболоиды f_5, f_6 размещаются так, чтобы координаты центра параболоида f_5 нахо-

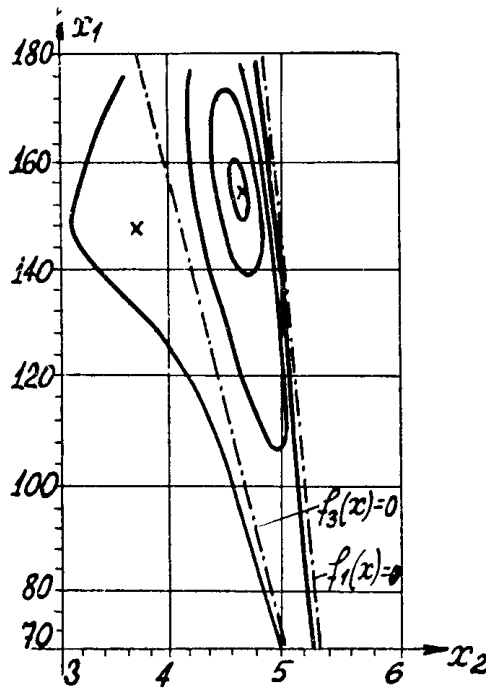


Рис. 3

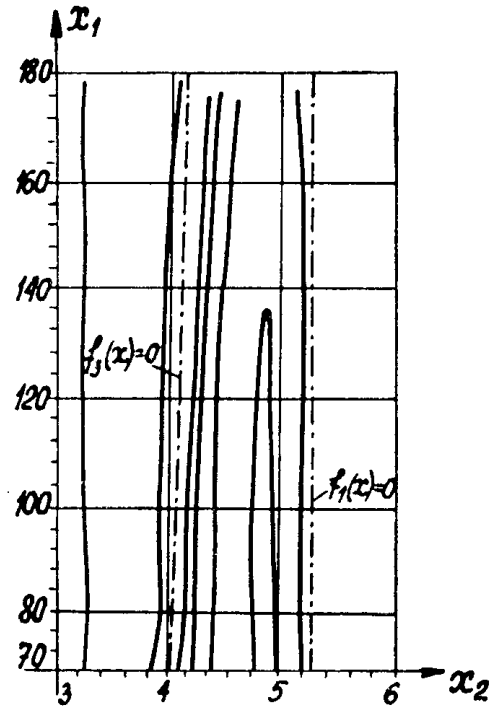


Рис. 4

дились в области минимума, а координаты параболоида f_6 находились вблизи локального максимума моделируемой функции $I(x_1, x_2, t_1)$, изображенной на рис. 1. Для того, чтобы модель $\tilde{I}(x_1, x_2)$ была определена во всей области значений x_1, x_2 , осуществим ее продолжение за границу $f_3(x_1, x_2) = 0$ следующим образом. Положим $\tilde{f}_3(x_1, x_2) = \delta / (1 + \delta - f_3(x_1, x_2))$, если $f_3(x_1, x_2) < \delta$ ($\delta > 0$). С этой же целью доопределим $\tilde{I}(x_1, x_2) = 0$, если $f_1(x_1, x_2) < 0$. Варьируя на машине БЭСМ-4 параметры δ_{ji} и визуально оценивая степень близости полученной модели и реализации случайной функции интенсивности $I(x_1, x_2, t_1)$ (рис. 1), получим в качестве удовлетворительной модели (рис. 3):

$$\begin{aligned} \tilde{I}(x_1, x_2) = & 2 \ln(10 - 0,008 x_1 - 1,773 x_2) + 4 \ln(-30 + 0,057 x_1 + 5,19 x_2) + \\ & + \ln(2 - 0,0112 x_1) + 2 \ln\{0,01(x_1 - 60)^2 + 10(x_2 - 3,1)^2 + 1\} - \\ & - 0,6 \ln\{0,1(x_1 - 146)^2 + 10(x_2 - 3,6)^2 + 1\} + 0,6 \ln(-1 + 0,025 x_1) + 9. \end{aligned} \quad (3)$$

Аналогичным образом для случайной функции $I(x_1, x_2, t_2)$ (рис. 2) получим модель (рис. 4)

$$\begin{aligned} \tilde{I}(x_1, x_2) = & 2 \ln(10 - 0,0012 x_1 - 1,85 x_2) + 4 \ln(-30 - 0,012 x_1 + 7,65 x_2) + \\ & + \ln(2 - 0,003 x_1) + 0,01 \ln\{0,01(x_1 - 60)^2 + 10(x_2 - 3,1)^2 + 1\} - \\ & - 0,02 \ln\{0,1(x_1 - 146)^2 + 10(x_2 - 36)^2 + 1\} + 0,6 \ln(-1 + 0,025 x_1) + 14. \end{aligned} \quad (4)$$

Важно подчеркнуть, что вид зависимости $\tilde{I}(x_1, x_2)$ сохраняется для разных бетатронов: выражения (3) и (4) отличаются лишь постоянными коэффициентами. Это обстоятельство позволяет говорить о функции (2) как модели бетатрона ПМБ-6.

В заключение заметим, что в большей степени детализировать вид (3), (4) не имеет смысла, ибо при экспериментальной проверке оптимизаторов (или их алгоритмов) модели (3), (4) удобно считать некоторыми случайными реализациями $I(x_1, x_2, t)$. Тогда можно получить в процессе экспериментального поиска максимума весь спектр моделей, обусловленных реализациями параметров a_{ji} , которые моделируются как нормально распределенные случайные величины.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Налимов, Н. А. Чернова. Статистические методы планирования экспериментов. М., «Наука», 1965.
2. C. W. Carroll. The CRS Technique for Optimising Nonlinear Restrained Systems. Operations Res., v. 9, № 2, 1961.
3. В. В. Захаров. Система тестовых функций для экспериментирования с методами поиска экстремума. «Автоматика и вычислительная техника», 1968, № 4.