ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

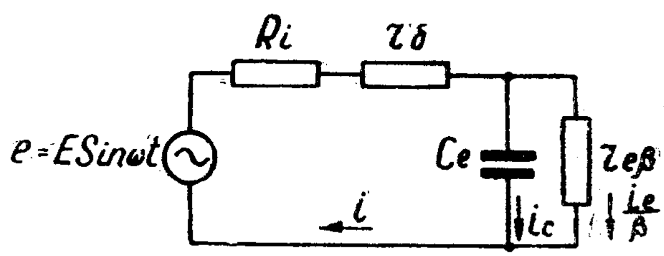
Том 116 1962

ФАЗОВЫЕ СООТНОШЕНИЯ ВО ВХОДНЫХ ЦЕПЯХ УСИЛИТЕЛЕЙ НА ТРАНЗИСТОРАХ

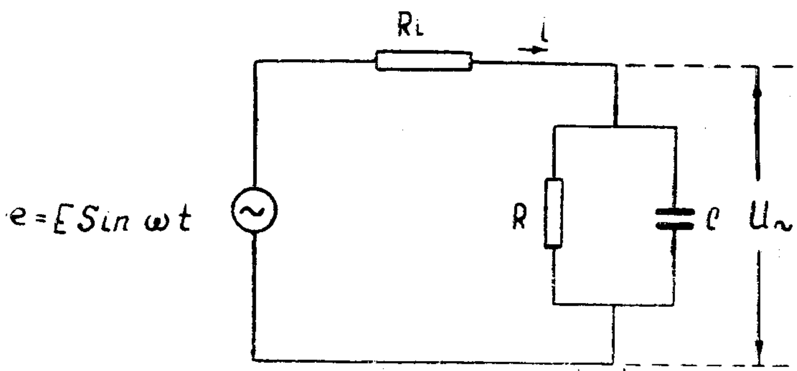
А. А. КУЗЬМИН

(Представлено научным семинаром радиотехнического факультета)

Радиотехнические схемы, использующие информацию по фазе, должны обладать хорошей стабильностью фазовых соотношений при изменении амплитуды напряжений и токов. Зависимость фазы от амплитуды объясняется наличием нелинейных активных и реактивных элементов.



а



б

Рис. 1.

Для анализа большого класса цепей оказывается возможным применение метода „малого параметра". В настоящей работе в качестве примера сделан анализ стабильности фазовых соотношений входной цепи усилителя на транзисторе типа П-16 по схеме с общим эмиттером.

Исследуемая эквивалентная схема представлена на рис. 1, где

$r_б$—сопротивление базы,

β—коэффициент усиления по току,

r_e, C_e—сопротивление и емкость эмиттерного перехода,

R_i—внутреннее сопротивление источника синусоидального сигнала,

$R_1 C$—эквивалентные входные нелинейные сопротивление и емкость транзистора.

Эквивалентная схема (рис. 1*б*) получена из эквивалентной схемы, изображенной на рис. 1*а*.

Как показал эксперимент, входное сопротивление и входную емкость транзистора типа П-16 в схеме с общим эмиттером с достаточной точностью можно аппроксимировать функциями:

$$R=\frac{R_0}{\left(1+\frac{U_\sim}{U_0}\right)^3}\ ; \qquad C=C_0\left(1+\frac{U_\sim}{U_0}\right)^3, \tag{1}$$

где $U_\sim$—переменное напряжение на входе;

U_0—постоянное напряжение между базой и эмиттером;

R_0 и C_0—сопротивление и емкость в рабочей точке при $U_\sim=0$.

Составим уравнения Кирхгофа для входной цепи

$$i=\frac{U_\sim}{R}+C\frac{dU_\sim}{dt}+U_\sim\frac{dC}{dU_\sim}\cdot\frac{dU_\sim}{dt}\ ; \tag{2}$$

$$E\sin\omega t=iR_i+U_\sim. \tag{3}$$

Подставив в (3) выражения (2) и (1) и введя новую функцию $y=\frac{U_\sim}{U_0}$ и новую переменную $\varphi=\omega t$, получим уравнение

$$\frac{dy}{d\varphi}(1+y)^2(1+4y)+y[\beta+\gamma(1+y)^3]=\alpha\beta\sin\varphi,$$

где

$$\beta=\frac{1}{\omega C_0 R_i},\ \gamma=\frac{1}{\omega C_0 R_0},\ \alpha=\frac{E}{U_0}$$

или

$$\frac{dy}{d\varphi}+(\gamma+\beta)y=\alpha\beta\sin\varphi-\frac{dy}{d\varphi}y(6+9y+4y^2)-$$

$$-\gamma y^2(3+3y+y^2).$$

Это уравнение представляет собой нелинейное дифференциальное уравнение 1-й степени типа

$$\dot{y}+(\gamma+\beta)y=\alpha\beta\sin\gamma+F(y,\dot{y}). \tag{4}$$

Поскольку в усилителе, работающем в классе „А", $y=\frac{U_\sim}{U_0}$ всегда меньше 1, то, введя новую функцию $y=\mu x$ и считая $\alpha=\mu\alpha^*$, где μ—„малый параметр," получим

$$\dot{x}+(\gamma+\beta)x=\alpha^*\beta\sin\gamma+\mu F'(x,\dot{x}). \tag{5}$$

Уравнение (5) можно решить методом „малого параметра“ [1, 2]. Решение представляется в виде сходящегося ряда

$$x = x_0 + \mu x_1 + \mu^2 x_2 + \ldots \tag{6}$$

Нетрудно показать, что, подставив в выражение (6) $x = \dfrac{y}{\mu}$ и $\alpha^* = \dfrac{\alpha}{\mu}$, получим решение уравнения (4) также в виде сходящегося ряда

$$y = y_0 + y_1 + y_2 + \ldots,$$

где y_0 — решение порождающего уравнения

$$\overset{\circ}{y}_0 + (\gamma + \beta) y_0 = \alpha\beta \sin\tau, \tag{7}$$

а y_1 — решение уравнения

$$\overset{\circ}{y}_1 + (\gamma + \beta) y_1 = -\overset{\circ}{y}_0 y(6 + 9y_0 + 4y_0^2(-\gamma y_0^2)3 + 3y_0 + y_0^2). \tag{8}$$

Ограничимся двумя первыми приближениями, т. е. $y = y_0 + y_1$. Нулевое приближение y_0 описывает входную цепь при постоянных R и С.

Решая уравнение (7) и учитывая только установившийся процесс, получим

$$y_0 = d(\eta \sin\varphi - \cos\varphi),$$

где

$$d = \frac{\alpha\beta}{1 + \eta^2}, \quad \eta = \gamma + \beta.$$

Фазовый сдвиг в этом случае равен

$$\varphi = -\operatorname{arctg} \frac{1}{\eta}.$$

Подставив в первую часть уравнения (8) найденное выражение для y_0, получим линейное уравнение относительно y_1, решение которого найдется в виде суммы гармоник:

$$y_1 = a_0 + a_1 \sin\varphi + a_2 \sin 2\varphi + a_3 \sin 3\varphi + a_4 \sin 4\varphi +$$

$$+ b_1 \cos\varphi + b_2 \cos 2\varphi + b_3 \cos 3\varphi + b_4 \cos 4\varphi,$$

где

$$a_1 = -\frac{9}{4} d^3 [\beta + \eta(1 + \gamma\eta)],$$

$$b_1 = -\frac{9}{4} d^3 [\eta(\beta - \gamma) - 1].$$

Складывая y_0 и y_1, найдем первую гармонику полного решения

$$y_I = d\left\{\eta - \frac{9}{4} d^2 \left[\beta + \eta(1 + \gamma\eta)\right]\right\} \sin\varphi -$$

$$- d\left\{1 + \frac{9}{4} d^2 \left[\eta(\beta - \gamma) - 1\right]\right\} \cos\varphi.$$

Фаза первой гармоники напряжения на входе транзистора равна

$$\varphi_1 = -\operatorname{arctg} \frac{1}{\eta} \left\{ \frac{1 + \frac{9}{4} d^2 \left[\eta(\beta - \gamma) - 1 \right]}{1 - \frac{9}{4} d^2 \left[1 + \gamma\eta + \frac{\beta}{\eta} \right]} \right\}. \qquad (9)$$

При достаточно малой амплитуде входного сигнала выражение (9) можно приближенно записать

$$\varphi_1 = -\operatorname{arctg} \frac{1}{\eta} \left[1 + \frac{9}{4} \frac{\alpha^2 \beta^3}{\eta(1+\eta^2)} \right];$$

при $\alpha \to 0$ $\varphi_1 \to \varphi = -\operatorname{arctg} \frac{1}{\eta}$.

Изменение фазового сдвига первой гармоники с изменением α от нуля до $\alpha = \alpha_1$ приблизительно равно

$$\Delta\varphi_1 = \varphi_1(\alpha_1) - \varphi_1(\alpha = 0) =$$

$$= \operatorname{arctg} \frac{9}{4} \alpha_1^2 \frac{\omega C_0 R_i R_0^4}{[(\omega C_0 R_0 R_i)^2 + (R_0 + R_i)^2]^2}.$$

Это выражение позволяет судить о зависимости $\Delta\varphi_1$ от R_i, R_0, ωC_0.

Функции $\Delta\varphi_1 = f(R_i)$, $\Delta\varphi_1 = f(\omega C_0)$ имеют максимум, значение которого нетрудно найти.

Физически наличие максимума объясняется тем, что с увеличением R_i, фазовый сдвиг увеличивается, а напряжение на R и C уменьшается.

На рис. 2 представлены экспериментальная (сплошная линия) и расчетная (пунктирная линия) зависимости $\Delta\varphi_1 = f(R_i)$ при одинаковых значениях R_0, ωC_0 и α_1. Зависимости качественно совпадают.

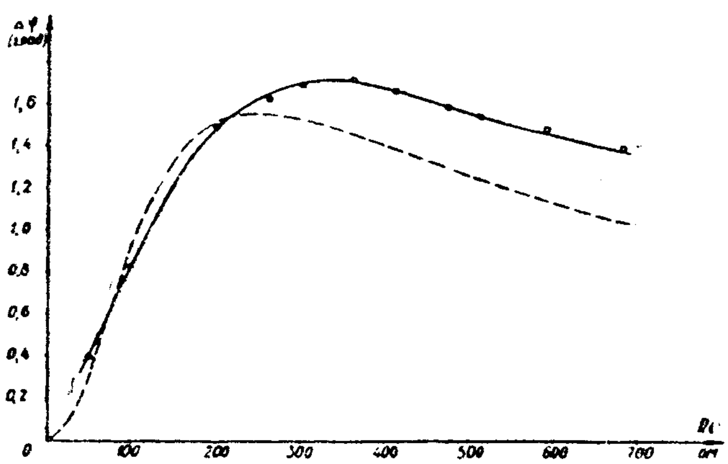


Рис. 2.

Аналогично можно найти зависимость фазы первой гармоники входного тока от параметров схемы и от амплитуды входного сигнала.

Настоящий анализ указывает на возможность применения метода „малого параметра“ для исследования стабильности фазовых соотношений в нелинейных реактивных цепях.

ЛИТЕРАТУРА

1. И. Г. Малкин. Некоторые задачи теории нелинейных колебаний. Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1956.

2. А. А. Андронов, А. А. Витт и С. Э. Хайкин. Теория колебаний. Физматгиз, 1959.