ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ И ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

Том 235 1973

ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ МЕХАНИЗМОВ МЕТОДОМ ЛИНЕАРИЗАЦИИ ПРИ МОМЕНТАХ СИЛ, ЗАВИСЯЩИХ ОТ ПОЛОЖЕНИЯ И СКОРОСТИ ЗВЕНА ПРИВЕДЕНИЯ

Ю. Я. КОВЫЛИН

Развитие современного приборо- и машиностроения связано с широким использованием сложных систем, имеющих в своем составе электрические машины, гидро- и пневмоустройства. Звенья механизмов, представляющих основу этих систем, могут испытывать воздействия сил, зависящих не только от их перемещений, но и от скоростей. С другой стороны, непрерывно возрастают требования к быстроте и точности выполнения предусмотренных операций исполнительными звеньями таких систем.

Все это диктует необходимость разработки эффективных инженерных методов расчета движения механизмов с учетом зависимости сил, действующих на их звенья, от перемещений и скоростей. На это обстоятельство, в частности, было указано в решении V Всесоюзного совещания по основным проблемам теории машин и механизмов (Сухуми, 1967).

Будем рассматривать механизмы с одной степенью свободы. Применительно к таким механизмам указанная задача решалась рядом авторов. Из предложенных методов наибольшее распространение получили графический метод проф. В. А. Зиновьева [1] и численный метод проф. Г. Г. Баранова [2]. Эти методы реализуют простые алгоритмы. Но применение их в практических расчетах не всегда достаточно эффективно: первый метод имеет ограниченную точность и разработан для случая, когда заданная зависимость приведенного к звену приведения момента сил $M(\varphi, \omega)$ (φ — угол поворота звена приведения, ω — его угловая скорость) может быть представлена суммой двух функций, из которых одна зависит только от координаты φ, а другая — от ее производной ω; второй метод в принципе свободен от перечисленных ограничений, однако для достижения точности, требуемой в технических расчетах, исследуемый угол поворота звена приведения должен проходиться с весьма малым шагом $\Delta\varphi$, так как в пределах одного такого шага приведенный момент сил $M(\varphi, \omega)$ считается постоянным, а приведенный момент инерции $I(\varphi)$ принимается изменяющимся линейно. Вследствие этого практическое применение метода проф. Г. Г. Баранова возможно лишь при использовании ЭЦВМ.

Излагаемый ниже простой численный м е т о д л и н е а р и з а ц и и может быть применен с одинаковым успехом как при ручных, так и при машинных расчетах движения механизмов.

Пусть приведенный к звену приведения момент сил задан функцией $M = M(\varphi, \omega)$, а приведенный к тому же звену момент инерции масс механизма — функцией $I = I(\varphi)$.

Требуется определить закон движения звена приведения, если $\omega = \omega_0$ при $\varphi = \varphi_0$.

Весь намеченный для исследования угол поворота звена приведения разделим на небольшие участки

$$\Delta\varphi_{01} = \varphi_1 - \varphi_0, \quad \Delta\varphi_{12} = \varphi_2 - \varphi_1, \ldots, \Delta\varphi_{i\kappa} = \varphi_\kappa - \varphi_i, \ldots$$

Для перемещения механизма из положения i в положение κ справедливо уравнение:

$$\frac{I_\kappa \omega_\kappa^2}{2} - \frac{I_i \omega_i^2}{2} = \int\limits_{\varphi_i}^{\varphi_\kappa} M d\varphi. \tag{1}$$

Пусть величина ω_i при $\varphi = \varphi_i$ уже известна. Далее, представим

$$\omega_\kappa = \omega_i + \Delta\omega_{i\kappa}, \tag{2}$$

где $\Delta\omega_{i\kappa}$ — приращение скорости на участке $\Delta\varphi_{i\kappa}$.

Если участок $\Delta\varphi_{i\kappa}$ достаточно мал, то и приращение скорости будет небольшим. На этом основании имеем

$$\omega_\kappa^2 = (\omega_i + \Delta\omega_{i\kappa})^2 \approx \omega_i^2 + 2\omega_i \Delta\omega_{i\kappa}. \tag{3}$$

На том же основании можем положить, что на участке $\Delta\varphi_{i\kappa}$ приведенный момент сил изменяется в соответствии с линеаризованной зависимостью

$$M_* = M(\varphi, \omega_i) + \left(\frac{\partial M}{\partial \omega}\right)_{\omega=\omega_i} \Delta\omega \quad (\varphi_i \leqslant \varphi \leqslant \varphi_\kappa),$$

так как реальные зависимости $M(\varphi, \omega)$ практически всегда дифференцируемы по ω.

Наконец, третье допущение заключается в том, что на рассматриваемом интервале $\Delta\varphi_{i\kappa}$ составляющая момента сил, равная $\left(\frac{\partial M}{\partial \omega}\right)_{\omega=\omega_i} \Delta\omega$, может быть представлена линейной функцией угла φ. Это позволяет записать

$$\int\limits_{\varphi_i}^{\varphi_\kappa} M d\varphi \approx \Delta\varphi_{i\kappa} \left(M'_{i\kappa} + \frac{1}{2} C_{i\kappa} \Delta\omega_{i\kappa}\right). \tag{4}$$

Здесь

$$M'_{i\kappa} = \frac{1}{\Delta\varphi_{i\kappa}} \int\limits_{\varphi_i}^{\varphi_\kappa} M(\varphi, \omega_i)\, d\varphi,$$

или приближенно

$$M'_{i\kappa} \approx \frac{1}{2} [M(\varphi_i, \omega_i) + M(\varphi_\kappa, \omega_i)];$$

$$C_{i\kappa} = \left(\frac{\partial M}{\partial \omega}\right)_{\substack{\varphi=\varphi_\kappa \\ \omega=\omega_i}}.$$

Внеся (3) и (4) в (1), после элементарных преобразований получим окончательно:

$$\Delta\omega_{i\kappa} \approx \frac{2M'_{i\kappa}\Delta\varphi_{i\kappa} + (I_i - I_\kappa)\omega_i^2}{2I_\kappa \omega_i - C_{i\kappa}\Delta\varphi_{i\kappa}}. \tag{5}$$

Применив формулы (5) и (2) последовательно ко всем намеченным интервалам $\Delta\varphi_{ik}$, найдем функцию $\omega(\varphi)$. Для определения зависимостей скорости от времени и угла поворота от времени можно воспользоваться известными методами [3].

Изложенный метод может быть применен при аналитическом, табличном или графическом задании функций $M(\varphi, \omega)$ и $I(\varphi)$. Практика его применения к анализу движения механизмов самого различного назначения показывает, что хорошие результаты получаются уже при $12 \div 16$ участках на один оборот звена приведения. При этом могут быть выявлены все характерные подробности закона движения. Важное достоинство принятой вычислительной схемы состоит в том, что по формуле (5) определяется не скорость ω_k, а только малая ее часть $\Delta\omega_{ik}$, что позволяет при вычислениях ограничиваться минимальным числом значащих цифр. Практически обычно достаточно двадцатипятисантиметровой счетной линейки даже для того, чтобы уверенно воспроизвести кривую $\Delta\omega(\varphi)$ в режиме установившегося движения.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Зиновьев. Курс теории механизмов и машин. М., Физматгиз, 1960.
2. Г. Г. Баранов. Курс теории механизмов и машин. М., «Машиностроение», 1967.
3. И. И. Артоболевский. Теория механизмов. М., «Наука», 1967.