

К ВОПРОСУ О ФАЗОВЫХ СООТНОШЕНИЯХ ПРИ ПРЕОБРАЗОВАНИИ ЧАСТОТЫ

Г. И. ЛЕВАШКИН

(Представлено научно-технической конференцией радиотехнического факультета,
посвященной 60-летию института)

Известно [1, 2], что погрешность, вносимая доиндикаторным устройством фазоизмерительного прибора, в основном определяется искажениями, обусловленными нелинейными процессами, преобразующими форму сигнала (преобразование частоты, умножение, деление частот и т. п.). Как показал опыт эксплуатации фазоизмерительной аппаратуры [1], нелинейные фазовые ошибки, возникающие в блоке преобразования частоты, могут значительно превышать все остальные фазовые ошибки. Однако все причины возникновения этих ошибок и возможности их уменьшения в литературе освещены слабо.

В данной статье делается попытка проанализировать причины появления нелинейных фазовых ошибок и определить возможный метод их количественной оценки.

Виды нелинейных фазовых ошибок при преобразовании частот

Проведенные ранее исследования фазовых соотношений при преобразовании частот [3, 4, 5] (как и при других нелинейных процессах [9, 10, 11]) в случае выполнения условий идеальной селекции сигнала показали, что может быть зарегистрирована зависимость фазы выходного сигнала от изменения амплитуд входных напряжений, неточности настройки нагрузочного колебательного контура, ухода частоты сигнала или гетеродина, изменения параметров схемы при изменении температуры и т. п. причин.

Указанные фазовые ошибки можно уменьшить различными способами [1, 2, 9, 10, 11] при построении схемы и настройке блока. Однако, как было замечено в [1] и [2], при обычной избирательности устройства регистрируются и иного характера фазовые искажения, которые имеют временную зависимость. Они появляются даже при устранении всех вышеперечисленных причин. Этот вид фазовых ошибок получил название паразитной фазовой модуляции и может быть полностью объяснен наличием в спектре выходного напряжения мешающих комбинационных частот, так как фазовые временные изменения можно зарегистрировать в случае, если спектр сигнала состоит из некоторого числа гармонических колебаний, имеющих асимметрию.

по амплитудам или фазам относительно основного колебания. Степень асимметрии пропорциональна величине измеряемой фазовой модуляции. В связи с этим возникает необходимость проанализировать спектр сигнала, получаемого в результате преобразования частоты.

Характер спектра, преобразованного по частоте сигнала в зависимости от „частотного режима“ смесителя

Известно [6, 7], что само появление комбинационных частот определяется исключительно соотношением между частотами, участвующими в преобразовании, „частотным режимом“. Кроме того (так как нас интересует стационарный процесс при преобразовании), следует заметить, что стационарные процессы в физических системах вообще несоизмеримы; однако мы всегда можем с любой степенью точности представить процесс состоящим из целого ряда колебаний с соизмеримыми частотами. Эти общие положения дают нам возможность предполагать, не теряя общности решения, что „частотный режим“ смесителя обусловлен N колебаниями с частотами $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N$, причем $\omega_1 : \omega_2 : \dots : \omega_N = \alpha : \beta : \dots : \chi$, где $\alpha, \beta, \dots, \chi$ — простые целые числа, не имеющие общего делителя.

В анодной цепи преобразователя имеет место периодическая последовательность импульсов тока, которую можно представить в виде суммы простых гармонических колебаний, периоды которых T_p линейно зависят от основного периода повторения импульсов тока T_0 . Последний в свою очередь целиком определяется периодами колебаний входных сигналов T_N и линейно зависит от них. Таким образом,

$$T_p = \frac{T_0}{p}, \quad (1)$$

а

$$T_0 = \alpha T_1 = p T_2 = \dots \chi T_N. \quad (2)$$

Из (1) и (2) следует: 1) при больших целочисленных соотношениях частот $T_0 \rightarrow \infty$ и спектр выходного сигнала становится сплошным; 2) при смещении частот $\omega_1; \omega_2; 2\omega_2; \dots n\omega_2$ получается тот же период колебаний T_0 , что и при смещении частот ω_1 и ω_2 ; 3) в отличие от распространенной формулы для определения комбинационных частот

$$|\pm n\omega_1 \pm m\omega_2 \pm \dots \pm k\omega_N| = \omega_{np} \quad (3)$$

зависимости (1) и (2) дают однозначное решение при определении возможных комбинационных частот¹⁾.

Амплитуды и фазы колебаний комбинационных частот зависят от характеристики нелинейного элемента, амплитуд входных сигналов, схемы преобразователя и ее настройки. Таким образом, для определения спектра выходного напряжения необходимо найти влияние указанных выше факторов на появление различных комбинационных частот, определенных на основании „частотного режима“ работы смесителя.

Действительно, пусть $i = f(U_0)$ — характеристика нелинейного элемента, тогда, основываясь на знании периода колебаний импульсов тока из (1) и (2), можно записать, что

¹⁾ Действительно можно найти бесконечно большое число значений $n; m; \dots k_i$, при которых (3) будет выполняться. Следовательно, (3) дает неоднозначное определение частотного спектра выходного сигнала, а из (1) и (2) значение каждой ω_{np} получим только один раз.

$$i = J_0 + \sum_{p=1}^{\infty} \sqrt{a_p^2 + b_p^2} \cos(p\omega_0 t + \arctg \frac{b_p}{a_p}), \quad (4)$$

где

$$J_0 = \frac{2}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} f(U_0) dt, \quad a_p = \frac{2}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} f(U_0) \cos p\omega_0 t dt,$$

$$b_p = -\frac{2}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} f(U_0) \sin p\omega_0 t dt.$$

Из (4) видно, что амплитуда и фаза p -ой комбинационной частоты определяются однозначно в отличие от ранее применявшихся методов определения амплитуд и фаз комбинационных продуктов [8]¹⁾.

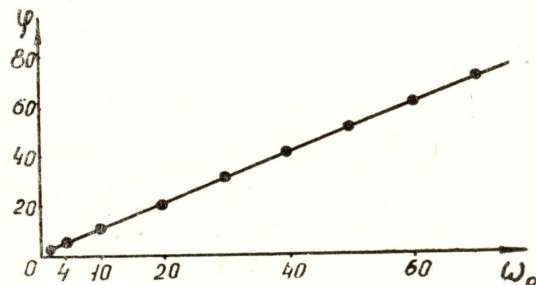


Рис. 1. Распределение фаз в спектре выходного тока смесителя

при $\frac{\omega_1}{\omega_2} = 1$.

Для удобства решения задачи представим действующее напряжение на нелинейном элементе — U_0 и характеристику нелинейного

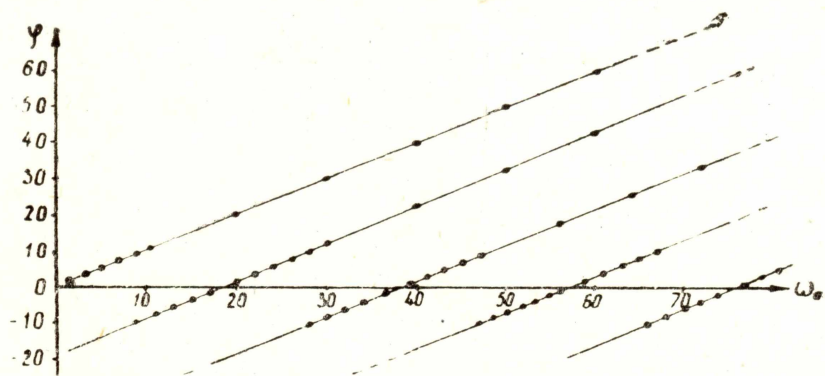


Рис. 2. Распределение фаз в спектре выходного тока смесителя

при $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{19}{20}$.

¹⁾ Например, в методе, изложенном в [8], определение амплитуды для частоты ω_{npi} сводилось к определению амплитуды и фазы колебания комбинации $\pm n_i \omega_1 \pm \pm m_i \omega_2 \pm \dots \pm k_i \omega_N$. Но, как указывалось выше, таких комбинаций может быть бесконечное множество, значит для однозначного определения амплитуды колебаний с частотой ω_{npi} необходимо найти все комбинации $n, m, \dots, k$ из (3), определить амплитуды и фазы всех этих комбинаций и затем произвести векторное сложение.

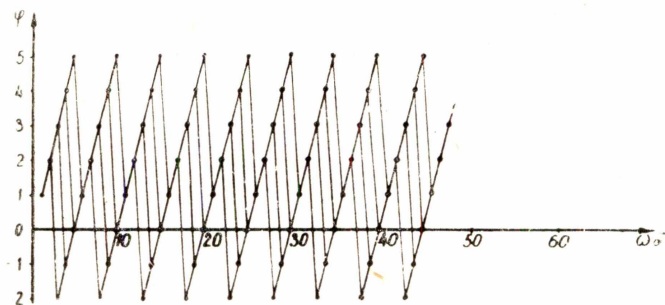


Рис. 3. Распределение фаз в спектре выходного тока смесителя при $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{5}{6}$.

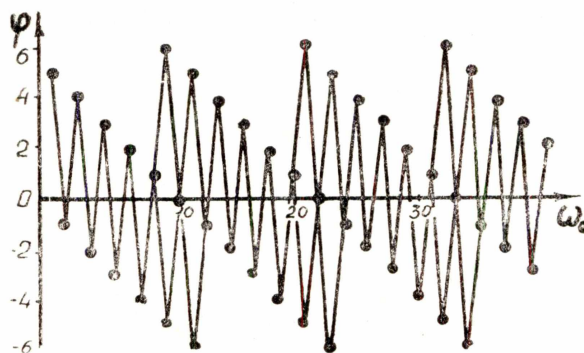


Рис. 4. Распределение фаз в спектре выходного тока смесителя при $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{11}{20}$.

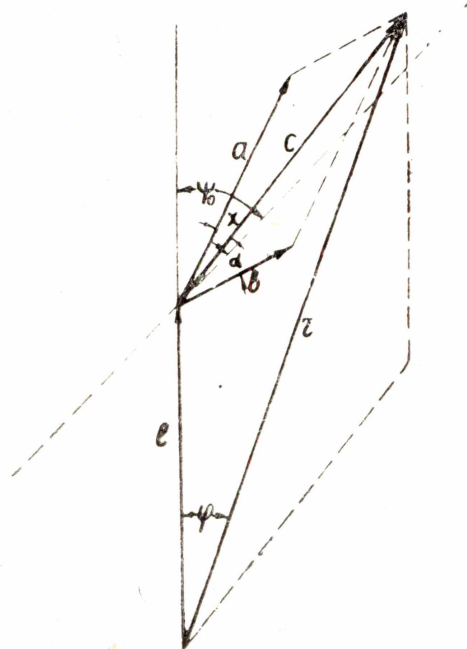


Рис. 5.

элемента в виде сумм четных и нечетных функций; тогда величины J_0 , a_p , b_p могут быть найдены из выражений:

$$\left. \begin{aligned} J_0 &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} [f_{\text{ч}}(U_0) + f_{\text{нч}}(U_{0\text{нч}})] dx; \\ a_p &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} [f_{\text{ч}}(U_{\text{ч}}) + f_{\text{нч}}(U_{0\text{нч}})] \cos px dx; \\ b_p &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f_{\text{нч}}(U_{0\text{нч}}) \sin px dx, \end{aligned} \right\} \quad (4')$$

где значок ч — означает четную часть, а нч — нечетную.

При $U_{0\text{нч}} = 0$ коэффициенты $b_p = 0$, т. е. распределение фаз по частотам спектра будет линейным. Можно видеть, что решение (4') позволяет проследить зависимость фазы от изменения амплитуды входных сигналов, от нестабильности частот сигнала и гетеродина и т. п. причин. Как видно из рис. 1, 2, 3, 4, зависимость фазы спектральной составляющей ($p\omega_0$) от амплитуд и фаз смешиваемых сигналов будет заметнее, если соотношение смешиваемых частот приближается к $1/2$, а наибольшая степень нелинейности сравнима с величиной, определяемой суммой чисел, выражающих соотношение смешиваемых частот ($\alpha + \beta$). Для нахождения спектра выходного напряжения необходимо далее рассмотреть воздействие полученного спектра на линейную избирательную систему.

Определение паразитной фазовой модуляции сигнала с преобразованной частотой при наличии в спектре двух мешающих комбинационных частот

Предположим, что на выходе смесителя имеем спектр сигнала, состоящий из трех частот (рис. 5): полезной $\Omega = p\omega_0$ и мешающих комбинационных частот $\omega_1 = (p-1)\omega_0$ и $\omega_2 = (p+1)\omega_0$. Амплитуды и фазы этих колебаний, определенные согласно (4'), соответственно равны l , a , b и φ_0 ; $\varphi_1 = \varphi_0 - \Delta\varphi_1$; $\varphi_2 = \varphi_0 + \Delta\varphi_2$. Тогда

$$\varphi = \arctg \frac{\sin \left(\arcsin \frac{\sin 2\omega_0 t}{\sqrt{1+k^2+2k \cos 2\omega_0 t}} - \omega_0 t + \frac{\Delta\psi}{2} \right)}{\frac{r}{\sqrt{1+k^2+2k \cos 2\omega_0 t}} + \cos \left(\arcsin \frac{\sin 2\omega_0 t}{\sqrt{1+k^2+2k \cos 2\omega_0 t}} - \omega_0 t + \frac{\Delta\psi}{2} \right)}, \dots$$

а

$$2\varphi_{\max} = \arctg \left\{ \frac{2}{r^2 - 2(1+k^2)} \right\}.$$

$$\sqrt{(1+k)^2 \left[r^2 \sin^2 \frac{\Delta\psi}{2} - (1-k)^2 \right] + r^2 \cos^2 \frac{\Delta\psi}{2} (1-k)^2}, \quad (5)$$

где $r = \frac{l}{b}$; $\frac{\Delta\phi}{2} = \frac{\Delta\varphi_2 - \Delta\varphi_1}{2}$ и $k = \frac{b}{a}$ при $b \ll a$.

При $\varphi_1 = -\varphi_2$ $\Delta\phi = 0$ (фазовая асимметрия отсутствует)

$$2\varphi_{max} = \arctg \frac{2(1-k)}{r^2 - 2(1+k^2)} \sqrt{r^2 - (1+k^2)^2}.$$

Если $k \ll 1$, то $2\varphi_{max} = \arctg \frac{2r}{r^2 - 2}$.

Наличие только асимметрии по фазам ($k = 1$) дает

$$2\varphi_{max} = \arctg \frac{4r \sin \frac{\Delta\phi}{2}}{r^2 - 4}.$$

При четырех мешающих частотах выражения для φ и φ_{max} значительно усложняются, но при малых амплитудах мешающих комбинационных частот (когда $\frac{a}{l}$ и $\frac{b}{l} \ll 1$) можно считать, что

$\varphi_{max-общ} \approx \sum_{i=1}^N \varphi_{max_i}$, где i — номер мешающей пары комбинационных частот, симметрично отстоящих от выделяемой частоты.

Заключение

Несмотря на трудности решения уравнений (4'), данный метод анализа нелинейных фазовых ошибок позволяет получить однозначное решение при определении спектра выходного сигнала для случая преобразования частот, получить распределение амплитуд и фаз в спектре выходного напряжения смесителя, проанализировать различные способы смещения частот, сделать оптимальный выбор схемы, исходя из заданного „частотного режима“, и оценить погрешность при передаче разности фаз смешиваемых сигналов.

Используя (4') и (5), можно произвести расчет возможной фазовой модуляции на выходе смесителя при наличии двух мешающих частот.

ЛИТЕРАТУРА

1. Д. Н. Дуве. Фазометры средней точности. Труды НИИ ГКСМ СССР, вып. 1, 1958.
2. А. М. Бонч-Бруевич, В. И. Широков. Некоторые вопросы фазовых измерений. ЖТФ, т. XXV, вып. 10, 1955.
3. В. И. Юзвинский. Об одном варианте схемы интерференционных приборов для определения фазового распределения электромагнитного поля. ЖТФ, т. XI, вып. 1—1, 1941.
4. В. И. Юзвинский. О некоторых способах приема радиоволн с сохранением постоянства фазовых соотношений, ЖТФ, т. XI, вып. 1—2, 1941.
5. В. Г. Власов. Фазовые соотношения при преобразовании частот, Ученые записки ЛВИМУ им. адмирала Макарова, вып. 2, 1956.
6. Б. А. Ханов. О спектре сигнала, подвергающегося частотному преобразованию, Электросвязь, № 10, 1960.
7. И. М. Гук. К вопросу о выборе исходных частот в интерполяционных преобразователях. Известия вузов СССР, Радиотехника, № 3, 1960.
8. Л. Т. Ким. Определение амплитуд комбинационных составляющих тока, возникающих при воздействии на нелинейное сопротивление суммы синусоидальных напряжений, Сборник научных трудов ЦНИИС, вып. 1, 1959.

9. Ю. А. Свердлов. Метод расчета амплитудной и фазовой модуляции в многокаскадном умножителе частоты. Радиотехника и электроника, т. 4, № 6, 1959.

10. К. М. Шульженко. О фазовых соотношениях при умножении частоты. Доклады Томской гор. НТ конференции по автоматизации производственных процессов, Томск, 1959.

11. В. Г. Ефремов. Уменьшение фазовой модуляции с помощью триггерной ячейки, Доклады юбилейной НТ конференции, посвященной 100-летию со дня рождения А. С. Попова, Томск, 1959.
