

О ЗАКОНОМЕРНОСТЯХ ПРИРОСТА ПЛАСТИЧЕСКОЙ  
ДЕФОРМАЦИИ ПРИ СЛОЖНОМ НАГРУЖЕНИИ ПОСТОЯННОЙ  
ИНТЕНСИВНОСТИ С ФИКСИРОВАННЫМ НАПРАВЛЕНИЕМ  
ГЛАВНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ

Г. А. ДОЩИНСКИЙ, Н. В. ПОГОЖЕВА

(Представлена научным семинаром кафедры сопротивления материалов)

Результаты ряда исследований, проведенных в последние годы в области сложного нагружения [1], [2], [3], [4], [5], [6], [7], [8], [9], [10], [11], отмечают, что движение точки нагружения на поверхности Мизеса сопровождается изменением пластического состояния материала и приростом пластических деформаций. А попытки определить истинную форму нейтральной поверхности приводили к кривым, не совпадающим ни с эллипсом Мизеса, ни с шестиугольником Сен-Венана. Но, несмотря на очевидное заключение о том, что поверхность нагружения Мизеса не является поверхностью нейтрального нагружения, и что движение по ней может сопровождаться существенным приростом пластической деформации, закономерности этой деформации оставались невыясненными. Некоторая ясность в этом вопросе была внесена работами [12], [13], [14], [15], [16]. Эксперименты в этих работах проводились на тонкостенных трубчатых образцах различных металлов по следующей методике. Простым растяжением образцы выводились в пластическую область до определенного значения  $\sigma_i$ , а затем проводилось сложное нагружение одновременным изменением продольной силы  $P$  и внутреннего давления  $q$  так, чтобы  $\sigma_i$  оставалась в продолжении опыта величиной постоянной. Если для графического изображения принять пятимерное ортонормированное пространство координат А. А. Ильюшина, то подобные нагрузления будут иллюстрироваться в плоскости  $S_1-S_2$  отклонением вектора  $\bar{S}$  от первоначального луча  $S_1$ . Конец вектора  $\bar{S}$  описывает при нагружении  $\sigma_i = \text{const}$  дугу окружности. Параметром нагружения является длина траектории нагружения  $L(S)$  или соответствующий ей угол отклонения вектора  $\bar{S}$  от  $S_1-\varphi_S$ . Эксперименты в работах [12], [13], [14], [15], [16] проводились в основном в диапазоне  $\varphi_S = 0 \div 60^\circ$ . В результате была получена закономерность

$$\Delta \mathcal{E} = k \cdot L(S), \quad (1)$$

свидетельствующая о том, что прирост пластических деформаций в условиях нагружения  $\sigma_i = \text{const}$  с фиксированным направлением главных напряжений прямо пропорционален длине пути нагружения.

В связи с результатами, полученными в работах [12], [13], [14], [15], [16], встало необходимость проследить закономерности прироста пластических деформаций в более широком диапазоне указанного вида сложного нагружения. В экспериментах, описываемых в данной работе, введением в программу нагружения  $\sigma_i = \text{const}$  сжимающей продольной нагрузки удалось довести угол отклонения вектора напряжений  $S$  до  $180^\circ$ . Такой диапазон исследований позволяет в процессе нагружения перейти из области чистого растяжения по дуге окружности  $R = S = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\sigma_i$

в область противолежащую — сжатия (рис. 1) и практически исчерпывает возможности такого нагружения. Испытания проводились на универсальной испытательной машине *ZDMU-30*, дающей возможность нагружать образец одновременно и независимо продольной силой, внутренним давлением и кручением моментом.

Была испытана серия тонкостенных трубчатых образцов ст. 35 и ст. 45 по программам, предусматривающим отклонение вектора напряжений  $S$  от  $S_1$  на  $\varphi_s = 59^\circ$  и  $\varphi_s = 180^\circ$ , и серия медных образцов, для которых  $\varphi_s = 90^\circ$ . Изотропность каждого исследуемого образца контролировалась в процессе эксперимента. Отсутствие в конце луча простого нагружения деформаций, представляющих в плоскости  $\mathcal{E}_1$  —  $\mathcal{E}_2$  компоненты  $\mathcal{E}_2$ , позволило считать изотропность материала удовлетворительной, а наличие некоторой величины  $\mathcal{E}_2$  давало возможность выбраковать соответствующие опыты из общего числа.

Измерение деформаций производилось с помощью прибора, подробное описание которого производится в работе [17]. С учетом векторного характера исследуемого прироста пластической деформации закономерности последней следует рассматривать по абсолютной величине и по направлению. В качестве скалярной меры дополнительной пластической деформации брался модуль вектора прироста пластической деформации или пропорциональная ему величина интенсивности прироста пластической деформации

$$\Delta \mathcal{E}_i = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} |\Delta \bar{\mathcal{E}}_i| = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \Delta \mathcal{E}. \quad (2)$$

Компоненты пластической деформации определялись исключением из полной деформации упругой части. Прирост компонент пластической деформации на участке сложного нагружения  $\sigma_i = \text{const}$  определялся по разности текущих деформаций и значений в начале процесса сложного нагружения

$$\Delta \mathcal{E}_j = \mathcal{E}_j - \mathcal{E}_{j_0} \quad (j = 1, 2).$$

Интенсивность прироста деформаций определяется (при условии несжимаемости) выражением

$$\Delta \mathcal{E}_i = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\Delta \mathcal{E}_z^2 + \Delta \mathcal{E}_\theta^2 + \Delta \mathcal{E}_z \cdot \Delta \mathcal{E}_\theta}. \quad (3)$$

По данным испытания медных и стальных образцов при различных значениях  $\sigma_i = \text{Const}$  были построены графики изменения дополнительной  $\Delta\mathcal{E}_i$  и полной  $\mathcal{E}_i$  деформаций в зависимости от длины пути нагружения  $L(S)$  (или угла отклонения  $\varphi_S$ ). Опыты показали, что пропорциональность зависимости (I) наблюдается лишь до  $\varphi_S = 60^\circ$ . При дальнейшем нагружении проявляется отклонение этой зависимости от прямой (рис. 2). Интенсивность полной деформации также возрастает с увеличением угла поворота  $\varphi_S$ . Но предельное увеличение интенсивности полной деформации  $\mathcal{E}_i$  определяется углом  $\varphi_S = 90^\circ$ . При дальнейшем увеличении угла  $\varphi_S$  интенсивность деформации существенно уменьшается. Последний факт говорит о том, что в условиях сложного нагружения  $\sigma_i = \text{Const}$  связь между интенсивностями напряжений и пластических деформаций неоднозначна. При фиксированном значении интенсивности действующих напряжений интенсивность деформаций в условиях сложного нагружения претерпевает определенные изменения, связанные с изменением вида напряженного состояния. Установление векторного характера прироста пластической деформации стало возможным на основе анализа скоростей деформаций в условиях нагружения  $\sigma_i = \text{Const}$ , который вследствие несущественности времени для понятия пластической деформации был заменен изучением приращений деформаций на отдельных этапах нагружения, которые представляют собою дифференциалы вектора пластической деформации  $d\mathcal{E}$ .

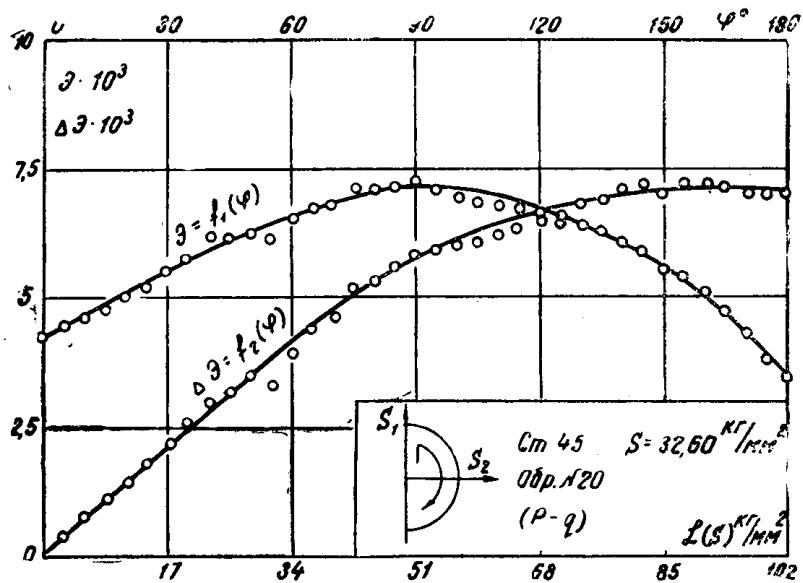


Рис. 2

Определение приращения пластической деформации на отдельных этапах нагружения  $\sigma_i = \text{Const}$  проводилось путем графического дифференцирования полученных в экспериментах зависимостей:  $\mathcal{E}_1 = f_1[L(S)]$ ,  $\mathcal{E}_2 = f_2[L(S)]$  с конечно-разностным представлением дифференциалов ( $d\mathcal{E}_j \approx \Delta\mathcal{E}_j$ ,  $j = 1, 2$ ). Шаг дифференцирования брался равным  $5^\circ$ .

Модуль вектора приращения пластической деформации определялся по формуле

$$d\mathcal{E} = |d\bar{\mathcal{E}}| = \sqrt{d\mathcal{E}_1^2 + d\mathcal{E}_2^2}. \quad (4)$$

В плоскости совмещенных координат  $S_1(\bar{\Theta}_1) — S_2(\bar{\Theta}_2)$  путем построения векторов приращения пластической деформации на концах соответствующих векторов напряжений строились образцы исследуемого процесса для нескольких образцов, один из которых представлен на рис. 3. При анализе приращений пластических деформаций и при построении образов процесса наблюдалось приблизительное постоянство модуля вектора приращения пластической деформации  $|d\bar{\Theta}|^*$  и углового расхождения  $\alpha^*$  этого вектора с соответствующим вектором  $S$ . Это наблюдение и результаты, полученные ранее ([12], [13], [14], [15], [16]), приводят к заключению о существовании характерных закономерностей данного процесса, которые при постоянном шаге дифференцирования имеют вид

$$|d\bar{\Theta}|^* = \text{const}; \quad \alpha^* = \text{const}. \quad (5)$$

Вторая из этих закономерностей отрицает коллинеарность векторов напряжений и приращений пластических деформаций, являющуюся необходимым следствием принципа градиентальности в условиях изотропного упрочнения материалов. Это позволяет рассматривать в качестве причины установленного углового расхождения анизотропность процесса упрочнения.

Как следствие из наблюдаемого в опыте постоянства  $\alpha^*$  и  $|d\bar{\Theta}|^*$  вытекает постоянство кривизны траектории пластической деформации. Это позволяет заметить, что круговому процессу нагружения соответствует и круговой процесс пластического деформирования. Однако окружности траектории нагружения и соответствующей траектории деформирования вследствие наличия предварительной пластической деформации  $\bar{\Theta}_0$  и углового расхождения векторов  $d\bar{\Theta}^*$  и  $S$  не являются концентрическими в пространстве совмещенных координат  $S_1(\bar{\Theta}_1) — S_2(\bar{\Theta}_2)$ . Рис. 4 подтверждает, что действительное размещение экспериментальных точек соответствует круговому, отклонения не превышают погрешности эксперимента. Этот факт приводит к заключению о пропорциональности между длиной окружности пластической деформации и длиной окружности траектории нагружения  $\sigma_i = \text{Const}$ , которую можно записать в форме

$$\Delta L(\bar{\Theta}) = n \cdot L(S). \quad (6)$$

Эта зависимость подтверждается экспериментом на протяжении всего процесса  $\varphi_S = 0 \div 180^\circ$ , в то время как закономерность (1), полученная в работах [12], [13], [14], [15], [16], справедлива лишь на участке  $\varphi_S = 0 \div 60^\circ$ . Закономерности прироста пластической деформации (1), (6) включают в себя параметр нагружения  $\varphi_S$ , пропорциональный в условиях данного нагружения углу вида напряженного состояния. Это, в свою очередь, свидетельствует о том, что изменения пластической деформации в условиях нагружения  $\sigma_i = \text{Const}$ ,  $I_2 S_{ij} = \text{Const}$  и при

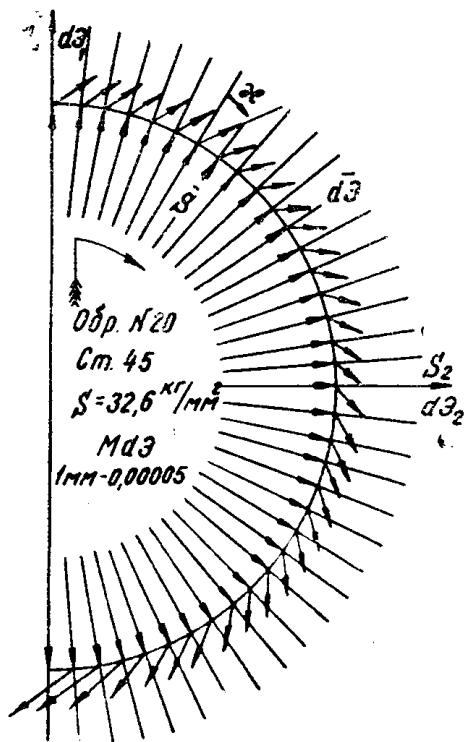


Рис. 3

условии несжимаемости материала  $I_1(S_{ij}) = 0$  целиком определяется влиянием третьего инварианта девиатора напряжений. Это вносит неко-

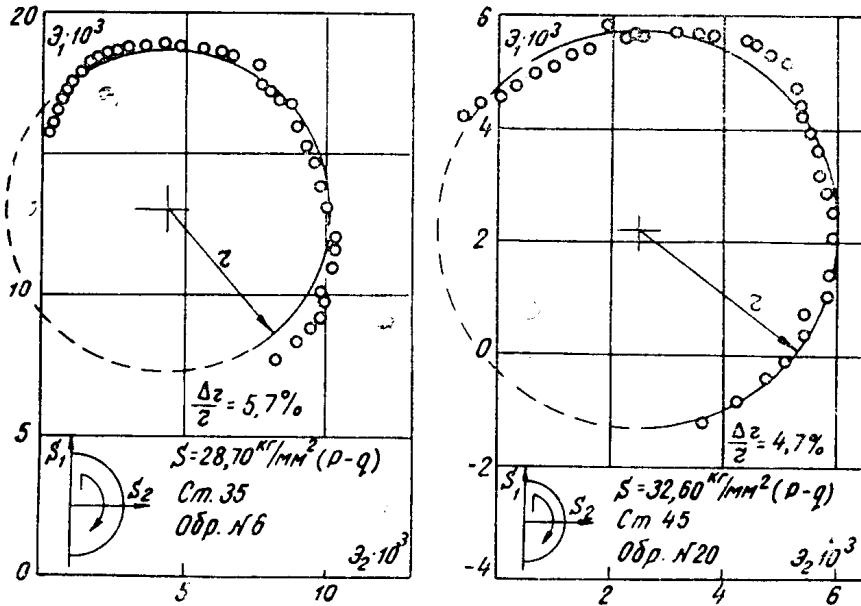


Рис. 4

торую ясность в вопрос о роли третьего инварианта девиатора напряжений в теории пластических деформаций.

#### ЛИТЕРАТУРА

- Л. Гу, Дж. Мэрин. Нахождение теоретической зависимости между напряжением и деформацией в пластической области при переменном отношении напряжений. Сб. перев. «Механика», 5 (26), Изд. Ин. Лит. 1953.
- S. S. Gill. Three «neutral» loading fest. Journ. Appl. Mech. 23, № 4, 1956.
- П. М. Находи, Ф. Эссенбург, В. Кофф. Экспериментальное изучение начальной и последующей поверхностей текучести в пластической области. Сб. «Механика», № 6, 1958.
- Ю. И. Яги, О. А. Шишмарев. Некоторые результаты исследования границ упругого состояния пластически растянутых образцов никеля. Докл. АН СССР, т. 119, № 1, 1958.
- Г. Б. Талыпов, В. И. Каменцев. Исследование границ текучести и некоторых других эффектов при сложном нагружении. Инж. бюлл., № 1, 1960.
- Г. Б. Талыпов. Граница текучести и разрушения малоуглеродистой стали при простом и сложном нагружении. Влияние старения. Изв. АН СССР, «Механика и машиностроение», № 6, 1961.
- Г. Б. Талыпов. К теории пластичности первоначально изотропного упрочняющегося материала. Сб. «Исследования по упругости и пластичности», изд. ЛГУ, № 5, 1966.
- А. М. Жуков. Пластическая деформация стали при сложном нагружении. Изв. АН СССР, ОТН, № 11, 1954.
- А. М. Жуков. Сложное нагружение и теория пластичности изотропных металлов. Изд. АН СССР, ОТН, № 8, 1955.
- А. М. Жуков. Пластические деформации изотропных металлов при сложном нагружении. Изв. АН СССР, ОТН, № 12, 1956.
- А. М. Жуков. Некоторые особенности нейтрального нагружения. Изв. АН СССР, ОТН, № 8, 1958.
- Г. А. Дошинский, В. И. Максак. Пластическая деформация стали при сложном нагружении с постоянной интенсивностью напряжений. Инж. журнал «Механика твердого тела», № 3, М., 1956.
- Г. А. Дошинский, В. И. Максак. Экспериментальное исследование пластических деформаций при сложном нагружении. Инж. журнал «Механика твердого тела», № 5, М., 1966.
- Г. А. Дошинский, А. М. Коренева. Исследование прямого и возвратного нагружений с постоянной интенсивностью напряжений в пластической области. Механи-

ка твердого тела, № 4, 1968.

15. А. М. Коренева, Г. А. Дощинский. Экспериментальное исследование кривой «нейтрального» нагружения. Изв. ТПИ, т. 183, 1968.

16. А. М. Коренева, Г. А. Дощинский. Влияние сложного нагружения постоянной интенсивности на границу текучести. Изв. ТПИ, т. 157, 1967.

17. В. И. Максак. К методике исследования пластической деформации при сложном нагружении. Изв. ТПИ, т. 147, 1966.

---