

**ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ХАРАКТЕРИСТИК  
ДВИГАТЕЛЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА В СИСТЕМЕ МАГНИТНЫЙ  
УСИЛИТЕЛЬ — ДВИГАТЕЛЬ**

М. А. БОРОВИКОВ

(Представлено научным семинаром электромеханического факультета)

В современном промышленном электроприводе широкое распространение нашли магнитные усилители (МУ) для управления двигателями постоянного тока в системах с большим диапазоном плавного регулирования скорости и в качестве оконечного каскада усилителей следящих систем с двигателями постоянного тока [1 и 2]. Широкое распространение МУ объясняется тем, что они имеют ряд преимуществ перед другими типами усилителей: обладают высокой прочностью конструкции, не имеют вращающихся деталей, не требуют ухода, немедленно готовы к работе после включения. В связи с этим разработка простых инженерных методов расчета скоростных  $n = f(I_{я})$  и механических  $n = f(M)$  характеристик двигателей, управляемых магнитными усилителями, является важной задачей.

Знание характеристик системы МУ-двигатель является необходимым при расчете следящих систем для определения максимально возможных момента, скорости и ускорения на исполнительном валу и определения минимального возможного времени реакции системы на различные возмущающие воздействия. Совершенно необходимым является знание механических и скоростных характеристик для анализа технических возможностей, регулируемых при помощи магнитных усилителей приводов.

Наибольшее распространение в автоматизированном электроприводе получили магнитные усилители, соединяемые по схемам с самоподмагничиванием (с внутренней обратной связью), так как такие схемы дают тот же эффект, что и схемы с внешней положительной обратной связью по току, но обеспечивают меньшие габариты и больший к. п. д. усилителя при той же выходной мощности [1]. Целью настоящей работы и является расчет скоростных  $n = f(I_{я})$  или механических  $n = f(M)$  характеристик двигателя постоянного тока независимого возбуждения, управляемого, со стороны якоря магнитным усилителем, соединенным по схеме с самоподмагничиванием.

Существующие методы расчета характеристик двигателя постоянного тока, управляемого магнитным усилителем, основаны на представлении работы усилителя на двигатель в виде векторной диаграммы

[3 и 4]. Так, на рис. 1 изображены принципиальная схема МУ, работающего на активную нагрузку, схема замещения усилителя и векторная диаграмма для эквивалентных синусоидальных напряжений схемы замещения, приведенных, например, к стороне выпрямленного тока. Все сопротивления схемы замещения при рассмотрении двигательной нагрузки являются переменными [4].

Исходными данными для расчетов во всех случаях [3—5] служат вольтамперные характеристики рабочей цепи МУ, то есть зависимости величины действующего значения напряжения на рабочей цепи (модуля вектора  $\vec{cb}$ ) от действующего значения тока  $U_{МУ} = f(I_{н})$  для разных подмагничивающих ампервитков. Для схем усилителей без внутренней обратной связи [3 и 5] вольтамперные характеристики можно построить по кривым одновременного намагничивания стали, которые приводятся в обширной литературе по расчету магнитных усилителей. В случае схем усилителей с внутренней обратной связью

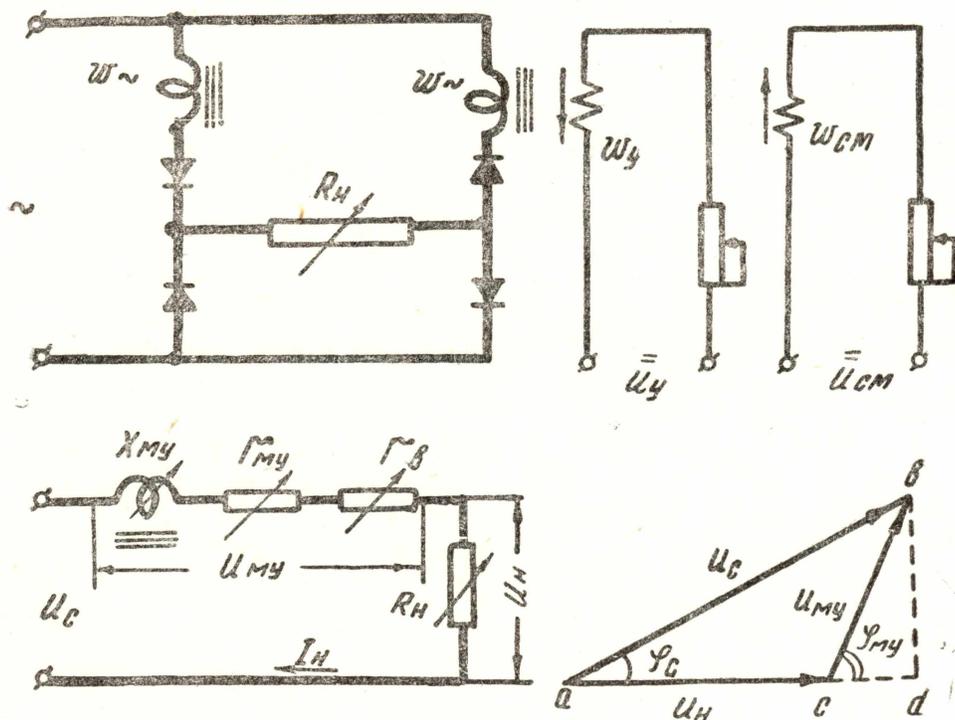


Рис. 1.  $w_{\sim}$ —рабочая обмотка магнитного усилителя (МУ);  $w_y$ —обмотка управления МУ;  $w_{см}$ —обмотка смещения;  $X_{му}$ —эквивалентное индуктивное сопротивление рабочей обмотки;  $r_{му}$ —активное сопротивление рабочей обмотки;  $r_b$ —сопротивление вентилей;  $U_{му}$ —напряжение на рабочей цепи МУ;  $U_n$ —напряжение на нагрузке;  $I_n$ —ток нагрузки в средних значениях.

для получения удовлетворительной точности расчетов характеристик двигателей необходимо пользоваться экспериментально снятыми вольт-амперными характеристиками [4].

При таком выборе исходных данных методы расчета характеристик двигателя оказываются довольно громоздкими, особенно при наличии в системе МУ-двигатель и внутренних, и внешних обратных связей.

В настоящей работе предлагается в качестве исходных данных для расчета скоростных  $n = f(I_{\text{я}})$  или механических  $n = f(M)$  характеристик двигателя брать не вольтамперные характеристики рабочей цепи МУ, а его нагрузочные характеристики  $I_{\text{н}} = f(I\omega)_{\text{у}}$  для разных значений активного сопротивления нагрузки  $R_{\text{н}}$  (рис. 2, а), снятые, например, по схеме рис. 1 магнитоэлектрическими приборами. Так как напряжение на нагрузке при постоянном  $R_{\text{н}}$  пропорционально току  $U_{\text{н}} = I_{\text{н}} \cdot R_{\text{н}}$ , известными в данном случае принимаются модули вектора  $ac$  векторной диаграммы рис. 1. Это, как будет показано ниже, приводит к весьма простому и наглядному графическому методу, одинаково удобному для расчета характеристик двигателей и в разомкнутых, и в замкнутых системах.

Использование семейства характеристик  $I_{\text{н}} = f(I\omega)_{\text{у}}$  для разных  $R_{\text{н}} = \text{const}$  (рис. 2, а) основано на представлении двигателя постоянного тока в установившемся режиме активным сопротивлением [4 и 6], величина которого зависит от скорости, потока и тока якоря и определяется по выражению

$$R_{\text{э}} = \frac{U_{\text{я}}}{I_{\text{я}}} = \frac{\kappa_e \Phi n}{I_{\text{я}}} + R_{\text{я}}. \quad (1)$$

Для двигателей независимого возбуждения, пренебрегая в первом приближении реакцией якоря, это выражение можно переписать в виде

$$R_{\text{э}} = \frac{c_e n}{I_{\text{я}}} + R_{\text{я}}, \quad (2)$$

Имея нагрузочные характеристики МУ  $I_{\text{н}} = f(I\omega)_{\text{у}}$  для разных значений  $R_{\text{н}}$  (рис. 2, а) и используя выражение (2), можно рассчитать скоростную характеристику  $n = f(I_{\text{я}})$  двигателя для фиксированных ампервитков управления, то есть в разомкнутой системе (например, двигатель включен по схеме рис. 1 в качестве нагрузки). Для этого, определяя при данных  $(I\omega)_{\text{у}} = \text{const}$  токи нагрузки  $I_{\text{н}}$  по нагрузочным характеристикам рис. 2, а для каждого  $R_{\text{н}}$  и приравнивая эти значения сопротивлений эквивалентному сопротивлению двигателя, по (2) можно находить каждый раз скорость  $n$ , которая обеспечивает при данном токе  $I_{\text{н}} = I_{\text{я}}$  выбранное эквивалентное входное сопротивление двигателя  $R_{\text{э}} = R_{\text{н}}$ . Выражение для скорости при этом получается в виде

$$n = \frac{(R_{\text{э}} - R_{\text{я}}) \cdot I_{\text{я}}}{c_e}. \quad (3)$$

В результате расчетов получим зависимость  $n = f(I_{\text{я}})$  при  $(I\omega)_{\text{у}} = \text{const}$ , то есть скоростную характеристику двигателя. Механическая характеристика при  $\Phi = \text{const}$  отличается от скоростной лишь масштабом.

Для того, чтобы ускорить процесс расчета скоростных характеристик  $n = f(I_{\text{я}})$ , можно построить вспомогательные зависимости тока якоря от скорости при работе двигателя с постоянным эквивалентным входным сопротивлением, то есть зависимости  $I_{\text{я}} = f(n)$  при  $\frac{U_{\text{я}}}{I_{\text{я}}} = R_{\text{э}} = \text{const}$ , построенные по выражению

$$I_{\text{я}} = \frac{c_e n}{R_{\text{э}} - R_{\text{я}}}. \quad (4)$$

Пренебрегая нелинейностью сопротивления якоря, то есть считая  $R_{\text{я}} = \text{const}$ , получим зависимости  $I_{\text{я}} = f(n)$  для разных  $R_{\text{э}} = \text{const}$  по (4)

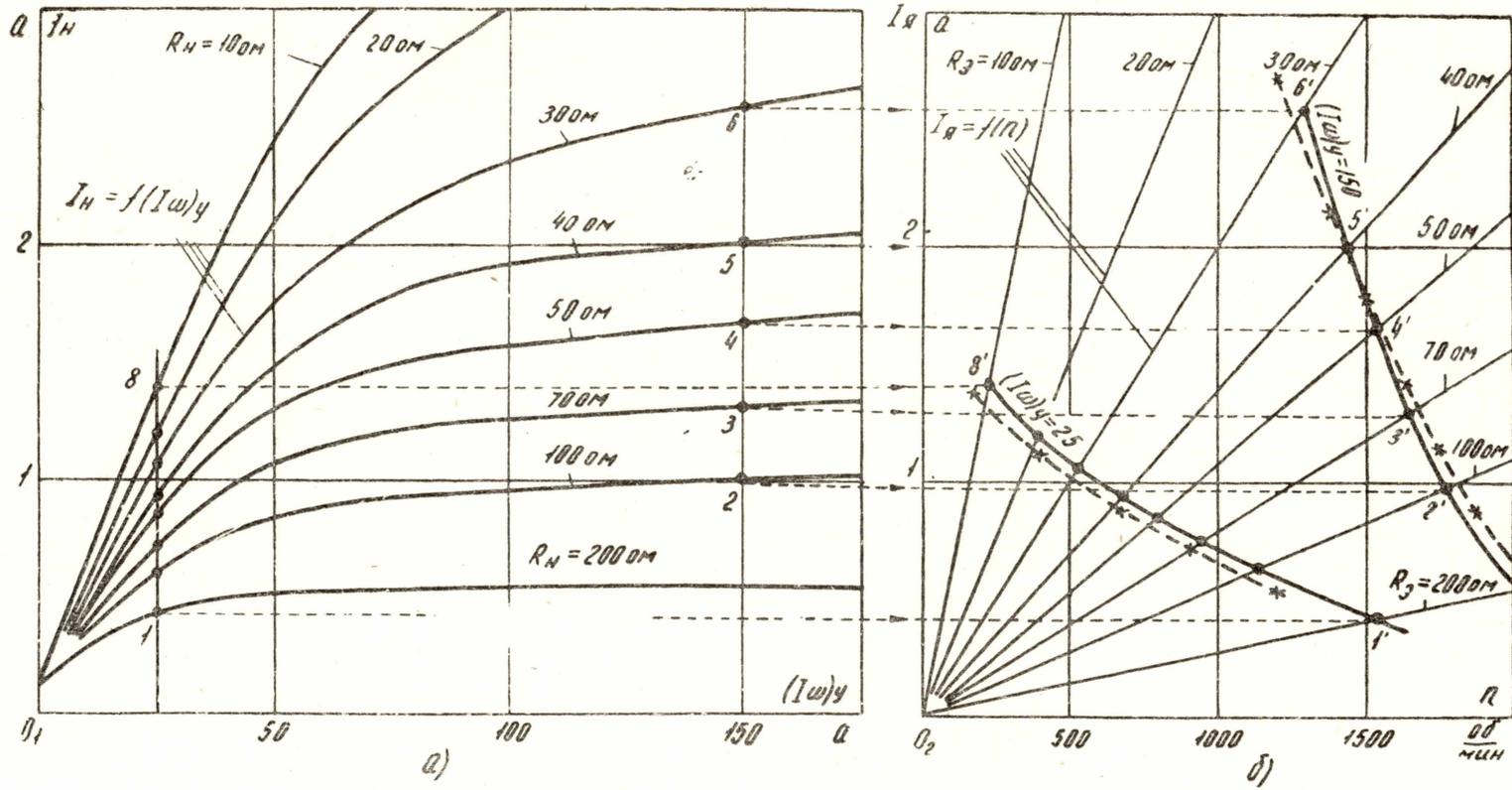


Рис. 2. а) Нагрузочные характеристики МУ  $I_H = f(I\omega)_y$ ; б) вспомогательные характеристики  $I_a = f(n)$  при  $R_3 = \text{const}$  и скоростные характеристики  $n = f(I_a)$  двигателя для  $(I\omega)_y = 150$  а и  $(I\omega)_y = 25$  а; ———— расчетные; - - - - экспериментальные характеристики.

в виде прямых линий, выходящих из начала осей координат  $n, I_{я}$ . Выбирая значения  $R_{э}$  из семейства нагрузочных характеристик МУ, строим полученные зависимости в осях  $n, I_{я}$ , как показано на рис. 2, б, и получаем отражение нагрузочных характеристик усилителя в осях  $n, I_{я}$ . При выбранном на рис. 2 взаимном расположении координатных осей усилителя и двигателя, построение скоростной характеристики двигателя в системе без обратных связей, то есть при  $(I\omega)_y = \text{const}$ , производится очень просто: из точек пересечения вертикали  $(I\omega)_y = \text{const}$  (точки 1, 2, 3, 4 и т. д.) с характеристиками МУ  $I_n = f(I\omega)_y$  необходимо провести горизонталы до пересечения с соответствующими вспомогательными характеристиками двигателя (точки 1', 2', 3', 4' и т. д.). Соединяя найденные точки, получаем скоростную характеристику  $n = f(I_{я})$  двигателя (на рис. 2 характеристики построены для двух значений управляющих ампервитков: 25 а и 150 а).

Этот метод дает сравнительно хорошее совпадение с экспериментально снятыми характеристиками. Погрешность расчета характеристики  $n = f(I_{я})$  двигателя в области нагрузок от холостого хода до  $(1,5 \div 2) I_{я \text{ ном}}$  (то есть при ампервитках управления, близких к номинальным), для схемы МУ по рис. 1 не превышает  $\pm 5\%$ . В случае необходимости при построении скоростных характеристик  $n = f(I_{я})$  можно учесть нелинейность сопротивления якоря и реакцию якоря. Для этого вспомогательные характеристики двигателя  $I_{я} = f(n)$  при  $R_{э} = \text{const}$  нужно строить с учетом зависимостей  $R_{я} = f(I_{я})$  и  $\Phi = f(I_{я})$ , а далее описанным выше способом получать скоростные характеристики. По скоростным характеристикам  $n = f(I_{я})$  строятся механические характеристики двигателя с помощью выражения [7]

$$M = \frac{1}{1,03} k_e \Phi I_{я} = \frac{1}{1,03} \frac{E}{n} I_{я}. \quad (5)$$

Этот метод применим и для двигателей последовательного или смешанного возбуждения, для которых семейство вспомогательных характеристик  $I_{я} = f(n)$  при  $R_{э} = \text{const}$  можно построить, если имеются универсальные рабочие характеристики  $v = f(i)$  и  $\mu = f(i)$  [7] или экспериментально снятые естественные скоростные характеристики  $n = f(I_{я})$ .

Применение характеристик МУ  $I_n = f(I\omega)_y$  и двигателя  $I_{я} = f(n)$  для одних и тех же  $R_n = R_{э} = \text{const}$  позволяет строить скоростные характеристики  $n = f(I_{я})$  двигателя и в системах с обратными связями. Рассмотрим методику построения характеристик двигателя в системах с различными обратными связями только по одному параметру, причем для простоты рассмотрим случаи, когда обратная связь вводится с помощью отдельной обмотки управления МУ (рис. 3).

Очень просто строятся скоростные характеристики двигателя при наличии внешней положительной обратной связи по току (рис. 3, а). В данном случае ампервитки управления МУ определяются как сумма задающих ампервитков и ампервитков обмотки обратной связи по току

$$(I\omega)_y = (I\omega)_з + (I\omega)_т, \quad (6)$$

где  $(I\omega)_з$  — ампервитки задающей обмотки,

$(I\omega)_т$  — ампервитки обмотки обратной связи по току.

Так как задающие ампервитки есть величина неизменная  $(I\omega)_з = \text{const}$ , а ампервитки токовой обмотки пропорциональны току нагрузки  $(I\omega)_т = c_1 \cdot I_n$ , общие управляющие ампервитки являются также функцией тока нагрузки  $(I\omega)_y = f(I_n)$ . Эту зависимость нужно построить

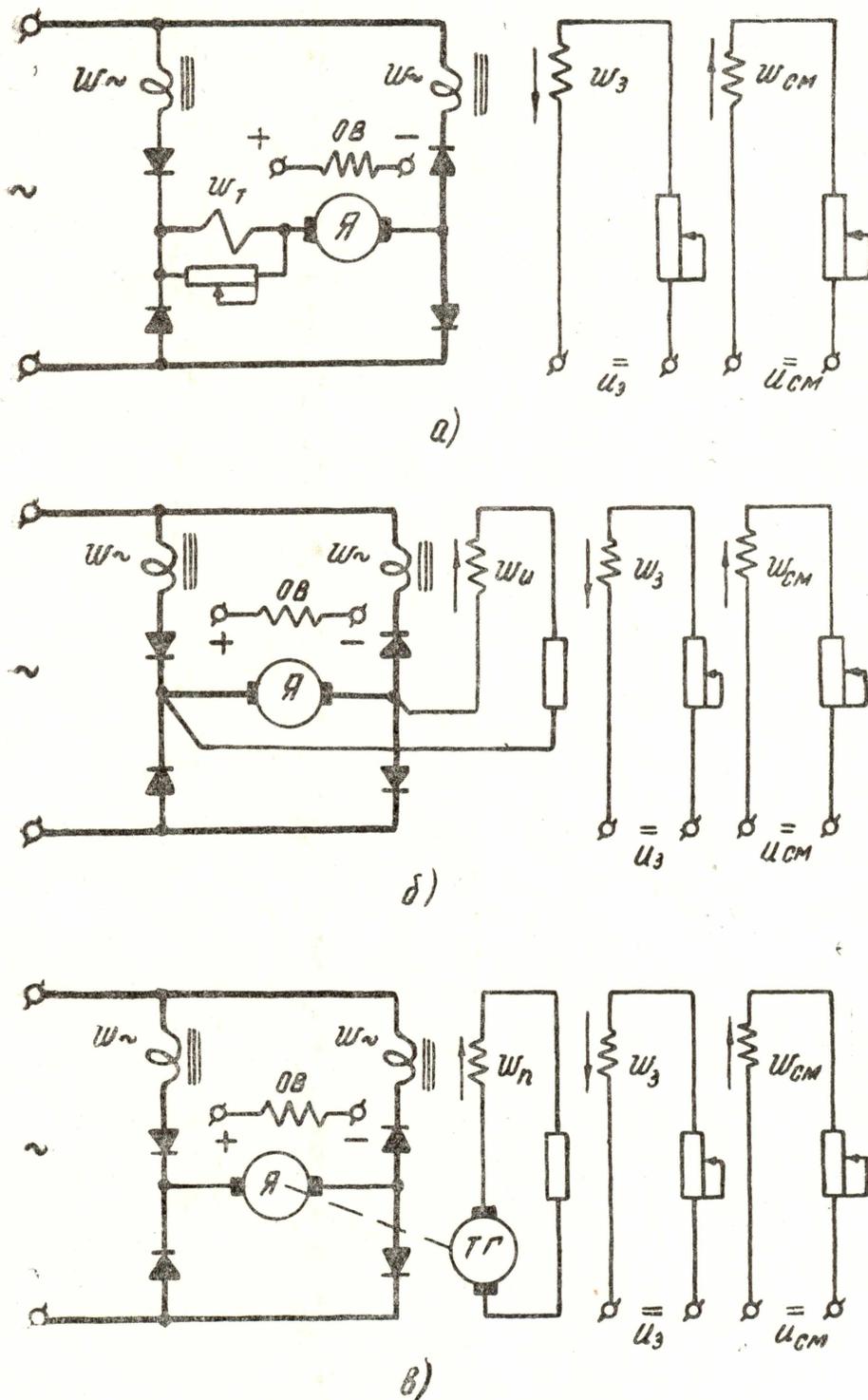


Рис. 3. Варианты системы МУ—двигатель с отдельными обратными связями.  $w_3$ —задающая обмотка;  $w_T$ —обмотка внешней положительной обратной связи по току;  $w_U$ —обмотка отрицательной обратной связи по напряжению;  $w_R$ —обмотка отрицательной обратной связи по скорости.

в координатной системе МУ и по ней найти скоростную характеристику двигателя  $n = f(I_a)$ . Для этого в левой координатной системе рис. 4 строятся нагрузочные характеристики МУ  $I_n = f(I\omega)_y$ , а в правой координатной системе вспомогательные характеристики  $I_n = f(n)$  двигателя для одних и тех же сопротивлений  $R_n = R_э$ . Далее, в левой координатной системе строим вертикаль  $AB$ , представляющую величину задающих ампервитков  $(I\omega)_з$ , луч  $O_1C$ , представляющий зависимость ампервитков токовой обмотки от тока нагрузки  $(I\omega)_т = f(I_n)$  и луч  $AD$ , определяющий суммарные ампервитки  $(I\omega)_у = f(I_n)$  — траекторию рабочей точки усилителя при изменении нагрузки в схеме с внешней токовой обратной связью. По точкам пересечения 1, 2... 7 прямой  $AD$  с нагрузочными характеристиками МУ в правой координатной системе рис. 4 находим скоростную характеристику двигателя. При этом наглядно видно влияние обратной связи на жесткость характеристики двигателя.

При наличии в системе МУ-двигатель только одной отрицательной обратной связи по напряжению (рис. 3, б) результирующие ампервитки усилителя будут определяться по выражению

$$(I\omega)_y = (I\omega)_з - (I\omega)_u, \quad (7)$$

где  $(I\omega)_u$  — ампервитки обмотки обратной связи по напряжению.

Ампервитки обмотки напряжения  $(I\omega)_u$  пропорциональны напряжению на нагрузке МУ  $(I\omega)_u = c_2 \cdot U_n$ , следовательно, и результирующие ампервитки усилителя являются функцией напряжения на нагрузке  $(I\omega)_y = f(U_n)$ . С этой точки зрения работу усилителя удобнее характеризовать в осях  $U_n, (I\omega)_y$  нагрузочными кривыми напряжения на нагрузке  $U_n = f(I\omega)_y$ , а строить характеристики  $n = f(I_n)$  двигателя удобнее по токовым нагрузочным кривым  $I_n = f(I\omega)_y$ . Поэтому в данном случае необходимо кроме нагрузочных кривых тока построить нагрузочные кривые напряжения на нагрузке для одних и тех же сопротивлений нагрузки  $R_n$ . Кривые  $U_n = f(I\omega)_y$  будут отличаться от соответствующих кривых  $I_n = f(I\omega)_y$  лишь масштабом, так как  $U_n = I_n \cdot R_n$ , а  $R_n = \text{const}$ .

На рис. 5 в левой координатной системе построены характеристики  $U_n = f(I\omega)_y$  и  $I_n = f(I\omega)_y$  для трех значений сопротивления нагрузки, чтобы не слишком затемнять чертеж. При построении для простоты не учтено шунтирующее влияние цепи обратной связи, так как ее сопротивление обычно достаточно велико (в рассматриваемом случае в 12 раз больше самого большого сопротивления нагрузки  $R_1$ ) и весьма незначительно искажает нагрузочные характеристики МУ. В случае необходимости шунтирующее влияние цепи обратной связи может быть учтено. Далее, в той же координатной системе строим вертикаль  $AB$ , представляющую задающие ампервитки  $(I\omega)_з = \text{const}$  и характеристику обратной связи  $(I\omega)_u = f(U_n)$ , откладывая ее от точки  $A$  влево, так как существует условие (7). Полученный при этом луч  $AC$  будет представлять зависимость результирующих ампервитков МУ от напряжения на нагрузке  $(I\omega)_y = f(U_n)$  или траекторию рабочей точки усилителя в осях  $U_n, (I\omega)_y$ . По точкам пересечения луча  $AC$  с характеристиками  $U_n = f(I\omega)_y$  (точки 1', 2', 7'), переносом их по вертикали до соответствующих кривых  $I_n = f(I\omega)_y$ , получим траекторию рабочей точки усилителя  $(I\omega)_y = f(I_n)$  в осях  $I_n, (I\omega)_y$  (кривая 127). По этой кривой в правой координатной системе рис. 5 обычным способом находится скоростная характеристика  $n = f(I_a)$  двигателя. Ход построения показан на рис. 5 стрелками.

Расчет скоростных характеристик двигателя в системе с отрицательной обратной связью по скорости, вводимой на свою обмотку

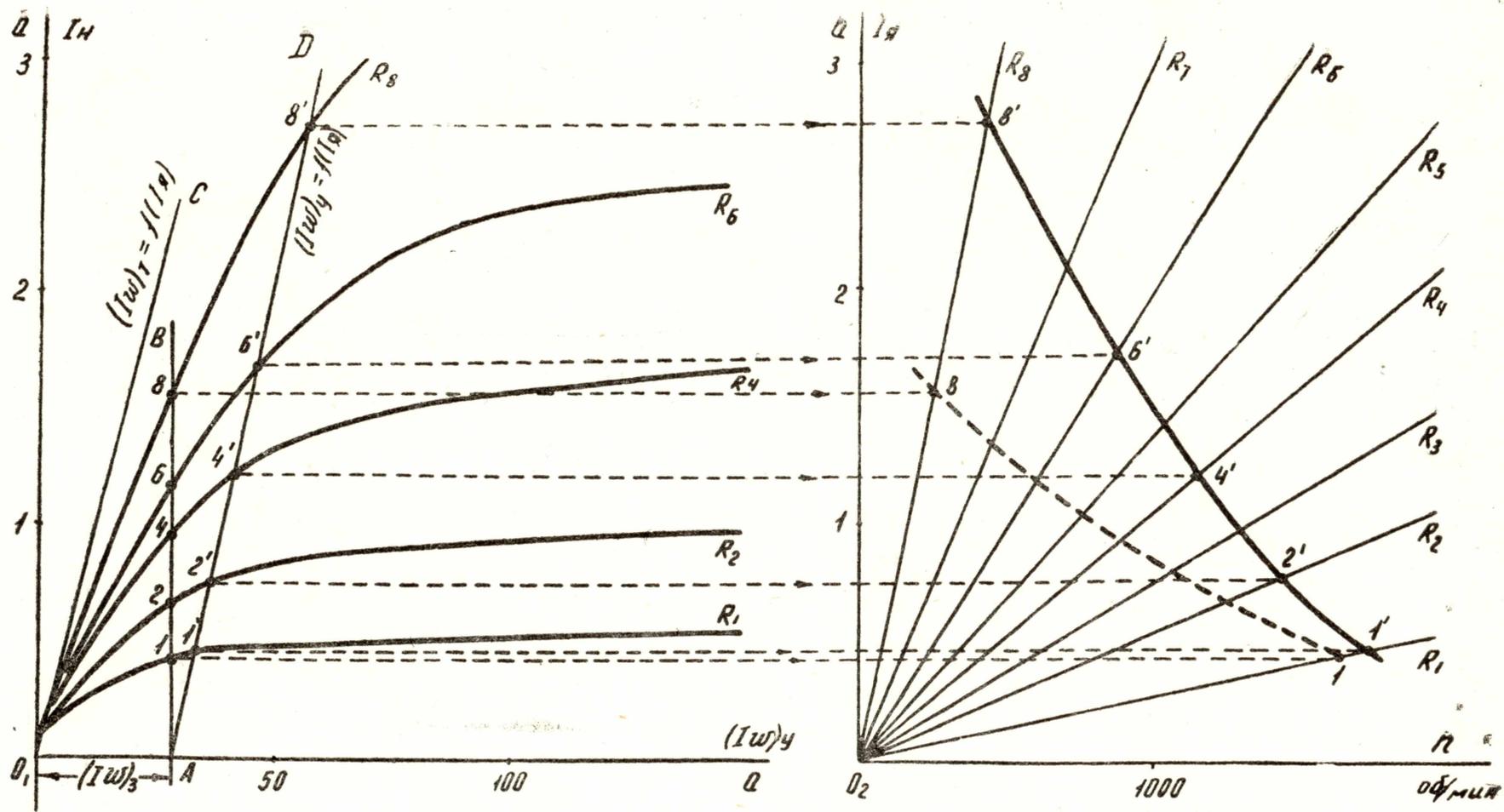


Рис. 4. Построение характеристик  $n = f(I_a)$  двигателя при наличии внешней положительной обратной связи по току

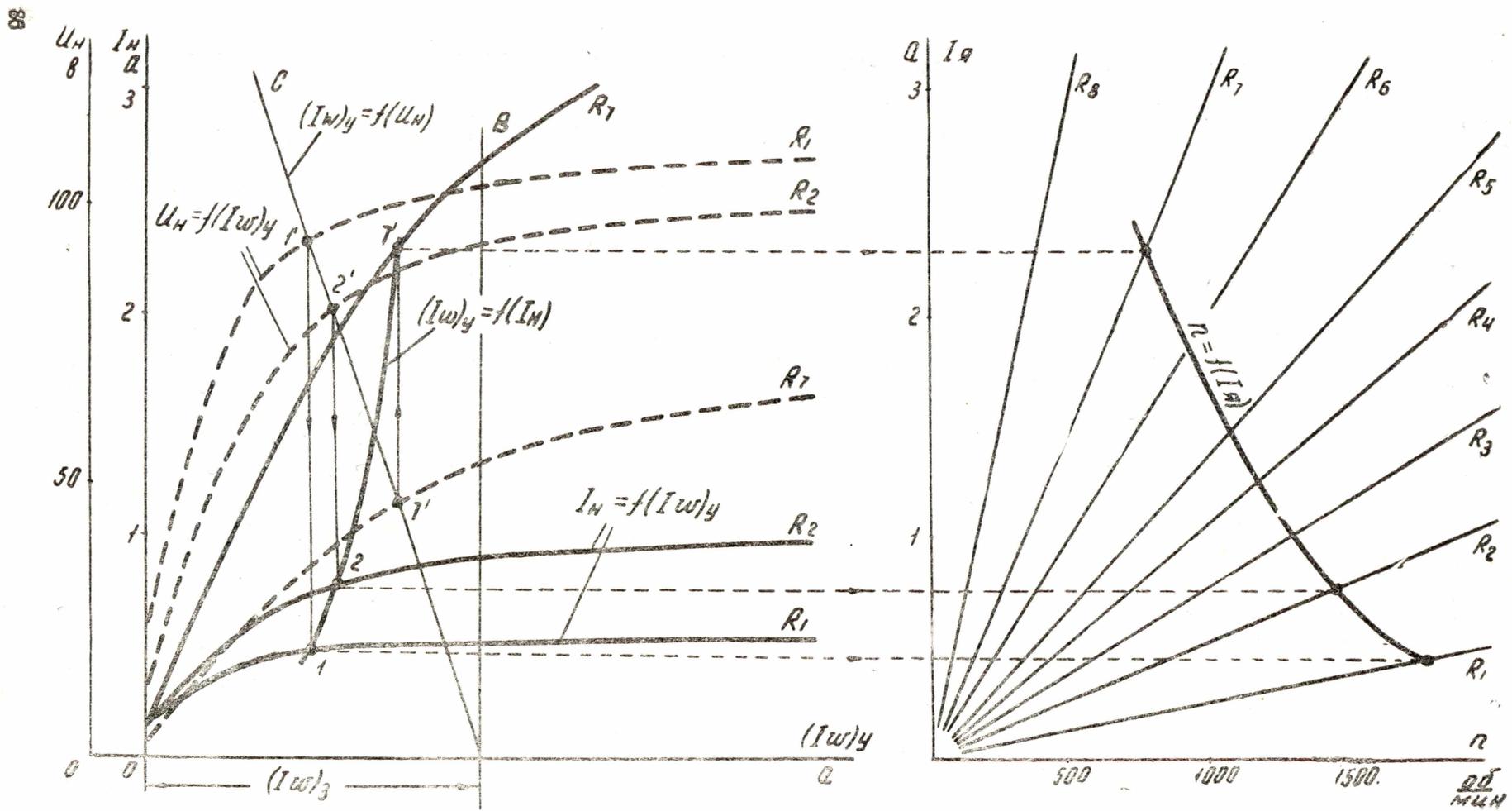


Рис. 5. Построение характеристик двигателя  $n = f(I_a)$  в схеме с обратной связью по напряжению.

(рис. 3, а), приходится производить методом последовательного приближения, так как работа МУ характеризуется траекториями рабочей точки в осях  $I_n$  (или  $U_n$ ) и  $(I\omega)_y$ , не связанными функционально с координатной, по которой вводится обратная связь. Поэтому каждый раз необходимо находить такую точку работы усилителя, а по ней и скорость двигателя, чтобы выполнялось условие:

$$(I\omega)_y = (I\omega)_z - (I\omega)_n, \quad (8)$$

где  $(I\omega)_n$  — ампервитки обмотки обратной связи по скорости.

Строим, как обычно, нагрузочные характеристики  $I_n = f(I\omega)_y$  усилителя и вспомогательные характеристики  $I_a = f(n)$  для одних и тех же сопротивлений (рис. 6). В осях  $I_n$ ,  $(I\omega)_y$  откладываем вертикаль  $AB$  задающих ампервитков; в осях  $n$ ,  $I_a$  проводим вспомогательный луч под углом  $45^\circ$  и, пользуясь широко распространенным методом переноса осей координат [8], строим зависимость ампервитков обмотки обратной связи по скорости от скорости  $(I\omega)_n = f(n)$  в координатных осях  $I_n$ ,  $(I\omega)_y$ . Эту зависимость будем откладывать от точки  $A$  влево от вертикали  $AB$ , так как обратная связь отрицательная. Луч  $AD$  и представляет зависимость  $(I\omega)_n = f(n)$ , построенную в осях  $I_n$ ,  $(I\omega)_y$ . Теперь предполагая, например, что двигатель работает так, что его эквивалентное сопротивление равно  $R_2$ , выберем произвольно точку  $1$  на соответствующей этому сопротивлению кривой работы МУ левее вертикали  $AB$ , так как существует условие (8). По точке  $1$  находим точку  $2$  на линии  $R_2 = \text{const}$  в осях  $n$ ,  $I_a$ , то есть скорость двигателя. Переносим это значение скорости в левую координатную систему (точка  $3$ ), находим величину ампервитков обратной связи (точка  $4$ ). Если точки  $1$  и  $4$  лежат на одной вертикали, то условие (8) удовлетворяется и точка  $2$  работы двигателя найдена правильно; если же  $1$  и  $4$  не лежат на одной вертикали, то необходимо повторить построение, выбирая новое положение точки  $1$ , до получения совпадения точек по вертикали. После двух-трех построений любая точка характеристики  $n = f(I_a)$  двигателя при работе с обратной связью по скорости оказывается найденной правильно. Ход построения во всех случаях аналогичен описанному и показан на рис. 6 стрелками.

Пользуясь этими методами, можно рассчитывать характеристики  $n = f(I_a)$  двигателя и в системах с несколькими обратными связями, вводимыми на разные обмотки, и в случаях совмещения нескольких сигналов обратных связей на одной обмотке.

Кроме этого, применение нагрузочных характеристик  $I_n = f(I\omega)_y$  позволяет подбирать параметры элементов системы МУ-двигатель для получения желаемого вида характеристик  $n = f(I_a)$  или  $n = f(M)$  двигателя. Так, задаваясь нужной характеристикой двигателя  $n = f(I_a)$  (рис. 7), мы получим траекторию рабочей точки усилителя  $(I\omega)_y = f(I_n)$  (кривая 2...7), которую в частных случаях можно функционально связать с координатами системы, или с помощью ряда обратных построений подобрать виды, характеристики и определить параметры цепей обратных связей, реализующих такую траекторию, то есть решить задачу синтеза системы МУ-двигатель с желаемыми свойствами в статическом режиме.

Таким образом, применение нагрузочных характеристик МУ приводит к простому графическому методу расчета характеристик двигателя в системе МУ-двигатель. Наилучшие результаты расчетов, естественно, могут быть достигнуты при использовании экспериментальных кривых, но при отсутствии последних можно использовать и расчетные нагрузочные характеристики. В последнее время нашел

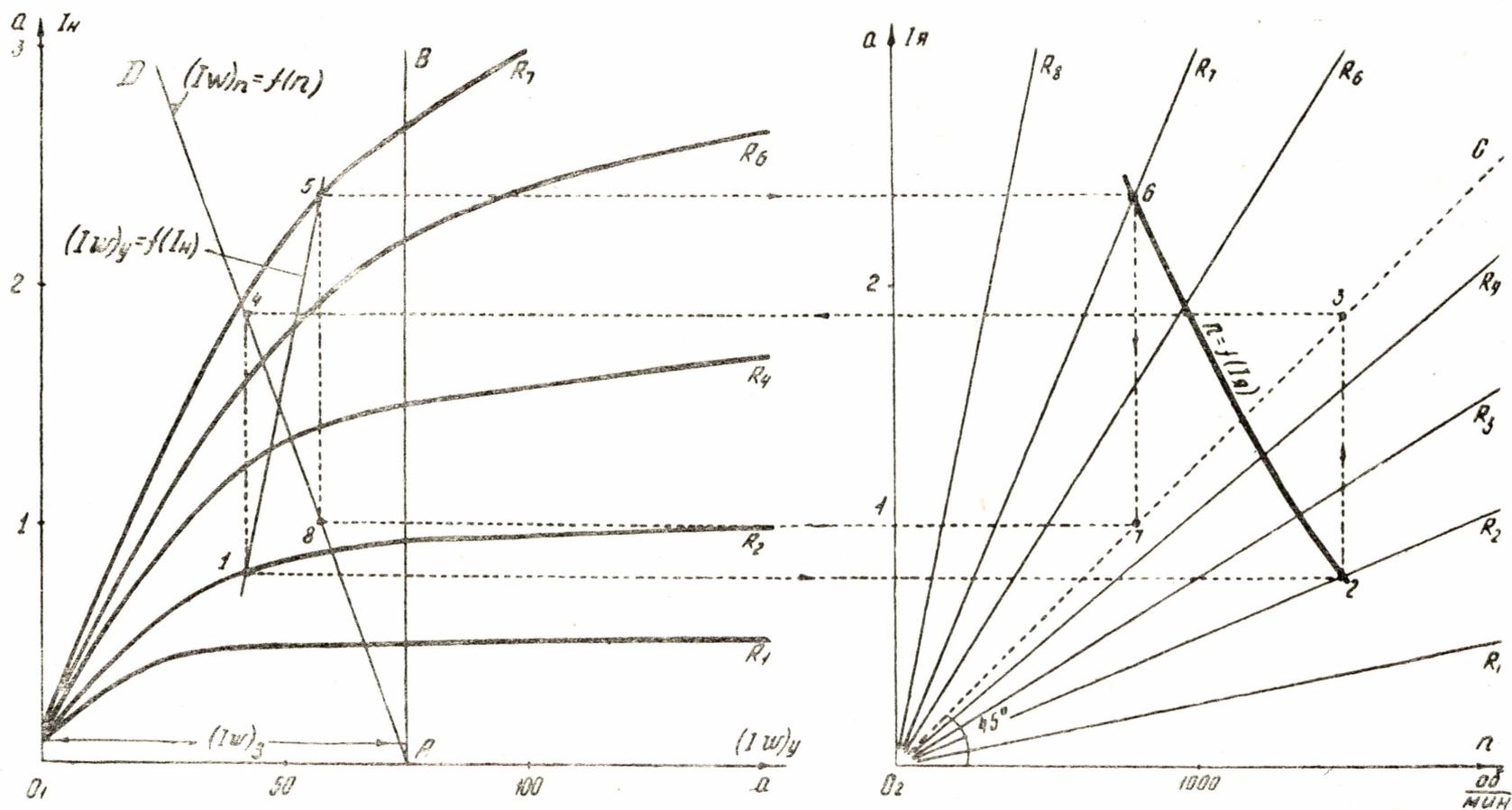


Рис. 6. Построение характеристик  $n = f(I_a)$  двигателя в схеме с обратной связью по скорости.

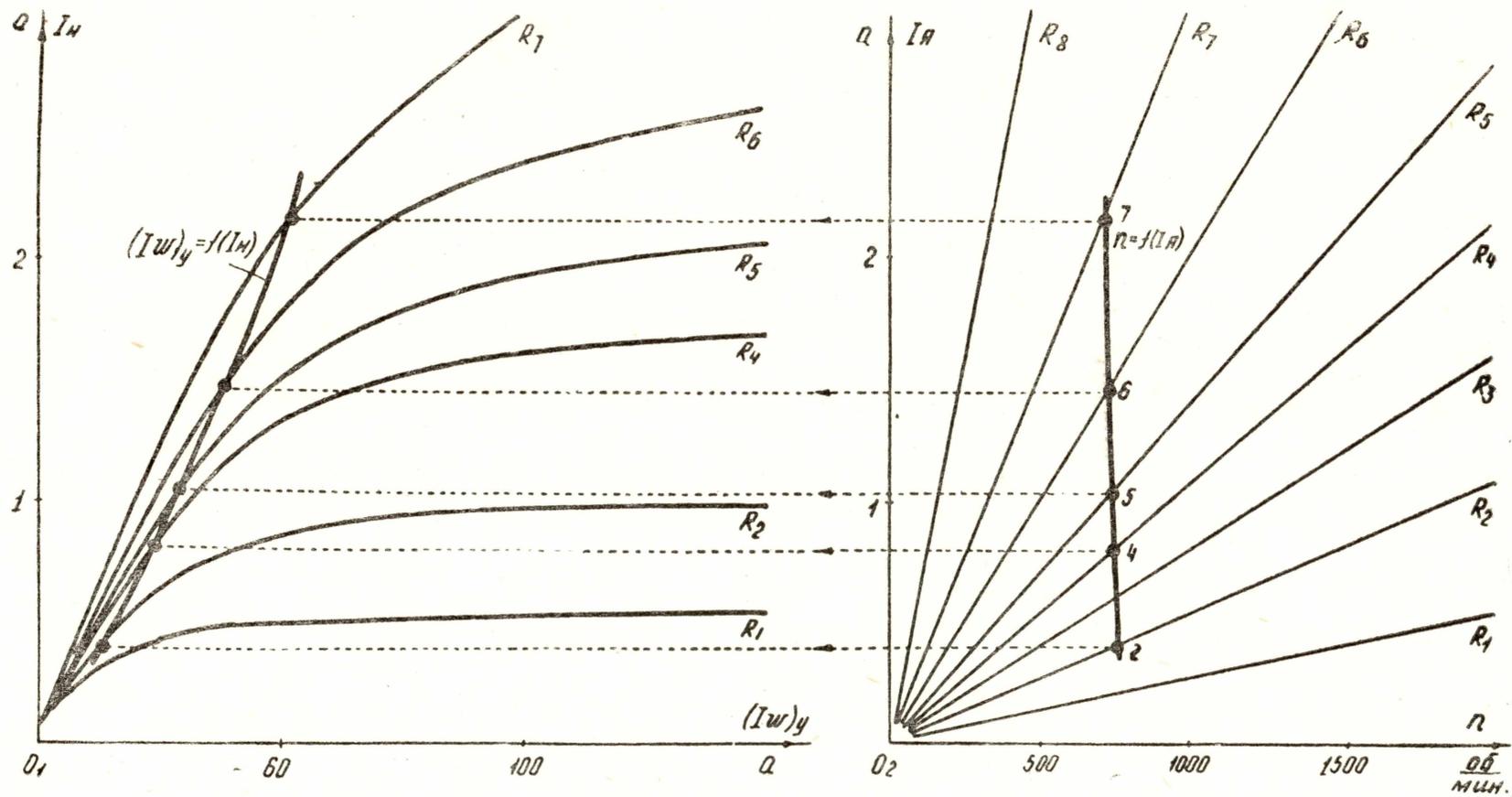


Рис. 7. Определение траектории рабочей точки МУ для получения характеристики  $n = f(I_A)$  двигателя желаемого вида.

распространение расчет магнитных усилителей по типовым характеристикам [1], то есть нагрузочным характеристикам в относительных единицах для усилителей, включенных по одинаковой схеме и имеющих сердечники с одинаковыми магнитными свойствами. Имея типовые характеристики и пользуясь простыми соотношениями [1], по номинальным данным можно быстро рассчитать семейство нагрузочных характеристик действительного усилителя. Поэтому для выпускаемых промышленностью серий магнитных усилителей необходимо приводить в каталогах типовые характеристики.

Все приведенные в работе характеристики и построения относятся к реальному усилителю, выполненному на стали марки Э42; штамп Ш40У; набор пакета 36 мм; число витков одной нагрузочной обмотки  $w_0 = 600$ ; числа витков обмоток управления  $w_1 = w_2 = w_3 = 1000$ ;  $w_4 = 40$ ; выпрямители типа Д304. Двигатель типа МИ-12Ф;  $U_{ном} = 110$  в;  $I_{я ном} = 1,46$  а;  $n_{ном} = 2000$  об/мин;  $R_{я} = 2,2$  ом.

### Выводы

1. Выбор нагрузочных характеристик магнитного усилителя в качестве исходных позволяет использовать простой и наглядный графический метод расчета характеристик двигателей постоянного тока в системе магнитный усилитель—двигатель.

2. Предлагаемый метод может также использоваться для синтеза элементов, обеспечивающих желаемые статические свойства системы.

3. Для возможности использовать этот метод при проектировании электроприводов по системе МУ-двигатель, необходимо для серии усилителей, предназначенных для двигателей постоянного тока, приводить в каталогах типовые характеристики.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Т. Х. Стефанович. Магнитные усилители для автоматизации промышленных установок. Госэнергоиздат, 1961.

2. Н. Winkler. Новая гамма регулируемых при помощи магнитных усилителей приводов мощностью от 2,8 до 187 квт, AEG mitteilungen, т. 49, № 10/11, 1959.

3. В. С. Кулебакин. О применении полупроводниковых выпрямителей в системе автоматизированного электропривода, Изв АН СССР, отд. техн. н., № 2, 1958.

4. Д. А. Алеников, В. С. Кулебакин. Метод расчета характеристик двигателей постоянного тока с дроссельным управлением. Автоматика и телемеханика, том XX, № 7, 1959.

5. О. Б. Россенбаули и И. Н. Селивохин. Построение характеристик привода постоянного тока с дроссельным управлением. Электричество, № 10, 1958.

6. А. А. Сиротин. Автоматическое управление электроприводами Госэнергоиздат, 1959.

7. В. П. Андреев и Ю. А. Сабинин. Основы электропривода. Госэнергоиздат, 1956.

8. А. В. Башарин. Расчет динамики и синтез нелинейных систем управления. Госэнергоиздат 1960.

Поступила в редакцию  
в июне 1962 г.