

ИЗВЕСТИЯ  
ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

Том 117

1963

РАБОТА ДВИГАТЕЛЯ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА  
С НЕСИММЕТРИЧНЫМ РОТОРОМ В РЕЖИМЕ  
УСТАНОВИВШЕГОСЯ КОРОТКОГО ЗАМЫКАНИЯ

Е. В. КОНОНЕНКО

(Представлено научным семинаром электромеханического факультета)

В асинхронных двигателях с фазным ротором из экономических соображений пуск осуществляется при несимметричных сопротивлениях пускового реостата, вводимого в цепь ротора. Синхронные двигатели при асинхронном пуске в общем случае имеют как электрическую, так и магнитную несимметрию.

В известной нам литературе работа двигателей переменного тока с несимметричным ротором в режиме короткого замыкания освещена совершенно недостаточно.

В настоящей работе рассматривается вопрос о том, какое влияние оказывает несимметрия ротора на режим установившегося короткого замыкания, а также положение ротора в пространстве на работу двигателя.

Исследование указанных режимов работы можно произвести с помощью уравнений, полученных на основании метода врачающихся магнитных полей [1].

При исследовании предполагаем, что со стороны статора двигатель питается системой напряжений прямой последовательности от источника бесконечно большой мощности. При этом напряжения в фазах изменяются по закону

$$\begin{aligned} u_a &= U_m \cos t, \\ u_b &= U_m \cos(t - 120^\circ), \\ u_c &= U_m \cos(t - 240^\circ). \end{aligned} \tag{1}$$

Обмотка статора симметрична. Предполагаем также, что многофазная роторная обмотка приведена к двухфазной с осями  $d$  и  $q$  и принята система относительных единиц.

Взаимное расположение осей статорной и роторной обмоток представлено на рис. 1. Угол  $\gamma_0$  определяет положение ротора, относительно оси фазы  $a$  статорной обмотки (то есть в пространстве).

Учитывая принятые допущения, векторы тока  $i_s$  и потокосцеплений  $\Psi_s$  статора в осях  $d$ ,  $q$  можно представить в виде [1].

$$i_s = i_{s1} + i_{s2} = I_1 e^{j(t-\gamma_0-\varphi_1)} + I_2 e^{-j(t-\gamma_0-\varphi_2)}, \quad (2)$$

$$\Psi_s = \Psi_{s1} + \Psi_{s2} = \Psi_1 e^{j(t-\gamma_0-\psi_1)} + \Psi_2 e^{-j(t-\gamma_0-\psi_2)}, \quad (3)$$

где  $I_1, I_2, \Psi_1, \Psi_2$  — модули соответствующих векторов, зависящие только от параметров машины. При  $s=1,0$  представляют собой постоянные величины;

$\varphi_1$  и  $\psi_1$  — фазовые углы между векторами  $i_{s1}$ ,  $\Psi_{s1}$  и  $u_s$ ;  
 $\varphi_2$  и  $\psi_2$  — фазовые углы между векторами  $i_{s2}$ ,  $\Psi_{s2}$  и  $u_s^*$ <sup>1)</sup>.

Токи в фазах обмотки статора определяются как проекции вектора  $i_s$  на оси фаз.

Следовательно, мгновенные значения токов в фазах статора можно определить как:

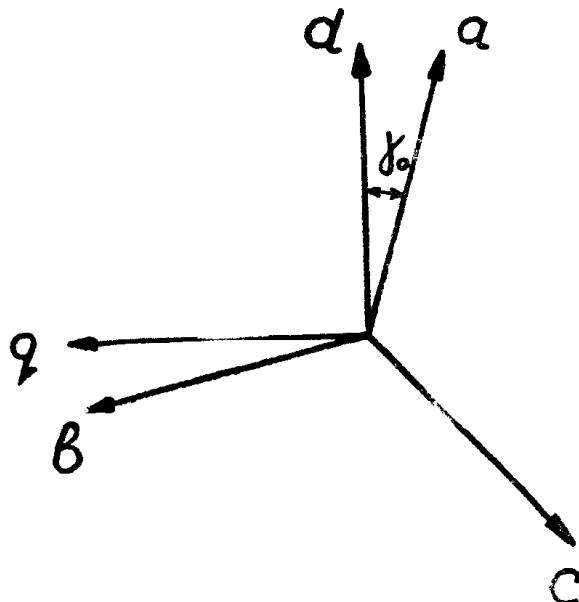


Рис. 1.

$$\begin{aligned} i_a &= I_1 \cos(t - \varphi_1) + I_2 \cos(t - 2\gamma_0 - \varphi_2), \\ i_b &= I_1 \cos(t - \varphi_1 - 120^\circ) + \\ &+ I_2 \cos(t - 2\gamma_0 - \varphi_2 + 120^\circ), \quad (4) \\ i_c &= I_1 \cos(t - \varphi_1 - 240^\circ) + \\ &+ I_2 \cos(t - 2\gamma_0 - \varphi_2 + 240^\circ). \end{aligned}$$

Известно, что сумма двух синусоидальных величин с одной и той же частотой является также величиной синусоидальной. На основании этого, складывая отдельные составляющие токов в фазах статора, получим следующие выражения:

$$\begin{aligned} i_a &= I_{am} \cos(t - \varphi_a) \\ i_b &= I_{bm} \cos(t - \varphi_b - 120^\circ), \quad (5) \end{aligned}$$

$$i_c = I_{cm} \cos(t - \varphi_c - 240^\circ),$$

Здесь

$$I_{am} = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + 2I_1I_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2 - 2\gamma_0)}, \quad (6)$$

$$\varphi_a = \arctg \frac{I_1 \sin \varphi_1 + I_2 \sin(\varphi_2 + 2\gamma_0)}{I_1 \cos \varphi_1 + I_2 \cos(\varphi_2 + 2\gamma_0)}, \quad (7)$$

$I_{bm}, I_{cm}, \varphi_b, \varphi_c$  получаются из уравнений (6) и (7) заменой  $\gamma_0$  на  $(\gamma_0 - 120^\circ)$  и  $(\gamma_0 - 240^\circ)$  соответственно.

Из уравнений (6) и (7) вытекает, что амплитуда тока статора и фазовый угол при неподвижном роторе ( $s = 1,0$ ) зависят от положения ротора в пространстве. При изменении угла  $\gamma_0$  амплитуда тока в фазе изменяется от максимального значения, равного  $(I_1 + I_2)$ , до минимального, равного  $(I_1 - I_2)$ , одновременно изменяется и коэффициент мощности. Зависимости изменения амплитуды тока и коэффициента мощности в фазе  $a$ , рассчитанные для асинхронного двигателя с однофазным ротором, представлены на рис. 2.

<sup>1)</sup> Звездочкой \* обозначаются сопряженные вектора.

Из уравнений (5) следует также, что токи в фазах асинхронного двигателя с несимметричным ротором при  $s = 1,0$  представляют собой несимметричную систему.

Зная характер изменения тока в фазовых обмотках статора можно определить мощность, потребляемую из сети.

Мгновенное значение мощности определяется как произведение соответствующих мгновенных значений токов и напряжений. На основании этого мгновенная мощность фазы  $a$  равна

$$P_a = u_a i_a = U_m \cos t \cdot [I_1 \cos(t - \varphi_1) + I_2 \cos(t - 2\gamma_0 - \varphi_2)].$$

После преобразования получим

$$\begin{aligned} P_a = & \frac{U_m I_1}{2} \cos \varphi_1 + \frac{U_m I_2}{2} \cos(\varphi_2 + 2\gamma_0) + \frac{U_m I_1}{2} \cos(2t - \varphi_1) + \\ & + \frac{U_m I_2}{2} \cos(2t - \varphi_2 - 2\gamma_0). \end{aligned} \quad (8)$$

Из уравнения (8) следует, что активная составляющая мощности в фазе  $a$  равна сумме двух первых членов:

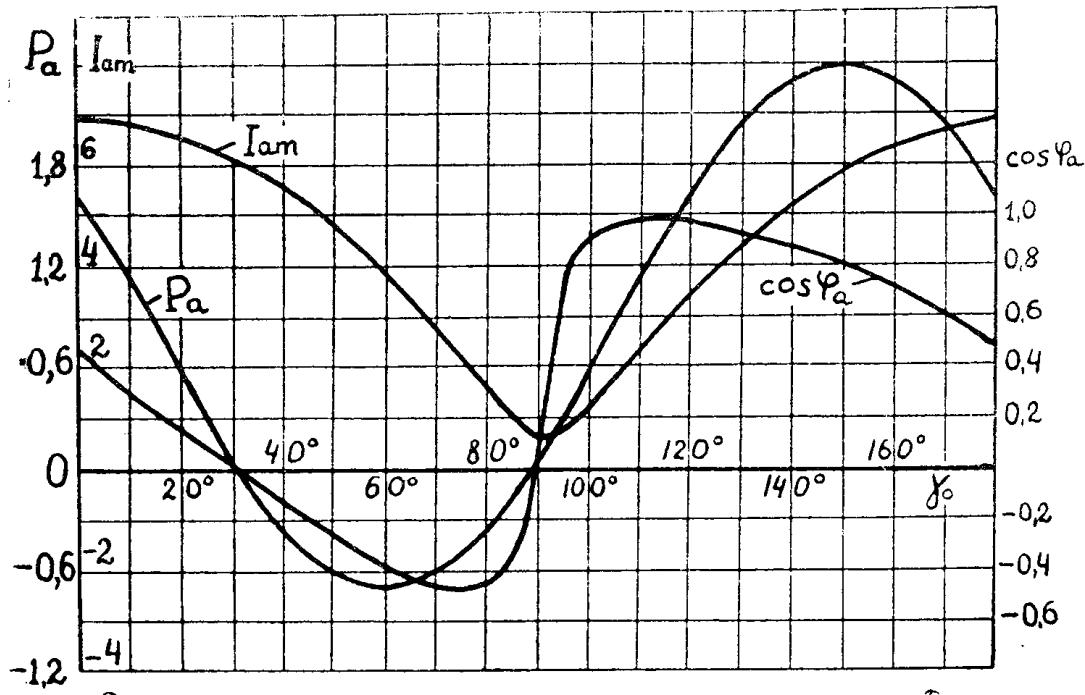


Рис. 2.

$$P_{a1} = \frac{U_m I_1}{2} \cos \varphi_1 + \frac{U_m I_2}{2} \cos(\varphi_2 + 2\gamma_0). \quad (9)$$

Рассматривая последнее уравнение, видим, что активная мощность фазы при неподвижном роторе зависит от положения ротора в пространстве. Это объясняется тем, что первая составляющая уравнения (9) постоянна, а вторая зависит от положения ротора относительно статора, то есть от угла  $\gamma_0$ .

При определенной несимметрии ротора потребляемая мощность может даже изменить знак на противоположный, то есть мощность будет отдаваться в сеть.

Мощность изменяет знак на противоположный, если выполняется следующее условие:

$$I_2 > I_1 \cos \varphi_1. \quad (10)$$

Зависимость изменения активной мощности в фазе  $a$ , рассчитанная для асинхронного двигателя с однофазным ротором, имеющего параметры  $r = 0,042$ ;  $x_d = 2,6$ ;  $T_d = 82$ ;  $T_d' = 4,22$ , представлена на рис. 2. Из приведенной зависимости следует, что активная мощность фазы при изменении положения ротора в пространстве изменяется по синусоидальному закону. В пределах изменения угла  $\gamma_0$  от  $32^\circ$  до  $88^\circ$  мощность отрицательная, то есть генерируется в сеть.

Эти явления можно объяснить следующим образом. Напряжение (1) и ток (4) в фазе  $a$  изобразим в виде векторов, как это представлено на рис. 3. При изменении положения ротора в пространстве

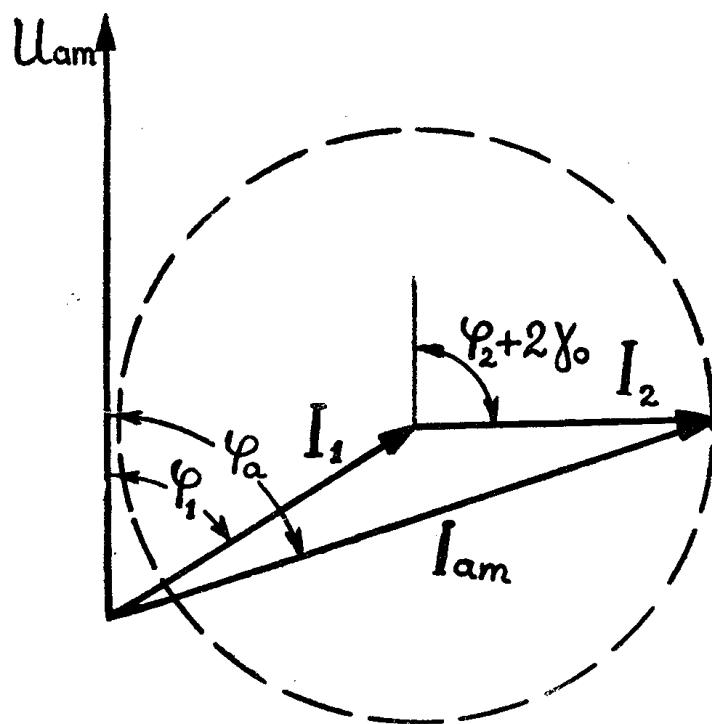


Рис. 3.

угол  $\gamma_0$  изменяется и, следовательно, конец вектора тока  $I_2$  при этом описывает окружность. Из рис. 3 наглядно видно, как при изменении угла  $\gamma_0$  изменяется амплитуда тока  $I_{am}$ , коэффициент мощности  $\cos \varphi_a$ .

При определенном значении угла  $\gamma_0$  мощность, потребляемая из сети, может даже изменить свой знак на противоположный. Это будет иметь место тогда, когда  $\varphi_a$  станет больше  $90^\circ$ . Из рис. 3 ясно, что это возможно лишь при выполнении условия (10).

Аналогично (8) можно определить мгновенную мощность в фазах  $b$  и  $c$ .

$$P_b = u_b i_b = \frac{U_m I_1}{2} \cos \varphi_1 + \frac{U_m I_2}{2} \cos (\varphi_2 + 2\gamma_0 - 240^\circ) +$$

$$+ \frac{U_m I_1}{2} \cos(2t - \varphi_1 - 240^\circ) + \frac{U_m I_2}{2} \cos(2t - \varphi_2 - 2\gamma_0); \quad (11)$$

$$\begin{aligned} P_c = u_c i_c &= \frac{U_m I_1}{2} \cos \varphi_1 + \frac{U_m I_2}{2} \cos(\varphi_2 + 2\gamma_0 - 120^\circ) + \\ &+ \frac{U_m I_1}{2} \cos(2t - \varphi_1 - 120^\circ) + \frac{U_m I_2}{2} \cos(2t - \varphi_2 - 2\gamma_0). \end{aligned} \quad (12)$$

Полная мощность, потребляемая двигателем из сети, равна сумме мгновенных значений мощности в фазах

$$P = u_a i_a + u_b i_b + u_c i_c. \quad (13)$$

Суммируя уравнения (8), (11) и (12) после преобразования, получаем

$$P = 3 \frac{U_m I_1}{2} \cos \varphi_1 + 3 \frac{U_m I_2}{2} \cos(2t - \varphi_2 - 2\gamma_0). \quad (14)$$

Из уравнения (14) следует, что двигатели переменного тока с несимметричным ротором представляют собой неуравновешенную систему.

Первый член уравнения (14) представляет собой активную мощность, потребляемую двигателем из сети

$$P_1 = 3 \frac{U_m I_1}{2} \cos \varphi_1; \quad (15)$$

Из уравнения (15) видно, что полная активная мощность, потребляемая двигателем из сети, постоянна и не зависит от положения ротора в пространстве.

Измерение мощности, потребляемой двигателем, можно производить обычными способами, посредством трех или двух ваттметров. При этом необходимо учитывать, что показания каждого ваттметра при изменении положения ротора в пространстве (угла  $\gamma_0$ ) изменяются и при определенных условиях могут изменить знак на противоположный. Поэтому при определении суммарной мощности нужно учитывать знак показаний мощности каждого ваттметра.

Электромагнитный момент вращения можно определить следующим образом [1]:

$$M = \operatorname{Re} [\mathbf{j} \Psi_s i_s^*]. \quad (16)$$

Подставляя в уравнение (16) значение тока (2) и потокосцеплений (3) после преобразований, получим

$$M = M_c + M_n \sin(2t + \vartheta). \quad (17)$$

где  $M_c = \Psi_1 I_1 \sin(\psi_1 - \varphi_1) + \Psi_2 I_2 \sin(\varphi_2 - \psi_2)$  — средний, постоянный во времени момент;

$$M_n = \sqrt{(\Psi_2 I_1)^2 + (\Psi_1 I_2)^2 + 2(\Psi_1 I_2)(\Psi_2 I_1) \cos(\varphi_2 - \varphi_1 + \psi_2 - \psi_1)}$$

— амплитуда переменной составляющей момента;

$$\vartheta = \operatorname{arc tg} \frac{\Psi_1 I_2 \sin(\varphi_2 + \psi_1 + 2\gamma_0) - \Psi_2 I_1 \sin(\varphi_1 + \psi_2 + 2\gamma_0)}{\Psi_2 I_1 \cos(\varphi_1 + \psi_2 + 2\gamma_0) - \Psi_1 I_2 \cos(\varphi_2 + \psi_1 + 2\gamma_0)}$$

— начальный угол.

Уравнение (17) говорит о том, что электромагнитный момент вращения двигателя переменного тока с несимметричным ротором можно представить (точно так же как и мощность, потребляемую из сети) состоящим из двух составляющих: среднего, постоянного во времени момента и переменного момента, пульсирующего во времени с двойной частотой сети.

Средний момент не зависит от положения ротора в пространстве

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Е. В. Кононенко. Исследование асинхронных режимов работы машин переменного тока с несимметричным ротором. Известия вузов, "Электромеханика" № 2, 1960.

Поступила в редакцию  
в мае 1962 г.