

ВЛИЯНИЕ НЕЛИНЕЙНОСТИ СОПРОТИВЛЕНИЯ ЩЕТОЧНОГО КОНТАКТА НА ПРОЦЕСС САМОВОЗБУЖДЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАШИННОГО УСИЛИТЕЛЯ С ПОПЕРЕЧНЫМ ПОЛЕМ НА ХОЛОСТОМ ХОДУ

В. П. ЛАГУНОВ

(Представлено научным семинаром электромеханического факультета)

В ряде источников указывается, что при линейном рассмотрении параметров электромашинного усилителя с поперечным полем (рис. 1), самовозбуждение его в режиме холостого хода наступает при сдвиге щеток поперечной оси против направления вращения на угол $\beta > \beta_k$, где угол β_k соответствует такому сдвигу щеток, при котором в усилителе возникает подмагничивающая составляющая поперечной реакции якоря, точно компенсирующая влияние размагничивающего действия вихревых токов и гистерезиса в сердечнике якоря, падения напряжения и реакции коммутационных токов в поперечной цепи якоря.

Естественно, что при таком линейном рассмотрении параметров усилителя, можно говорить только о мягком самовозбуждении усилителя, т. е. о таком, которое происходит под влиянием бесконечно малого внешнего воздействия. Причем, увеличение продольной э. д. с. E_3 происходит до того момента, пока магнитная система усилителя не получит полного насыщения, при этом процесс самовозбуждения прекращается. Таким образом, при линейном

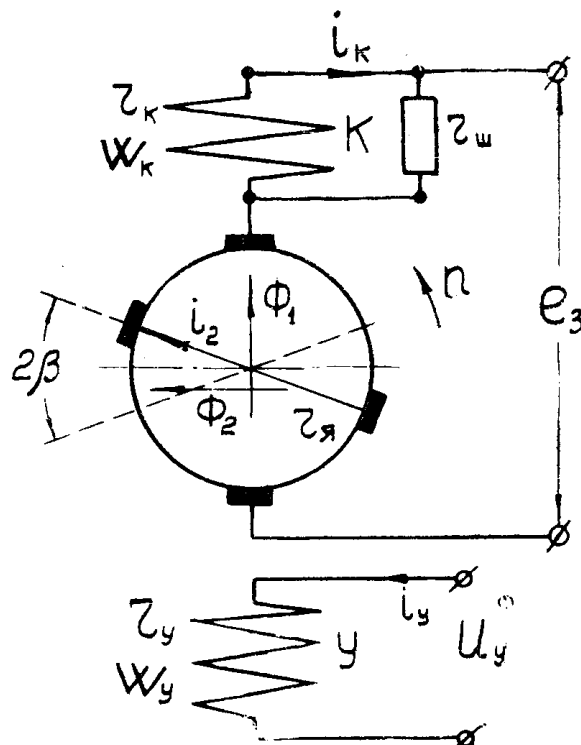


Рис. 1. Схема электромашинного усилителя поперечного поля. Y — обмотка управления; K — компенсационная обмотка; $ч_{ш}$ — шунтирующий реостат для компенсационной обмотки.

рассмотрении параметров усилителя, в зависимости от величины угла сдвига β , может существовать два вида различных по качеству переходных процесса:

1. При $\beta < \beta_k$ — переходный процесс устойчивый.
2. При $\beta > \beta_k$ — неустойчивый переходный процесс или процесс мягкого самовозбуждения.

Целью настоящей работы является анализ влияния нелинейности сопротивления щеточного контакта на процесс самовозбуждения.

Одной из основных нелинейностей, которые существенно влияют на работу усилителя, является нелинейность сопротивления щеточного контакта, определяющее переходное падение напряжения $\Delta u = f(j)$. Поскольку в поперечной цепи устанавливаются точно такие же щетки, как и в продольной, то они работают при сниженных в три-четыре раза плотностях тока, обуславливая работу усилителя в зоне существенной нелинейности сопротивления щеточного контакта. Следует отметить также, что сопротивление щеточного контакта существенно влияет на общее сопротивление поперечной цепи якоря, придавая ему нелинейный характер, так как оно вполне соизмеримо с сопротивлением обмотки якоря.

Кроме того, переходное сопротивление щеточного контакта в значительной степени определяет величину добавочного тока коммутации, создающего намагничивающую силу реакции коммутационных токов [1] $F_z = f_2(i_2)$, придавая ей нелинейный характер, особенно в области малых токов i_2 (рис. 2). В свою очередь, намагничивающая сила F_z

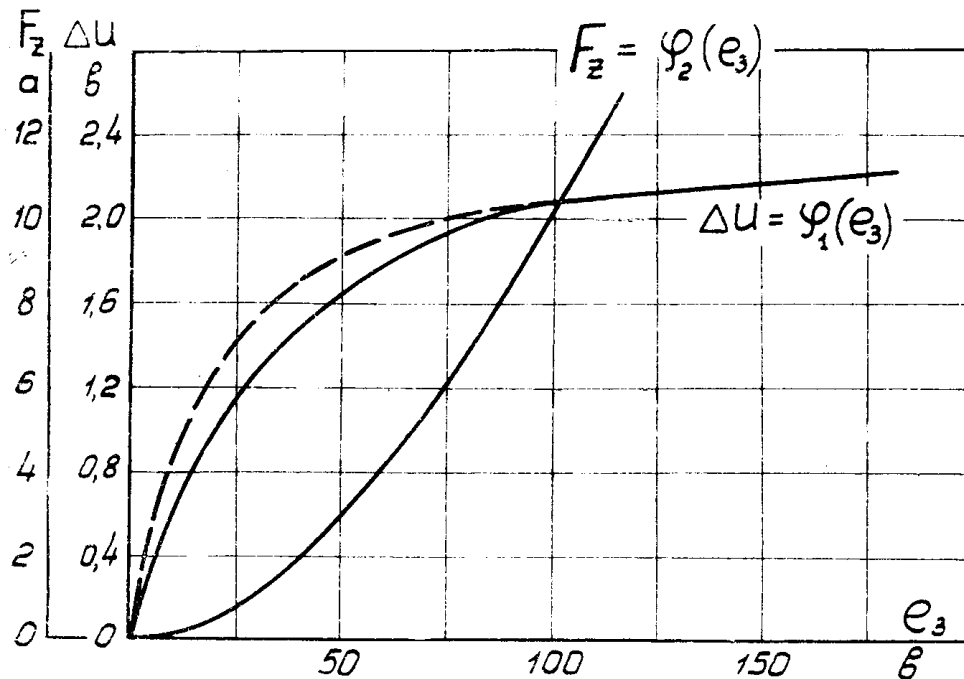


Рис. 2. Кривые переходного падения напряжения Δu на пару щеток и намагничивающей силы реакции коммутационных токов F_z в поперечной цепи усилителя.

оказывает значительное влияние на баланс намагничивающих сил продольной оси.

Таким образом, нелинейность щеточного контакта поперечной цепи усилителя существенно влияет на его работу и должна учитываться при исследовании переходных процессов, в том числе и процессов самовозбуждения.

При изучении процесса самовозбуждения очень важно выяснить возможность возникновения этого процесса и поэтому необходимо достаточно точно описать аналитически динамические свойства усилителя, особенно в начале этого процесса. По этой причине, в первую очередь, необходимо учесть нелинейность щеточного контакта поперечной цепи якоря.

В то же самое время без большой погрешности можно принять магнитную систему по продольной и поперечной осям усилителя ненасыщенной и считать параметры обмоток неизменными.

При сделанных допущениях динамические свойства усилителя в режиме холостого хода описываются следующей системой уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \Phi_1 &= \lambda_1 w_y i_y + \lambda_1 w_k i_k - \lambda_1 w_c i_2 \mp \lambda_1 x w_a i_2 - \lambda_1 f_2(i_2), \\ \Phi_2 &= \lambda_2 w_a i_2, \\ \sigma_k w_k \frac{d\Phi_1}{dt} + R_k i_k &= 0, \\ c\Phi_1 - r_a i_2 - f_1(i_2) - \sigma_a w_a \frac{d\Phi_2}{dt} &= 0, \\ U_y - r_y i_y - \sigma_y w_y \frac{d\Phi_1}{dt} &= 0, \\ e_3 &= c\Phi_2, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где λ_1, λ_2 — магнитные проводимости по продольной и поперечной осям;
 $w_c i_2$ — намагничивающая сила за счет потерь в стали якоря;

$x = \frac{2p\beta}{\pi}$ — относительное смещение с нейтральной щеток поперечной цепи

(β — угол смещения, p — число пар полюсов);

$f_2(i_2)$ — намагничивающая сила за счет реакции коммутационных токов в поперечной цепи;

$f_1(i_2)$ — переходное падение напряжения в щеточном контакте поперечной цепи;

$\sigma_y, \sigma_k, \sigma_a$ — коэффициенты рассеяния обмоток управления, компенсационной и якоря;

c — коэффициент пропорциональности между э. д. с. и потоком.

Система уравнений (1) может быть сведена к системе из двух уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{de_2}{dt} &= \frac{\kappa_y}{T_y + T_k} U_y - \frac{1}{T_y + T_k} e_2 - \frac{1}{T_y + T_k} \left[A e_3 \pm B \beta e_3 + C \varphi_2(e_3) \right], \\ \frac{de_3}{dt} &= \frac{\kappa_{2a}}{T_a} e_2 - \frac{1}{T_a} \left[e_3 \mp \kappa_{2a} \varphi_1(e_3) \right], \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где $\kappa_y = \frac{w_y \lambda_1 c}{r_y}$ — коэффициент передачи по напряжению первой ступени усилителя;

$T_k = \frac{L_k}{R_k}$ — постоянная времени контура компенсационной обмотки

($R_k = r_k + r_{ш}$);

$T_y = \frac{L_y}{r_y}$ — постоянная времени цепи обмотки управления.

Остальные коэффициенты равны:

$$A = \frac{\lambda_1 \omega_c}{\lambda_2 \omega_{я}}; \quad B = \frac{\lambda_1 \cdot 2}{\lambda_2 \cdot \pi}; \quad C = \lambda_1 C;$$

$$K_{2я} = \frac{\lambda_2 \omega_{я} C}{r_{я}}; \quad T_{я} = \frac{L_{я}}{r_{я}}.$$

В системе (2) вместо функций $f_1(i_2)$ и $f_2(i_2)$ произведен переход к функциям $\varphi_1(e_3)$ и $\varphi_2(e_3)$, так как э. д. с. e_3 линейно связана с током i_2 . Указанные функции для усилителя ЭМУ-5П представлены на рис. 2. С целью исследования процессов самовозбуждения, которые могут возникнуть в данной динамической системе, рассмотрим ее свободное движение. В этом случае ее динамические свойства описываются системой дифференциальных уравнений (3)

$$\left. \begin{aligned} \frac{de_2}{dt} &= -\frac{1}{T_y + T_k} e_2 - \frac{1}{T_y + T_k} \left[A e_3 + B \varphi_1 e_3 + C \varphi_2(e_3) \right] = P(e_2, e_3), \\ \frac{de_3}{dt} &= -\frac{\kappa_{2я}}{T_{я}} e_2 - \frac{1}{T_{я}} \left[e_3 + \kappa_{2я} \varphi_1(e_3) \right] = Q(e_2, e_3). \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Таким образом, поведение усилителя в режиме холостого хода эквивалентно движению в автономных динамических системах второго порядка, которое отображается двумя нелинейными дифференциальными уравнениями первого порядка.

Для математического изучения движений подобных динамических систем еще недостаточно систем дифференциальных уравнений (3), необходимо еще знать многообразие возможных состояний рассматриваемой системы, иначе говоря, ее фазовое пространство, точки которого взаимно однозначны и непрерывно соответствуют состояниям системы [2].

Если разделить одно из уравнений (3) на другое, то можно исключить время и получить одно нелинейное уравнение первого порядка (4)

$$\frac{de_3}{de_2} = \frac{Q(e_2, e_3)}{P(e_2, e_3)} = f(e_2, e_3). \quad (4)$$

Решение этого уравнения $F(e_2, e_3) = C$ (C — постоянная интегрирования) дает семейство его интегральных кривых, т. е. таких кривых на плоскости e_2, e_3 , которые в каждой своей точке имеют наклон касательной, определяемый уравнением (4).

Вследствие аналитичности функций $P(e_2, e_3)$ и $Q(e_2, e_3)$, через каждую точку плоскости e_2, e_3 проходит одна и только одна интегральная кривая уравнения (4), за исключением, быть может, особых точек этого уравнения, где оно теряет смысл. В рассматриваемом нами случае особыми точками являются только те точки, в которых функции $P(e_2, e_3) = 0$ и $Q(e_2, e_3) = 0$, т. е. только состояние равновесия системы (3). В них интегральные кривые могут пересекаться. Значит, для отыскания на фазовой плоскости состояния равновесия нужно найти те точки фазовой плоскости, где фазовая скорость равняется нулю, или иначе, нужно найти точки пересечения кривых

$$P(e_2, e_3) = 0, \quad Q(e_2, e_3) = 0. \quad (5)$$

Таким образом, состояние равновесия рассматриваемой динамической системы есть особые точки семейства интегральных кривых на фазовой плоскости.

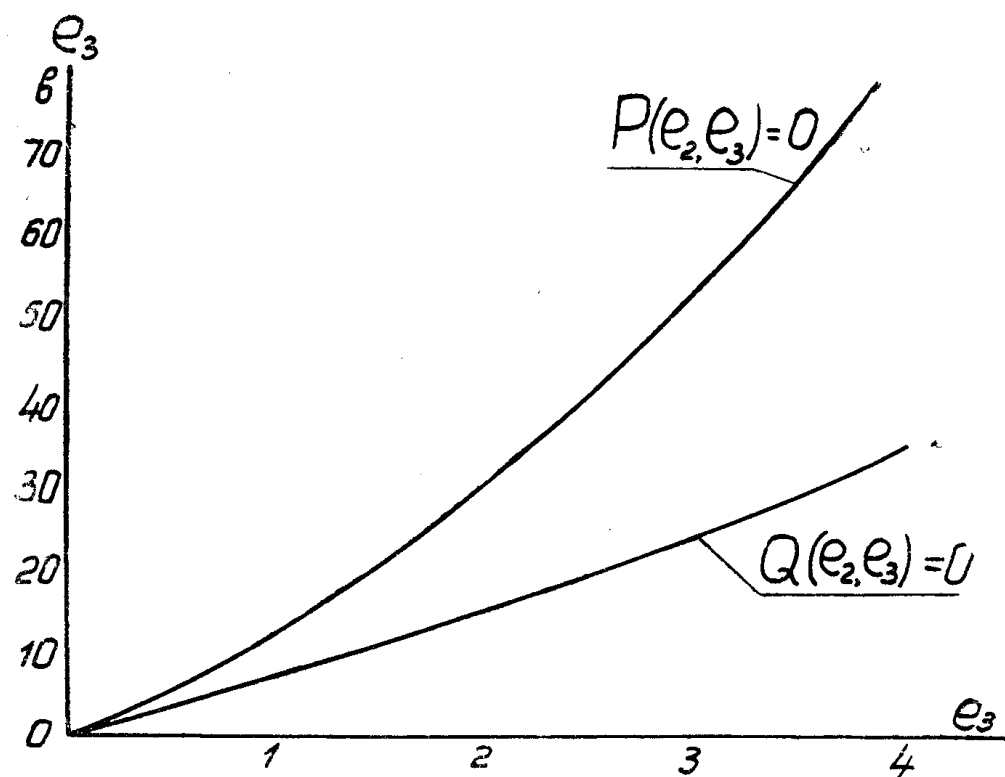


Рис. 3. Функции $P(e_2, e_3) = 0$ и $Q(e_2, e_3) = 0$ при сдвиге щеток на угол $\beta = 6^\circ 45'$.

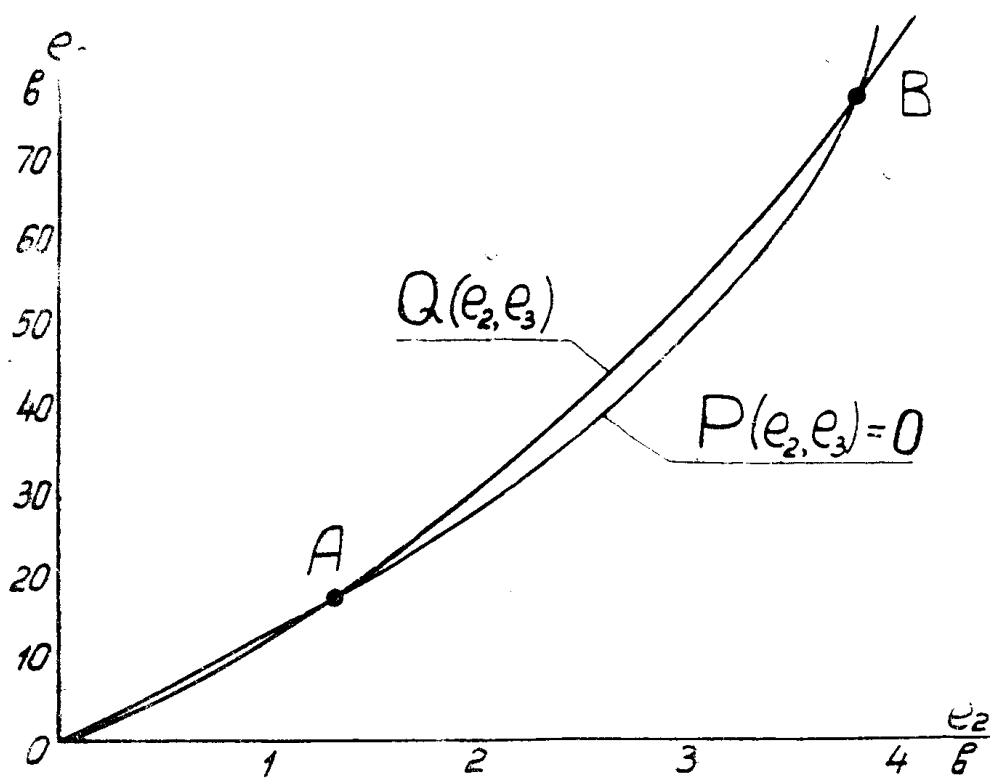


Рис. 4. Функции $P(e_2, e_3) = 0$ и $Q(e_2, e_3) = 0$ при сдвиге щеток на угол $\beta = 4^\circ 45'$.

На рис. 3 и 4 представлены кривые (5) для усилителя ЭМУ-5П (параметры его указаны в примечании) при сдвиге щеток поперечной цепи против направления вращения якоря, соответственно на угол $\beta = 6^\circ 45'$ и $\beta = 4^\circ 45'$. Особыми точками на рис. 3 является начало координат 0, а на рис. 4 точки O, A и B.

Для исследования устойчивости состояний равновесия воспользуемся аналитическим методом, разработанным Пуанкаре и Ляпуновым [2]. Сущность его в следующем. Пусть нас интересует устойчивость состояния равновесия в точке e_{20}, e_{30} (e_{20}, e_{30} — координаты особых точек). Так как при анализе устойчивости нас интересует характер движений при наличии некоторых отклонений от состояния равновесия, то для удобства выкладок введем вместо переменных e_2, e_3 новые зависимые переменные ξ, η , определив их как смещение относительно положения равновесия на фазовой плоскости

$$e_3 = e_{30} + \eta, \quad e_2 = e_{20} + \xi. \quad (6)$$

Переходя от переменных e_2, e_3 к переменным ξ, η в уравнениях (3) получим

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\xi}{dt} &= -\frac{1}{T_Y + T_K} (e_{20} + \xi) - \frac{1}{T_Y + T_K} \left[A (e_{30} + \eta) \pm B \beta (e_{30} + \eta) + C \varphi_2 (e_{30} + \eta) \right], \\ \frac{d\eta}{dt} &= \frac{\kappa_{2я}}{T_я} (e_{20} + \xi) - \frac{1}{T_я} \left[(e_{30} + \eta) + \kappa_{2я} \varphi_1 (e_{30} + \eta) \right]. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Разложим $\varphi_1(e_{30} + \eta)$ и $\varphi_2(e_{30} + \eta)$ в ряд Тейлора и, ограничиваясь первыми двумя членами ряда, получим

$$\varphi_1(e_{30} + \eta) = \varphi_1(e_{30}) + \eta \frac{d[\varphi_1(e_{30})]}{dt} + \dots = \varphi_1(e_{30}) + \rho_1 \eta,$$

$$\varphi_2(e_{30} + \eta) = \varphi_2(e_{30}) + \eta \frac{d[\varphi_2(e_{30})]}{dt} + \dots = \varphi_2(e_{30}) + \rho_2 \eta,$$

где $\rho_1 = \frac{d[\varphi_1(e_{30})]}{dt}$ — тангенс угла наклона характеристики $\varphi_1(e_3)$

в точке, соответствующей состоянию равновесия;

$\rho_2 = \frac{d[\varphi_2(e_{30})]}{dt}$ — тангенс угла наклона характеристики $\varphi_2(e_3)$ в точке,

соответствующей состоянию равновесия.

Учитывая, что e_{20} и e_{30} удовлетворяют условию (5) и все члены, их содержащие, дадут в сумме нуль, получим систему линейных уравнений с постоянными коэффициентами, так называемую систему уравнений первого приближения (8)

$$\frac{d\xi}{dt} = a\xi + b\eta, \quad \frac{d\eta}{dt} = c\xi + d\eta, \quad (8)$$

где

$$a = -\frac{1}{T_Y + T_K}; \quad b = -\frac{A \pm B\beta + C\rho_2}{T_Y + T_K};$$

$$d = -\frac{1 - \kappa_{2я}\rho_1}{T_я}; \quad c = \frac{\kappa_{2я}}{T_я}.$$

Решение системы уравнений (8) будет известно, если известны корни характеристического уравнения (9)

$$\lambda^2 - (a + d)\lambda + (ad - bc) = 0,$$

или

$$\lambda^2 + \sigma\lambda + \Delta = 0. \quad (9)$$

Ляпунов показал, что в случае, если оба корня этого уравнения имеют отличные от нуля действительные части, то исследование уравнений первого приближения, полученных путем отбрасывания нелинейных членов, всегда дает правильный ответ на вопрос об устойчивости состояния равновесия в системе (2).

Именно, если оба корня имеют отрицательную действительную часть и если, следовательно, все решения уравнений первого приближения затухают, то состояние равновесия будет устойчивым; если же хотя бы один корень имеет положительную действительную часть, т. е. если система уравнений первого приближения имеет нарастающие решения, то состояние равновесия неустойчиво [2].

В системах, подобных рассматриваемой, возможны следующие состояния равновесия:

1. $\Delta > 0, \sigma^2 - 4\Delta > 0$. Корни характеристического уравнения (9) действительные и одинаковых знаков. Состояние равновесия — узел (устойчивый при $\sigma > 0$).

2. $\Delta < 0$. Корни характеристического уравнения действительные и разных знаков. Состояние равновесия — седло.

3. $\Delta > 0, \sigma^2 - 4\Delta < 0, \sigma \neq 0$. Корни (9) комплексные сопряженные. Состояние равновесия — фокус (устойчивый при $\sigma > 0$).

Обращаясь к перечисленным состояниям равновесия 1–3 и учитывая, что в рассматриваемой системе при всех условиях $\sigma > 0$, можно прийти к заключению, что процесс самовозбуждения происходит лишь в случае, когда $\Delta < 0$. Анализ выражения Δ показывает, что отрицательным оно может стать в случае, когда щетки поперечной цепи сдвинуты против направления вращения якоря (в выражении для Δ перед коэффициентом B в этом случае ставится знак минус).

Таким образом, $\Delta = 0$ является граничным условием возникновения процесса самовозбуждения в системе. Из выражения $\Delta = 0$ можно определить критический угол β'_k (10), при превышении которого при определенных условиях в системе может произойти процесс самовозбуждения

$$\beta'_k = \frac{1}{B} \left[\frac{1}{\kappa_{2я}} + A + \rho_1 + C\rho_2 \right]. \quad (10)$$

Очевидно, что β_k для конкретного усилителя целиком зависит от ρ_1 и ρ_2 . Придавая различные значения ρ_1 и ρ_2 согласно рис. 2 и 3 (значения ρ_1 и ρ_2 между собой взаимосвязаны), можно найти критический угол β'_k при различных значениях ρ_1 и ρ_2 и построить график $\beta'_k = f_1(\rho_1)$. Рис. 5 дает возможность просто определить области устойчивых и неустойчивых состояний равновесия при определенном угле поворота щеток поперечной цепи β . На рис. 5 область устойчивых состояний равновесия можно разделить на две части, одна (II) из которых имеет состояние равновесия в виде устойчивого узла, а другая (I) — в виде устойчивого фокуса. Границей этих двух частей является кривая $\beta''_k = f_2(\rho_1)$, найденная из выражения $\sigma^2 - 4\Delta = 0$.

$$\beta''_k = \frac{1}{B} \left[A + C\rho_2 - \frac{(1 + aT_{я} + \kappa_{2я}\rho_1)^2}{4acT_{я}^2} \right]. \quad (11)$$

Таким образом, при различном повороте щеток поперечной цепи

против направления вращения в усилителе возможны три типа состояний равновесия (рис. 5):

1. Устойчивые фокусы (область I).
2. Устойчивые узлы (область II).
3. Седла (область III).

В результате вышепроведенного анализа была выяснена качественная сторона особых точек, которые могут существовать в усилителе при сдвиге щеток поперечной цепи против направления вращения якоря.

Для полного представления о всех возможных движениях в рассматриваемой динамической системе необходимо еще знать ее фазовое пространство. Для этого необходимо иметь семейство интегральных кривых, уравнение которых получают решением (4).

Но до сего времени не существует регулярных методов интегрирования нелинейных дифференциальных уравнений в общем виде.

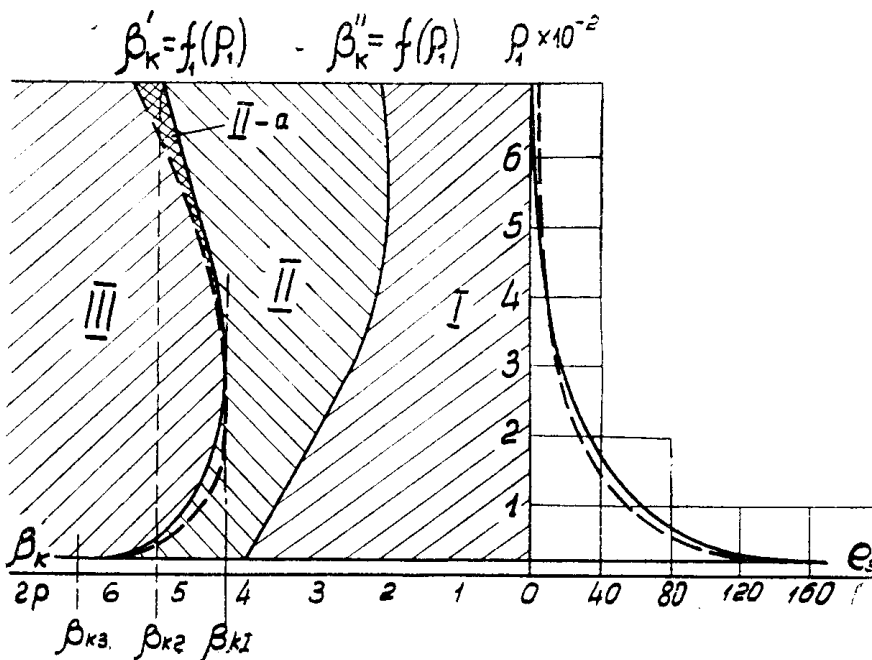


Рис 5. Диаграмма состояний равновесий в зависимости от угла сдвига щеток усилителя.

а вместе с тем и строгих методов построения фазового портрета исследуемой нелинейной динамической системы. Поэтому для исследования аналогичных систем часто наиболее простым является метод приближенного графического интегрирования; т. е. метод построения приближенного фазового портрета данной динамической системы. Наиболее подходящим для наших целей приемом приближенного графического интегрирования является метод изоклин.

Кривые $f(e_2, e_3) = \Theta = \text{const}$ (4) на фазовой плоскости представляют собой геометрическое место таких точек, через которые все отыскиваемые нами интегральные кривые проходят под одним и тем же углом к оси абсцисс, именно под углом, тангенс которого равен Θ . Поэтому кривые $f(e_2, e_3) = \Theta$ и носят название изоклин (кривых равного наклона). Придавая Θ различные численные значения, можно построить на фазовой плоскости семейство изоклин разыскиваемых интегральных кривых. На рис. 6 и 7 представлена фазовая плоскость в области особых точек O , A и B , изображенных на рис. 4. Из рассмотрения рис. 6 и 7 можно заключить, что в случае сдвига шеток

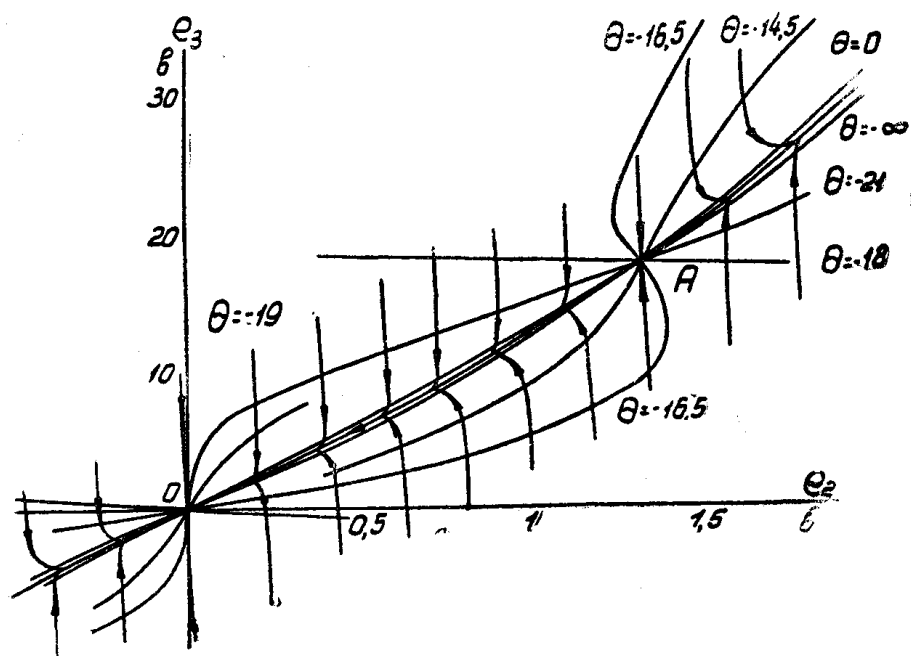


Рис. 6. Фазовая диаграмма с двумя особыми точками: O — устойчивый узел, A — седло.

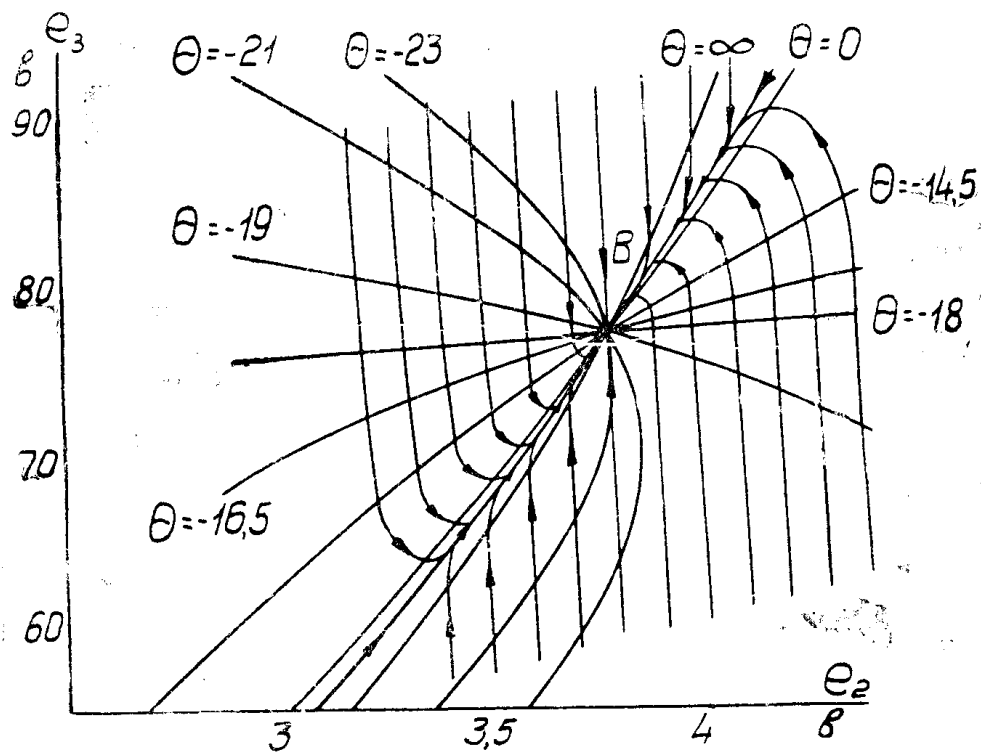


Рис. 7. Фазовая диаграмма с особой точкой B типа устойчивого узла.

поперечной оси на угол $\beta = 45^\circ$, мы получаем следующие особые точки: O и B — устойчивые узлы, а A — седло. На рис. 8 представлена осциллограмма для рассматриваемого случая. Из нее видно, что при подаче импульса амплитудой $i_y = 0,9 \text{ ма}$ и продолжительностью $0,18 \text{ сек}$ процесс самовозбуждения не возникает (рис. 8, кривая 1), и система возвращается в первоначальное состояние (в устойчивый узел O рис. 6).

При подаче же импульса той же продолжительности, но с амплитудой $i_y = 1,2 \text{ ма}$ изображающая точка по соответствующей фазовой траектории пойдет к устойчивому узлу B (рис. 7), асимптотически приближаясь к нему, и в усилителе будет происходить процесс самовозбуждения (рис. 8, кривая 2).

Таким образом, если импульс имел достаточно большую амплитуду и длительность, то он переведет усилитель из состояния равновесия O в состояние равновесия B .

Рассмотрение фазовых портретов (рис. 6 и 7) и диаграммы (рис. 5) дает возможность сделать заключение, что в зоне сдвига щеток от $\beta_{к1}$ до $\beta_{к2}$ мы имеем случай жесткого самовозбуждения, т. е. такого

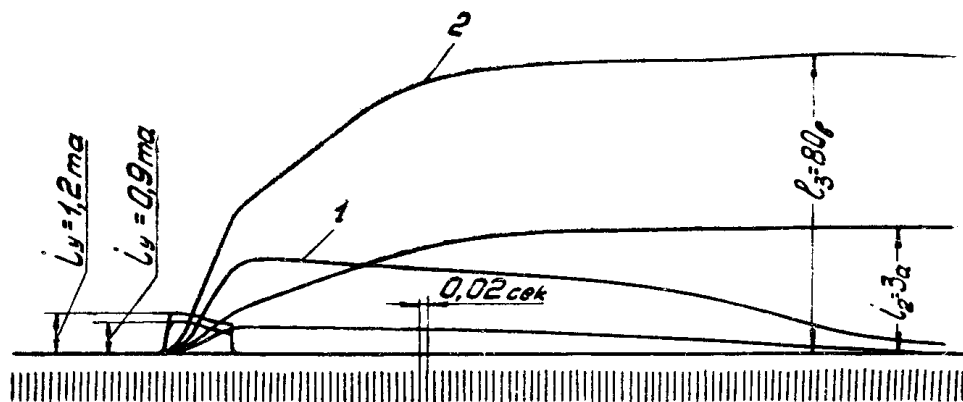


Рис. 8. Осциллограмма переходного режима усилителя. Кривая 1 — при импульсе $i_y = 0,9 \text{ ма}$. Кривая 2 — при импульсе $i_y = 1,2 \text{ ма}$.

самовозбуждения, которое может возникнуть при подаче системе импульса, определенного по амплитуде и продолжительности.

Из рассмотрения рис. 5 следует:

1. При $\beta < \beta_{к1}$ в системе существуют только устойчивые состояния равновесия.

2. При $\beta > \beta_{к1}$ могут быть как устойчивые, так и неустойчивые состояния равновесия.

3. При $\beta_{к2} > \beta > \beta_{к1}$ может существовать режим жесткого самовозбуждения.

4. При $\beta > \beta_{к2}$ режим мягкого самовозбуждения. Причем при $\beta > \beta_{к2}$ процесс самовозбуждения происходит до тех пор, пока магнитная система усилителя не получит полного насыщения.

Из проведенного анализа видно, что процесс самовозбуждения в сильной степени определяется величиной сопротивления щеточного контакта, которая зависит от многих факторов. К ним относятся: сорт щеток, температура коллектора, вибрация, атмосферное давление и т. д. [3]. Так, например, усилитель, настроенный в холодном состоянии (пунктирные линии рис. 2 и 5) на максимальный коэффициент усиления, путем сдвига щеток поперечной оси против направления вращения якоря, близком к критическому, может при нагреве перейти в режим жесткого или даже мягкого самовозбуждения, так как

участок II-а устойчивой области II при нагреве переходит в неустойчивую область III (рис. 5).

Таким образом, учет лишь одного фактора (температуры), влияющего на сопротивление щеточного контакта, говорит о том, что динамические свойства системы, в том числе и процесс самовозбуждения, при этом существенно изменяются.

Проведенное рассмотрение процессов самовозбуждения электромашиных усилителей с поперечным полем с учетом нелинейности щеточного контакта позволяет сделать следующие выводы:

1. Учет нелинейности сопротивления щеточного контакта электромашиного усилителя с поперечным полем дает возможность качественно исследовать характер процесса самовозбуждения и выявить наличие жесткого самовозбуждения, который существует при определенном сдвиге щеток, лежащем в пределах $\beta_{к1} \div \beta_{к2}$.

2. При сдвиге щеток $\beta > \beta_{к2}$ усилитель работает в зоне мягкого самовозбуждения.

3. На характер процесса самовозбуждения, при определенном сдвиге щеток, в сильной степени влияет состояние щеточного контакта поперечной цепи якоря.

4. При увеличении нелинейности щеточного контакта критический угол мягкого и жесткого самовозбуждения возрастает, и наоборот.

5. Ввиду того, что нелинейность сопротивления щеточного контакта при изменении температуры коллектора, не остается постоянной, критический угол β_k также изменяется. Так, при увеличении температуры коллектора нелинейность щеточного контакта уменьшается, критический угол β_k также уменьшается, иными словами, усилитель, работающий устойчиво при низкой температуре, может потерять устойчивость и перейти в режим самовозбуждения.

Примечание. Экспериментальная проверка математического исследования процессов самовозбуждения проводилась на усилителе ЭМУ-5П с номинальными данными $P = 0,7 \text{ кВт}$, $U = 115 \text{ в}$, $n = 5000 \text{ об/мин}$. Значение коэффициентов, которые использовались в расчете, даны в нижеприведенной таблице.

A	B	C	$\kappa_{2я}$	$T_{я}$	T_y
0,0462	0,0278	0,424	41,6	0,137	0,06

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. В. Виноградов, Ф. А. Горяинов и П. С. Сергеев. Проектирование электрических машин. ГЭИ, 1956.
2. А. А. Андреев, А. А. Витт и С. Э. Хайкин. Теория колебаний. Москва, 1959.
3. М. Д. Белкин и С. Г. Штыхнов. Щетки для электрических машин, их производство и применение. ГЭИ, 1952.

Поступила в редакцию
в июне 1962 г.