

РАСЧЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ СТАТОРА ЕМКОСТНОГО ГЕНЕРАТОРА С ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИМ РОТОРОМ

В. А. ЛУКУТИН, Ю. И. АЛЕКСЕЕВ

(Представлена научным семинаром каф. ТОЭ)

Емкостный, или как его часто именуют [2], электростатический генератор с диэлектрическим ротором (ЭСГД), является источником высокого напряжения, т. е. это высоковольтный аппарат, преобразующий механическую энергию в электрическую путем переноса зарядов из зарядной системы, называемой системой возбуждения, в разрядную систему, называемую высоковольтной. Следовательно, как и любое высоковольтное устройство, емкостный генератор должен быть выполнен так, чтобы градиент потенциала в любой точке рабочего объема его не достигал критического значения, при котором начинается процесс ионизации. В связи с этим возникает необходимость в расчете электрических полей довольно сложной конфигурации. Точное решение поставленной задачи представляет определенные трудности, поэтому ниже предлагается приближенное аналитическое решение.

Принципиальная схема генератора с диэлектрическим ротором изображена в [2]. Там же описан принцип работы такого устройства. Следует отметить, что если заряд наносится на поверхность ротора с одной стороны, что соответствует одностороннему расположению ионизатора, то в рабочем процессе фактически участвует только половина боковой поверхности ротора. Такой генератор можно рассматривать как машину с несимметричным расположением ионизатора и индуктора относительно ротора (НЭСГД). Если же индукторы расположить по обе стороны от ротора, а в середине его поместить ионизатор, то удобно рассмотреть его как машину с симметричным расположением ионизатора и индукторов относительно ротора (СЭСГД).

В том и другом случае потенциал в любой точке рабочего объема генератора будет определяться зарядами ионизатора возбуждения (поле ионизатора), зарядами ротора (поле ротора) и зарядами проводящего статора (поле статора), как это частично принято в [3, 4].

В работе приняты следующие допущения:

1. Нет утечки заряда с поверхности ротора при перемещении элемента его поверхности из зоны возбуждения в высоковольтную.
2. Поле генератора удовлетворяет условиям квазистационарности.
3. Распределение потенциала вдоль статорной поверхности между индукторами равномерное.

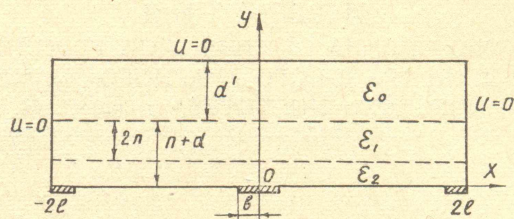


Рис. 1

Согласно методу наложения и сделанным допущениям, потенциал в любой точке рабочего объема машины можно записать:

$$U(x, y) = U_c(x, y) + U_p(x, y) + U_u(x, y), \quad (1)$$

где

$U(x, y)$ — суммарное значение потенциала в данной точке;

$U_c(x, y)$ — составляющая электрического поля, создаваемая зарядами статора;

$U_p(x, y)$ — составляющая потенциала, полученная от зарядов ротора;

$U_u(x, y)$ — составляющая поля от зарядов ионизатора.

В данной работе ограничимся рассмотрением поля статора. Расчетная область может быть получена, если разрезать цилиндрический или дисковый генератор радиальной плоскостью, а затем развернуть в полосу, взяв за основу $2l$ — расстояние между серединами индуктора возбуждения и высоковольтного индуктора, как это показано на рис. 1. Ось « y » направлена через середину высоковольтного индуктора, имеющего потенциал U_n . Ось « x » — по поверхности статорной пластины генератора. На рис. 1 обозначено:

$2b$ — ширина индуктора;

$2l$ — расстояние между соседними высоковольтным и низковольтным индукторами вдоль статора;

ϵ_0 — диэлектрическая проницаемость в зазоре между ротором и кожухом генератора;

ϵ_1 — диэлектрическая проницаемость тела ротора;

ϵ_2 — диэлектрическая проницаемость зазора ротор-статор;

$2n$ — толщина ротора;

d — половина толщины ротора, сложенная с зазором ротор-статор;

d' — зазор ротор-кожух генератора.

Согласно [2, 3, 4] в любом нагрузочном режиме изменение потенциала вдоль внутренней поверхности статора (обращенной к ротору) подчинено определенному закону. Для выравнивания потенциала по ротору, как это указано в [2, 3], необходимо обеспечить его равномерное распределение по статору. В этом случае тангенциальная составляющая напряженности электрического поля вдоль поверхности статора имеет одну и ту же величину.

Учитывая сказанное, закон распределения потенциала вдоль статорной поверхности при $y=0$ и $-2l \leq x \leq 2l$ можно записать так:

$$f(x) = C_0 + C_2 \cdot P_2 + C_4 \cdot P_4 + \dots + C_k \cdot P_k, \quad (2)$$

где

P_k — полиномы Лежандра первого рода,

C_k — неизвестные коэффициенты, определяемые обычным способом.

На других границах области потенциал равен нулю. Уместно отметить, что при $x = \pm 2l$ на линии индуктор возбуждения-кожух генератора потенциал отличен от нуля. Практика моделирования в электролитиче-

ской ванне показала, что величина потенциала будет столь мала, что не сказывается на распределении потенциала в зоне, прилежащей к высоковольтному индуктору.

Следовательно, определение потенциала внутри расчетной области в данном случае сводится к решению задачи Дирихле для уравнения Лапласа при заданных граничных условиях:

$$\Delta U = 0, \text{ при } U = \begin{cases} f(x), & y = 0 \\ 0 & x = \pm 2l \\ 0 & y = d + d' + n. \end{cases} \quad (3)$$

Из [1, 3] известно, что интегрирование дифференциального уравнения можно заменить задачей отыскания функции, сообщающей минимальное значение некоторому функционалу (вариационный метод). При отыскании минимизирующей последовательности воспользуемся методом Ритца. Для этого необходимо выбрать комбинацию координатных функций, удовлетворяющих следующим условиям:

1. Функции должны быть дважды дифференцируемы.
2. Должны обращаться в нуль на границе области.
3. Должны быть полны по энергии.

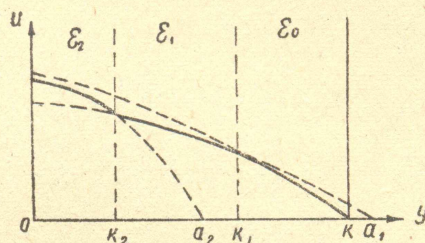


Рис. 2

Вследствие того, что ищется закон изменения потенциала в трех средах с разными диэлектрическими проницаемостями, то решение для каждой из сред будет справедливо в пределах однородного диэлектрика. Качественный график распределения потенциала при $x=0$ и $U=f(y)$ показан на рис. 2, а координатные функции для каждого из диэлектриков, удовлетворяющие перечисленным выше условиям, можно записать в таком виде:

$$U_2(x, y) = U_n \cdot f(x) \frac{(a_2^2 - y^2)}{a_2^2} + A_1(a_2^2 - y^2) \cdot y^2 \cdot [(2l)^4 - x^4] + A_2 \cdot (a_2^2 - y^2) \cdot y^2 \cdot [(2l)^8 - x^8], \text{ при } 0 \leq y \leq \kappa_2; \quad (4)$$

$$U_1(x, y) = M \cdot U_n \cdot f(x) \cdot (a_1^2 - y^2) + B_1(a_1^2 - y^2)y^2 \cdot [(2l)^4 - x^4] + B_2(a_1^2 - y^2) \cdot y^2 \cdot [(2l)^8 - x^8], \text{ при } \kappa_2 \leq y \leq \kappa_1; \quad (5)$$

$$U_0(x, y) = N \cdot U_n \cdot f(x) \cdot (\kappa^2 - y^2) + C_1(\kappa^2 - y^2) \cdot y^2 \cdot [(2l)^4 - x^4] + C_2 \cdot (\kappa^2 - y^2) \cdot y^2 \cdot [(2l)^8 - x^8], \text{ при } \kappa_1 \leq y \leq \kappa. \quad (6)$$

В (4), (5), (6) входят неизвестные коэффициенты при координатных функциях $A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2$, подлежащие определению, а также M и N — коэффициенты, связывающие величину потенциала на границе смежных областей с разными диэлектрическими проницаемостями. Каждая из последовательностей (4), (5), (6) будет минимизирующей для функционала

$$F(u) = \iint (\text{grad} U)^2 dx dy.$$

Для определения коэффициентов составим вначале четыре уравнения. Два уравнения можно записать на основе равенства функций на границе $k_2 = (d-n)$ и $k_1 = (n+d)$:

$$U_2(x, y) = U_1(x, y) \text{ при } y = k_2,$$

$$U_1(x, y) = U_0(x, y) \text{ при } y = k_1.$$

Еще два уравнения можно записать из условия равенства нормальных составляющих напряженности электрического поля на границах смежных областей:

$$\epsilon_2 \frac{\partial U_2}{\partial y} \Big|_{y=k_2} = \epsilon_1 \frac{\partial U_1}{\partial y} \Big|_{y=k_2}$$

$$\epsilon_1 \frac{\partial U_1}{\partial y} \Big|_{y=k_1} = \epsilon_0 \frac{\partial U_0}{\partial y} \Big|_{y=k_1}$$

Если проделать указанные операции, то нетрудно получить следующие уравнения:

$$M = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \cdot \frac{1}{a_2^2}; \quad N = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_0} \cdot \frac{1}{a_2^2}; \quad (7)$$

$$a_1^2 = (n+d)^2 \cdot \left(1 - \frac{\epsilon_1}{\epsilon_0}\right) + \kappa^2 \cdot \frac{\epsilon_1}{\epsilon_0}; \quad (8)$$

$$a_2^2 = (d-n)^2 \cdot \left(1 - \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}\right) + (d+n)^2 \cdot \left(\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} - \frac{\epsilon_2}{\epsilon_0}\right) + \frac{\epsilon_2}{\epsilon_0} \kappa^2; \quad (9)$$

$$B_1 = A_1 \cdot \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \cdot \frac{a_2^2 - 2(d-n)^2}{a_1^2 - 2(d-n)^2}; \quad (10)$$

$$C_1 = B_1 \cdot \frac{\epsilon_1}{\epsilon_0} \cdot \frac{a_1^2 - 2(d+n)^2}{\kappa^2 - 2(d+n)^2}; \quad (11)$$

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{B_2}{B_1} = \frac{C_2}{C_1}. \quad (12)$$

Составим уравнения по методу Ритца для области, заключенной между статором и ротором:

$$\begin{cases} A_1[\varphi_1, \varphi_1] + A_2[\varphi_1, \varphi_2] = (P, \varphi_1), \\ A_1[\varphi_2, \varphi_1] + A_2[\varphi_2, \varphi_2] = (P, \varphi_2), \end{cases} \quad (13)$$

где

$$\varphi_1 = [(2l)^4 - x^4] (a_2^2 - y^2) y^2,$$

$$\varphi_2 = [(2l)^8 - x^8] (a_2^2 - y^2) y^2,$$

$$P = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[\frac{U_n}{a_2^2} \cdot f(x) \cdot (a_2^2 - y^2) \right] + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left[\frac{U_n}{a_2^2} \cdot f(x) (a_2^2 - y^2) \right].$$

Решение системы (13) позволяет получить коэффициенты A_1 и A_2 , выраженные через геометрические параметры машины:

$$A_1 = \frac{U_n \cdot \{ [-1,3 \cdot a_2^2 \cdot (2l)^2 + 0,3(2l)^4] \cdot D_0 + [0,78 \cdot a_2^4 - 0,31 \cdot a_2^2 (2l)^2 + 0,68(2l)^4] D_2 + a_2^4 \cdot (2l)^4 \cdot [0,2 \cdot a_2^4 + 1,24 \cdot a_2^2 (2l)^2 + 0,355(2l)^4] + [0,6 \cdot a_2^4 - 2,376 \cdot a_2^2 (2l)^2 + 0,51 \cdot (2l)^4] \cdot D_4 \}}{a_2^4 \cdot (2l)^4 \cdot [0,2 \cdot a_2^4 + 1,24 \cdot a_2^2 (2l)^2 + 0,355(2l)^4] + [2,336 \cdot a_2^2 \cdot (2l)^2 - 0,5(2l)^4] \cdot D_4}, \quad (14)$$

$$A_2 = \frac{U_n \cdot \{ [0,465 \cdot a_2^2 \cdot (2l)^2 - 0,52(2l)^4] \cdot D_0 - [0,27 \cdot a_2^4 - 0,28 \cdot a_2^2 (2l)^2 + (0,69(2l)^4)] D_2 + a_2^4 \cdot (2l)^4 \cdot [0,2 \cdot a_2^4 + 1,24 \cdot a_2^2 (2l)^2 + 0,355(2l)^4] + [2,336 \cdot a_2^2 \cdot (2l)^2 - 0,5(2l)^4] \cdot D_4 \}}{a_2^4 \cdot (2l)^4 \cdot [0,2 \cdot a_2^4 + 1,24 \cdot a_2^2 (2l)^2 + 0,355(2l)^4] + [2,336 \cdot a_2^2 \cdot (2l)^2 - 0,5(2l)^4] \cdot D_4}. \quad (15)$$

По найденным A_1 и A_2 определяются другие коэффициенты согласно (10), (11), (12).

На основе полученных формул было рассчитано электрическое поле в области со следующими размерами и диэлектрическими константами

в относительных единицах: $2l=1$; $n+d+d'=0,278$, $b=0,114$,
 $d-n=0,0278$, $2n=0,0556$, $d'=0,1946$, $E_0=E_1=E=1$.

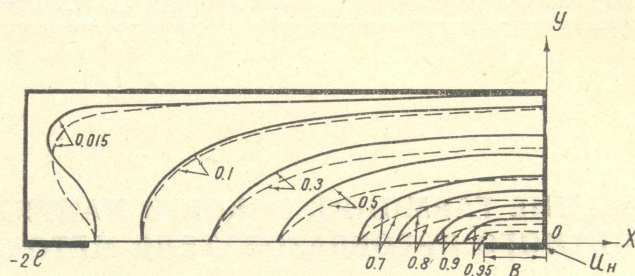


Рис. 3

Рассчитанная картина эквипотенциальных линий показана на рис. 3 (сплошные линии). Здесь же (пунктирные линии) построены результаты моделирования поля в электролитической ванне.

В заключение следует подчеркнуть, что на основе вариационного метода можно получить весьма простые (4, 5, 6) аналитические формулы для определения потенциала в любой точке рабочего объема емкостного генератора. Формулы дают достаточную для инженерных расчетов точность в зоне высоковольтного индуктора. Точность можно повысить при увеличении числа членов минимизирующей последовательности, либо более рациональным подбором формы координатных функций.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. Г. Михлин. Вариационные методы в математической физике, ГТИ, 1957.
2. В. И. Левитов, А. Г. Ляпин. Электростатические генераторы с жестким ротором, ч. II, М., 1965.
3. А. П. Кононов, В. А. Лукутин, В. М. Осипов. Изв. ТПИ, т. 191, стр. 17—22, 1969.
4. В. А. Лукутин, Ю. И. Алексеев, А. Ф. Кочнева. Изв. ТПИ, т. 210, 1971.