

К ВОПРОСУ ПОСТРОЕНИЯ АНАЛИЗАТОРОВ «СПЕКТРА» УОЛША

Б. Н. ЕПИФАНЦЕВ, Ю. П. ЗАБАШТА

(Представлена кафедрой вычислительной техники)

Идея представления сигнала любой формы суммой элементарных функций реализуется преобразованием Фурье. С помощью вычислительной машины и специальных устройств, согласующих параметры источника сигнала с машиной, процесс проведения указанного преобразования можно автоматизировать в большом диапазоне реальных условий, и весь вопрос состоит в том, чтобы оценить эффективность подобной процедуры.

Действительно, из условий

$$f(t) = c_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos k\omega_1 t + b_k \sin k\omega_1 t), \quad (1)$$

$$a_k = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cdot \cos k\omega_1 t \, dt, \quad (2)$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cdot \sin k\omega_1 t \, dt \quad (3)$$

для получения амплитудно-частотного спектра

$$c_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$$

мы должны просинтезировать сигналы $\cos k\omega_1 t$, $\sin k\omega_1 t$, которые затем умножаются на $f(t)$; полученные произведения усредняются на интервале $[-T/2; T/2]$.

Время вычисления стандартных функций, например,

$$\sin k\omega_1 t = k\omega_1 t - \frac{(k\omega_1 t)^3}{3!} + \frac{(k\omega_1 t)^5}{5!} - \frac{(k\omega_1 t)^7}{7!} + \dots$$

зависит от количества членов ряда, так же, как от числа разбиений периода функции m (1, 2, ..., i , ..., m).

Может оказаться, что при вычислении (2) и (3) при заданной точности ξ затраты времени превысят допустимые, определяемые условиями задачи. В то же время фактор стоимости машинного времени, как и фактор дополнительных затрат на согласование источника сигнала с машиной и машины с потребителем в значительной степени сужают область рационального применения ЭВМ для анализа

сигналов. Поэтому задача разработки специализированных устройств для автоматизации проведения преобразования Фурье для различных классов ортогональных полных систем функций по-прежнему остается актуальной.

К настоящему времени в определенной степени имеет законченный вид теория преобразователей, переводящих исходное пространство функций в пространство коэффициентов основной тригонометрической системы функций, основанная на идее использования явления резонанса.

Что же касается аппаратной реализации преобразования Фурье в классе других ортогональных систем, здесь существует большое число нерешенных вопросов. Одним из них является отсутствие технических разработок анализаторов «спектра» Уолша, на что, кстати, указано в [1]. Цель данной работы — устранить этот пробел.

Функциями Уолша [2] называются произведения вида (рис. 1)

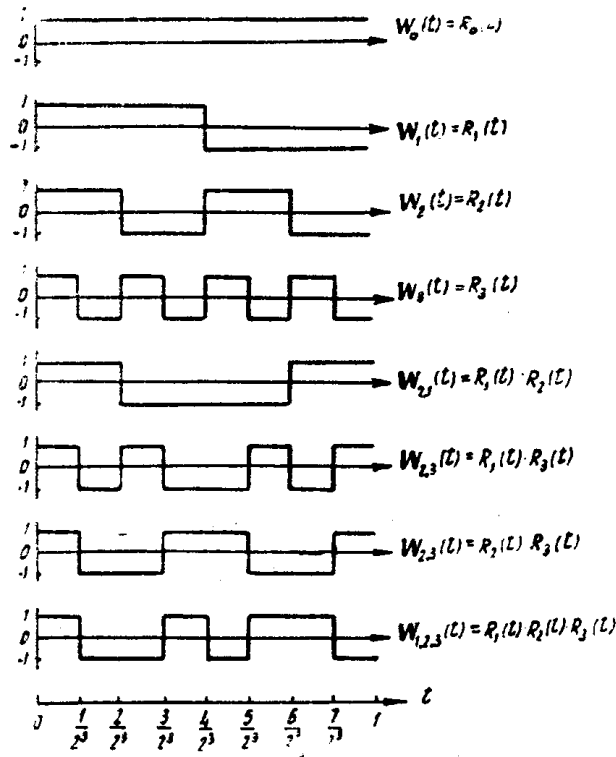


Рис. 1. Графики функций Уолша

$$W_{n_1 n_2 \dots n_K}(x) = R_{n_1}(x) \cdot R_{n_2}(x) \cdot \dots \cdot R_{n_K}(x), \quad (4)$$

где

$$0 < n_1 < n_2 < \dots < n_K, \quad (5)$$

$R_n(x) = \text{sign} \sin 2\pi x$ — функции Радемахера.

Система (4) ортогональна, нормирована и полна на $[0, 1]$. Функции Уолша определены на $0, 1$, однако нетрудно свести к рассматриваемому случай задания функции на произвольном интервале $[a, b]$.

Примечательным свойством функций Уолша является то, что они принимают только значения ± 1 и легко определяются по двоичному разложению аргумента x .

Согласно теореме Дирихле практически все встречающиеся в радиотехнике сигналы могут быть представлены рядом

$$f(t) = \sum_{K=0}^{\infty} a_K W_K(t), \quad (6)$$

где

$$a_k = \int_0^1 f(t) W_k(t) dt.$$

Поскольку $W_k(t) = \pm 1$, и заменяя процесс интегрирования суммированием в первом случае (7), соотношение (6) можно представить в виде

$$a_k = \sum_{\Delta t} f(t) \cdot W_k(t) \quad (7)$$

или

$$a_k = \sum_i \int_{\Delta t_i} f(t) dt - \sum_r \int_{\Delta t_r} f(t) dt, \quad (8)$$

где

Δt_i — участки интервала $[0,1]$, на которых произведение $f(t) \cdot W_k(t)$ имеет знак «плюс», а Δt_r — то же, но знак «минус».

Выражения (7) и (8) могут быть положены в основу аппаратной реализации получения коэффициентов спектра Уолша (соответственно дискретный и аналоговый варианты анализатора).

Для (7) процесс интегрирования сводится к суммированию (вычитанию) отдельных значений исследуемой функции $f(t)$. Выражение (7) удобно реализуется, если $f(t)$ с помощью преобразователя аналог-код представить в цифровой форме в виде последовательности импульсов, число которых пропорционально значению функции $f(t)$, а в качестве интегратора использовать реверсивный счетчик, управляемый соответствующей функцией Уолша.

На рис. 2а приведена функциональная схема дискретного варианта анализатора спектра Уолша последовательного действия.

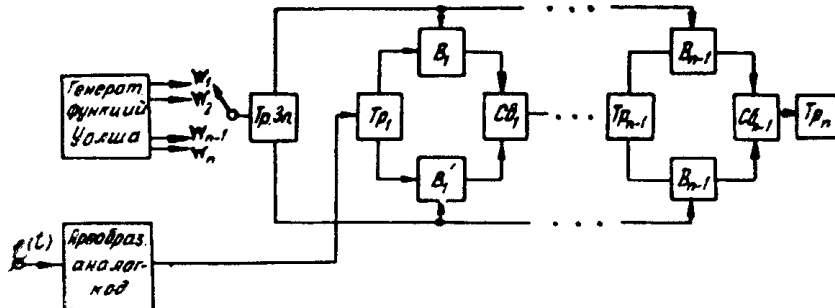


Рис. 2а. Блок-схема анализатора.
Дискретный вариант

Исследуемый сигнал $f(t)$ поступает на вход преобразователя аналог-код, с выхода которого последовательность импульсов подается на счетный вход реверсивного счетчика.

Реверсивный счетчик представляет собой устройство из цепочки триггеров ($Tr_1—Tr_n$), соединенных между собой последовательно через вентиляционные схемы $B_1—B_n$, $B'_1—B'_n$ и схемы сборки $Сб_1—Сб_n$. Счетчик имеет три входа: один счетный и два для указания арифметического действия суммирования или вычитания.

Знак действия соответствует знаку функции Уолша. Генерируемая функция Уолша поступает на триггер знака действия, который управляет работой вентиляционных схем, обеспечивающих заданный режим счетчика.

Коэффициент разложения a_k определяется как окончательный результат вычислений и может быть выведен на печать или индикатор.

Путем последовательного подключения соответствующих функций Уолша ($W_0 - W_n$) нетрудно определить все коэффициенты разложения ($a_0 - a_n$).

Анализатор может быть использован и как устройство параллельного действия, в этом случае необходимо иметь n реверсивных счетчиков по числу коэффициентов разложения. Функциональная схема аналогового варианта анализатора представлена на рис. 26.

Исследуемая функция $f(t)$ и ее инверсия $\bar{f}(t)$ подаются на ключи Кл. 1—Кл. 4, управляемые соответствующей прямой $W_k(t)$ и инверсной

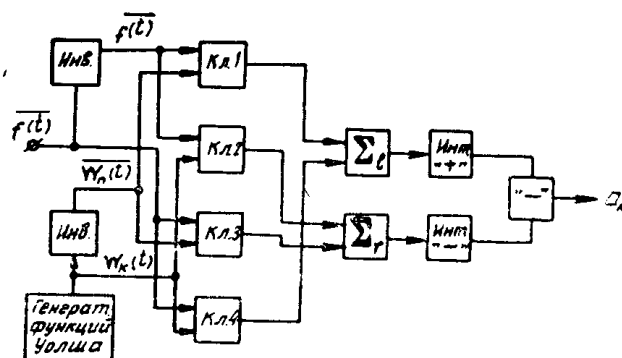


Рис. 26. Аналоговый вариант

$W_k(t)$ функциями Уолша таким образом, что при положительном знаке произведения $f(t) \cdot W_k(t)$ через схему суммирования (Σ) подключается интегратор положительных значений (инт. «+») при отрицательном знаке произведения подключается интегратор отрицательных значений (инт. «-»).

Схема разности, подключенная к выходам интеграторов, определяет значение коэффициента a_k разложения исследуемого сигнала $f(t)$ по системе ортогональных функций Уолша $W_k(t)$.

Так же, как и в предыдущем варианте, анализатор может быть использован как устройство параллельного действия.

В статье не рассмотрены вопросы точности представления $f(t)$, быстродействия анализаторов, их сравнительные характеристики, поскольку они всецело определяются непосредственно конкретной задачей анализа.

ЛИТЕРАТУРА

1. К. Г. Кирьянов. Новый алгоритм вычисления функции взаимной корреляции и построения простых коррелометров многомерных случайных процессов. Вопросы радиоэлектроники, серия РТ, вып. 4, стр. 57—71, 1967.
2. Б. Т. Поляк, Ю. А. Шрейдер. Применение полиномов Уолша в приближенных вычислениях. Вопросы теории математических машин, № 2, 1962.