

О ЛУЧИСТОМ ПРОГРЕВЕ ТЕЛ ПРИ ПЕРЕМЕННОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ ИСТОЧНИКА ТЕПЛА

В. В. САЛОМАТОВ и Г. П. БОЙКОВ

(Представлено профессором, доктором Г. И. Фуксом)

Первое представление о прогреве тел при переменной температуре среды можно получить на основании решений для конвективного теплообмена. Однако имеющиеся решения [1] большей частью даются для таких условий, когда температура среды изменяется от начальной температуры нагреваемого тела. Несколько больший интерес представляют условия, выраженные системой уравнений

$$\frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 T(x, \tau)}{\partial x^2}, \quad (1)$$

$$T(x, 0) = T_0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial T(0, \tau)}{\partial x} = 0, \quad (3)$$

при $x = R$

$$\lambda \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial x} + \alpha [(T_{co} + b\tau) - T(x, \tau)] = 0. \quad (4)$$

Применяя интегральное преобразование Лапласа к системе (1)–(4), получаем решение в изображениях

$$T(x, s) - \frac{T_0}{s} = A \operatorname{ch} \sqrt{\frac{s}{a}} x. \quad (5)$$

Удовлетворяя граничному условию (4), находим постоянную A . Тогда в общем виде

$$\begin{aligned} T(x, s) - \frac{T_0}{s} = & \frac{(T_{co} - T_0) \operatorname{ch} \sqrt{\frac{s}{a}} x}{s \left(\operatorname{ch} \sqrt{\frac{s}{a}} R + \frac{1}{H} \sqrt{\frac{s}{a}} \operatorname{sh} \sqrt{\frac{s}{a}} R \right)} + \\ & + \frac{b \operatorname{ch} \sqrt{\frac{s}{a}} x}{s^2 \left(\operatorname{ch} \sqrt{\frac{s}{a}} R + \frac{1}{H} \sqrt{\frac{s}{a}} \operatorname{sh} \sqrt{\frac{s}{a}} R \right)}. \end{aligned} \quad (6)$$

Обратное преобразование приводит к выражению

$$T(x, \tau) = T_o + (T_{co} - T_o) \left[1 - \sum_{n=1}^{n=\infty} A_n \cos \mu_n \frac{x}{R} \exp \left(-\mu_n^2 \frac{a \tau}{R^2} \right) \right] + \\ + b \tau - \frac{b R^2}{2 a} \left[1 - \left(\frac{x}{R} \right)^2 \right] - \frac{b R^2}{a} \left[\frac{1}{Bi} - \right. \\ \left. - \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{A_n}{\mu_n^2} \cos \mu_n \frac{x}{R} \exp \left(-\mu_n^2 \frac{a \tau}{R^2} \right) \right]. \quad (7)$$

Здесь μ_n — корни характеристического уравнения

$$\mu_n \operatorname{tg} \mu_n = Bi.$$

Решение (7) позволяет отметить следующее:

1. Весь процесс нагрева твердых тел может быть условно разбит на три режима:

а) неупорядоченный тепловой режим, когда имеется необходимость учитывать несколько членов бесконечного ряда; б) упорядоченный тепловой режим, когда достаточно ограничиться одним членом ряда; в) синхронный тепловой режим, когда температура поверхности тела отстает от температуры среды на некоторую постоянную величину. Эта постоянная при прочих равных условиях тем меньше, чем больше критерий конвективного теплообмена. При $Bi \rightarrow \infty$ температура поверхности в этом режиме совпадает с переменной температурой среды.

2. Решение задачи для прогрева при переменной температуре среды складывается из суммы трех функций:

а) первая функция представляет собой решение задачи для постоянной температуры источника;

б) вторая функция определяется законом роста температуры окружающей среды и критерием безразмерной координаты;

в) третья функция, начиная с некоторых значений критерия Fo , стремится к нулю при $Bi \rightarrow \infty$.

В практических условиях наибольшее значение имеют случаи нагрева радиацией при переменной температуре источника тепла. Решение такой задачи связано с математическими трудностями. В литературе [2, 3] можно встретить ряд приемов, которые в некотором приближении дают решение поставленной задачи.

Мы считаем, что техническое решение указанной задачи может быть дано на основе сделанных представлений о процессе конвективного теплообмена. Так, например, для неограниченной пластины решение, аналогичное (7), может быть представлено в форме

$$T(x, \tau) = T^*(x, \tau) + b \tau - \frac{b R^2}{2 a} \left[1 - \left(\frac{x}{R} \right)^2 \right] - \frac{b R^2}{a} F(\Theta^*, Ki). \quad (8)$$

Здесь $T^*(x, \tau)$ — решение задачи лучистого прогрева при постоянной температуре источника тепла;

$F(\Theta^*, Ki)$ — некоторая функция относительной температуры и критерия лучистого теплообмена Ki ;

Соответствующий подбор вида функции $F(\Theta^*, Ki)$ дает возможность рекомендовать формулу (8) в качестве первого приближения. Исследования показали, что результаты расчета согласно (8) удовлетворительно совпадают с расчетами, произведенными численным методом, если принять

$$F(\Theta^*, Ki) = \frac{\Theta^*}{Ki(e^{\sqrt[4]{Ki}} + 1)},$$

где $\Theta^* = \frac{T^* - T_0}{T_{co} - T_0}$ — известный критерий при прогреве для постоянной температуры источника тепла.

Следует отметить, что полной аналогии между (7) и (8) быть не может, так как критерий лучистого теплообмена (критерий Кирпичева) в данном случае величина переменная.

Известно [4], что температурное поле внутри тела может быть определено на основании выражения

$$\Theta(X, Fo) = \int_0^{Fo} Q(Fo) dFo + 2 \sum_{n=1}^{n=\infty} (-1)^n \cos n\pi X \cdot e^{-n^2\pi^2 Fo} \int_0^{Fo} e^{n^2\pi^2 F_0} Q(F_0) dF_0. \quad (9)$$

Здесь

$$X = \frac{x}{R},$$

$$\Theta = \frac{T(x, \tau) - T_0}{T_{co} - T_0},$$

$$Q = \frac{q(\tau)R}{\lambda(T_{co} - T_0)}.$$

Однако для этого из посторонних источников необходимо знать закон изменения теплового потока $q(\tau)$ на поверхности тела.

Обобщения графических построений, выполненных на основе зонального расчета, приводят к критериальным выражениям

$$Q_n = \frac{q_n(\tau)}{q_c(\tau)} = e^{-d^2},$$

$$Q_d = \frac{q_d(\tau)}{q_c(\tau)} = 1 - e^{-d^2}.$$

Согласно последнему температура поверхности

$$\Theta_n = \frac{T_n}{T_c(\tau)} = \sqrt[4]{1 - e^{-d^2}}. \quad (10)$$

Здесь d — критериальный комплекс

$$f(\Theta_0) + \xi Ki^m Fo. \quad (11)$$

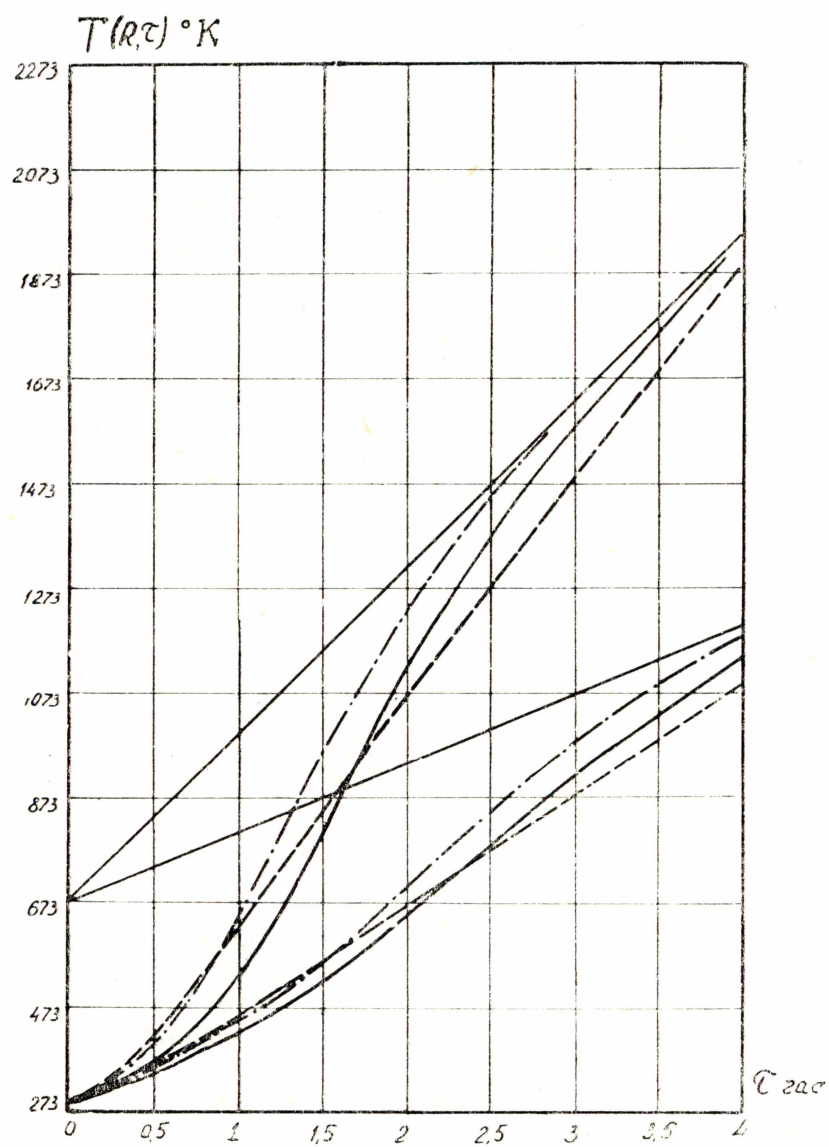
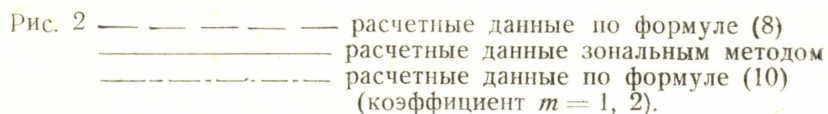


Рис. 1 — — — — — расчетные данные по формуле (8)
 ————— расчетные данные зональным методом
 - · - · - · расчетные данные по формуле (10) (коэффициент $m = 1,2$)

На рис. 1 и 2 показано изменение температуры поверхности неограниченной пластины толщиной $2R=200$ мм, при $\lambda=39$ ккал/м.час.град., $a=0,045$ м²/час, $\varepsilon_n c_0=4,0$, построенное различными способами.


$$\Theta = \frac{T_0}{T_{co}} = 0,6 \div 0,1.$$

1. Лыков А. В. Теория теплопроводности. ГИТЛ, М., 1952.
2. Бойков Г. П. Известия Томского политехнического института, том 89, 1957.
3. Шумаков Н. В. ЖТФ, № 4, 1957.
4. Самойлович Ю. А. ИФЖ, № 11, 1961.