ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ
И ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

Том 262 1973

УРАВНЕНИЯ И ПЕРЕДАТОЧНЫЕ ФУНКЦИИ РЕЛЕЙНОЙ САР ПУСКОВОГО ТОКА ТЯГОВОГО ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ

А. П. ЗАЙЦЕВ, Ю. Ф. МИХЕЕВ

(Представлена научно-техническим семинаром НИИ АЭМ)

В статье рассматривается вывод уравнений и передаточных функций релейной системы автоматического регулирования (САР) прямого пуска двигателя последовательного возбуждения с учетом реакции якоря, насыщения магнитной цепи, рассеяния главных полюсов и вихревых токов, возникающих в массивных частях магнитопровода.

Упрощенная схема САР представлена на рис. 1,*а,* где обозначено:
РЭ — релейный элемент,
ТП — тиристорный преобразователь,
ДТЯ — датчик тока якоря.

Регулирование ведется путем поддержания пускового тока якоря на определенном уровне, соответствующем эталонному напряжению $V_э$ Контроль за текущим значением тока осуществляется ДТЯ. Если сигнал ДТЯ $V_д < V_э$, то тиристорный преобразователь включается, к двигателю прикладывается полное напряжение источника питания, и ток якоря возрастает. При $V_д > V_э$ тиристорный преобразователь выключается. Следовательно, ток двигателя будет поддерживаться на определенном уровне, пульсируя относительно среднего значения.

Особенностью рассматриваемой САР в этом режиме работы является скачкообразное изменение напряжения, прикладываемого к двигателю при каждом переключении ТП. Кроме того, непосредственно перед очередным переключением САР имеет не равные нулю значения выходной величины и ее производных. В этом случае при составлении дифференциальных уравнений целесообразно применять обобщенные функции [1].

При составлении уравнений и передаточных функций примем следующие допущения:

1) период коммутации тиристорного преобразователя при минимальной частоте регулирования в системе намного меньше электромеханической постоянной времени привода;

2) поток реакции якоря пропорционален току якоря при небольших его отклонениях;

3) скорость вращения в квазиустановившемся режиме остается постоянной;

4) источник питания бесконечной мощности.

С учетом принятых допущений схема рис. 1,*а* описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$
\left.
\begin{array}{c}
(L_{\text{в}}+L_{\text{я}}+L_{\text{р}})\dfrac{di}{dt}+(r_{\text{в}}+r_{\text{я}})i+\mathrm{M}\dfrac{di_{\text{к}}}{dt}+\mathrm{C}_{\text{е}}\omega\Phi_{\text{е}}=V_{\text{с}}\\[2mm]
L_{\text{к}}\dfrac{di_{\text{к}}}{dt}+i_{\text{к}}r_{\text{к}}+\mathrm{M}\dfrac{di}{dt}=0.\\[2mm]
\Phi_{\text{е}}=\Phi_{\mu}-\mathrm{K}_{\text{р}}\cdot i.\\[2mm]
V_{\text{с}}=f(V_{\text{у}})=\begin{cases}\max\ \text{при}\ \dfrac{di}{dt}>0.\\[2mm] 0\ \ \text{при}\ \dfrac{di}{dt}<0.\end{cases}\\[2mm]
V_{\text{у}}=V_{\text{д}}-V_{\text{э}}.\\
V_{\text{д}}=\text{к}_{\text{п}}\cdot i.
\end{array}
\right\}
\qquad (1)
$$

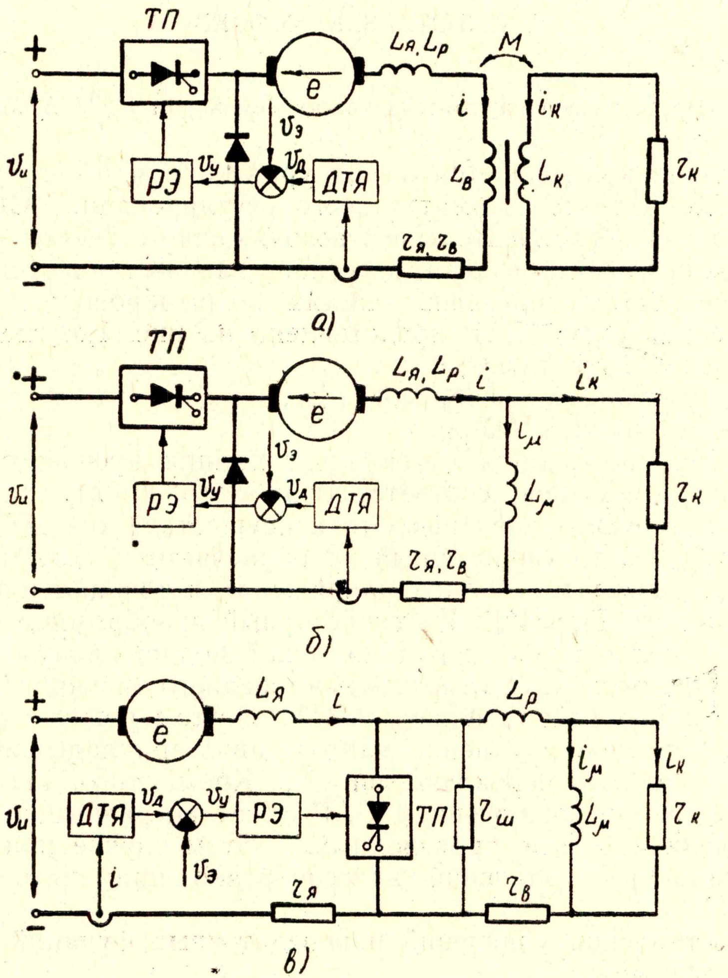

Рис. 1

где

$L_{\text{в}}$ — индуктивность обмотки возбуждения,

$L_{\text{я}}$ — индуктивность обмотки якоря,

$L_{\text{р}}$ — индуктивность рассеяния главных полюсов,

$L_{\text{к}}$ — индуктивность фиктивной обмотки вихревых токов,

М — взаимная индуктивность обмотки возбуждения и фиктивной обмотки вихревых токов,

$r_я$ — сопротивление обмотки якоря,
$r_в$ — сопротивление обмотки возбуждения,
$r_к$ — сопротивление обмотки вихревых токов,
$C_е$ — конструктивная постоянная двигателя,
ω — скорость вращения двигателя,
$\Phi_е$ — полезный магнитный поток,
Φ_μ — поток намагничивания,
$к_р$ — коэффициент реакции якоря,
i — ток якоря,
$i_к$ — ток в контуре вихревых токов,
$V_у$ — напряжение управления РЭ,
$\kappa_п$ — коэффициент передачи датчика тока,
$V_с$ — напряжение сети.

Так как фиктивная обмотка, характеризующая контур вихревых токов, не имеет потоков рассеяния, а обмотка возбуждения имеет потоки рассеяния, то схему рис. 1,*а* можно представить в виде, изображенном на рис. 1,*б,* где обозначены:

L_μ — индуктивность намагничивающего контура,
i_μ — ток намагничивания.

Остальные обозначения ясны из рис. 1,*б.* Для включенного состояния тиристорного преобразователя схеме замещения соответствуют уравнения:

$$\left.\begin{aligned}&(L_я+L_р)\frac{di}{dt}+(r_я+r_в)i+L_\mu\frac{di_\mu}{dt}+C_е\omega\Phi_е=V_с\\&L_\mu\frac{di_\mu}{dt}=i_к\cdot r_к.\\&i=i_\mu+i_к.\end{aligned}\right\}\qquad(2)$$

Данная система уравнений, записанная в полных координатах, является нелинейной. При исследовании квазиустановившихся процессов, когда отклонения выходной координаты (тока якоря) незначительны, можно считать, что САР описывается линейными дифференциальными уравнениями. При таком допущении можно значения параметров, входящих в уравнения (2), определять для среднего значения тока намагничивания. В этом случае поток двигателя Φ_μ можно определять непосредственно по характеристике х.х., а приращение потока $\Delta\Phi_\mu$ — при изменении тока на Δi_μ определять как

$$\Delta\Phi_\mu=к_\mu\cdot\Delta i_\mu,\qquad(3)$$

где k_μ — тангенс угла наклона касательной к характеристике в точке условного равновесия, определяемой средним значением тока.

Систему уравнений (2) для приращений координат и с учетом выражения (3) можно записать, заменив предварительно $\frac{d}{dt}=D$ как

$$\left.\begin{aligned}&(L_я+L_р)Di+i(r_я+r_в)+L_\mu Di_\mu+C_е\omega(к_\mu i_\mu-к_р i)=V_с\\&L_\mu Di_\mu=i_к r_к\\&i=i_\mu+i_к.\end{aligned}\right\}\qquad(4)$$

Знак приращения Δ в системе уравнений (4) опущен. Проделав несложные преобразования, систему уравнений (4) можно свести к системе (5):

$$\left.\begin{aligned}(T_s D+1)i+(T_\mu D+\kappa)i_\mu=\kappa_c V_c\\ (T_\kappa D+1)i_\mu=i,\end{aligned}\right\}$$

где (5)

$$T_s=\frac{L_я+L_р}{r};\quad T_\mu=\frac{L_\mu}{r};\quad \kappa=\frac{C_e\,\omega\,\kappa_\mu}{r};\ \kappa_c=\frac{1}{r}$$

$$r=r_я+r_в-C_e\omega\,\kappa_р;\quad T_\kappa\frac{L_\mu}{r_\kappa}.$$

Решив совместно уравнения (5) и выполнив преобразования Лапласа, получим:

$$\begin{aligned}&[T_s\cdot T_\kappa p^2+(T_\mu+T_\kappa+T_s)\cdot p+1+\kappa]I(p)=\kappa_c V_c(p)[T_\kappa p+1]-\\&-\kappa_c V_0 T_\kappa+[T_s\cdot T_\kappa p+(T_\mu+T_\kappa+T_s)]i_0+T_s T_\kappa i_0',\end{aligned}\tag{6}$$

где i и i' — предначальные значения выходной координаты.

По выражению (6) определим передаточную функцию по основному входу $W_f(p)$ и по δ-входу $W_\delta(p)$

$$W_f(p)=\frac{\kappa_c(T_\kappa p+1)}{T_s T_\kappa p^2+(T_\mu+T_\kappa+T_s)p+1+\kappa},\tag{7}$$

$$W_\delta(p)=\frac{T_s T_\kappa i_0'+[T_s T_\kappa p+(T_\mu+T_\kappa+T_s)]i_0-\kappa_c V_0 T_\kappa}{T_s T_\kappa p^2+(T_\mu+T_\kappa+T_s)p+1+\kappa}.\tag{8}$$

Изображение выходной координаты определяется соотношением

$$I(p)=W_f(p)\cdot V_c(p)+W_\delta(p)\delta(p).\tag{9}$$

В рассматриваемой САР возмущающее воздействие — напряжение источника имеет скачкообразный характер, т. е.

$$V_c(t)=h(t)=\text{const};\qquad V_c(p)=\frac{h}{p}.\tag{10}$$

Приняв во внимание, что

$$L\{\delta(t)\}=\delta(p)=1,\tag{11}$$

запишем с учетом (10) и (11):

$$I(p)=[W_f(p)\cdot h+pW_\delta(p)]\frac{1}{p}=W_ф(p)\cdot\frac{1}{p},\tag{12}$$

где

$$W_ф(p)=hW_f(p)+pW\delta(p).$$

Выражение (12) показывает, что ток можно рассматривать как выходную координату некоторой фиктивной системы, к которой при нулевых предначальных условиях прикладывается внешнее воздействие типа единичного скачка.

Передаточную функцию фиктивной системы $W_ф(p)$ можно представить в общем виде как

$$W_ф(p)=\frac{\beta_2 T^2p^2+\beta_1 Tp+\beta_0}{T^2p^2+2\varepsilon Tp+1},\tag{13}$$

где

$$T^2 = \frac{T_s \cdot T_к}{1+к} \qquad 2\varepsilon T = \frac{T_s + T_к + T_\mu}{1+к}; \quad \beta_1 = 2\varepsilon\, i_0 + T i_0' + \frac{T_к \cdot к_с (h - V_0)}{T(1+к)};$$

$$\beta_0 = \frac{h \cdot к_с}{1+к}; \; \beta_2 = i_0.$$

После выхода двигателя на естественную характеристику регулирование пускового тока осуществляется путем ослабления поля. Особенностью этого режима работы является скачкообразное изменение параметров системы перед каждым переключением. Схема замещения для этого режима работы представлена на рис. 1,*в* и с учетом принятых допущений может быть описана для одного из состояний ТП следующей системой уравнений:

$$\left.\begin{aligned} &L_я \frac{di}{dt} + r_я i + L_\mu \frac{di_\mu}{dt} + i_в \cdot r_в + L_s \frac{di_в}{dt} + C_e\, \omega (к_\mu i_\mu - к_р i) = V_с \\ &i_ш \cdot r_ш = L_\mu \frac{di_\mu}{dt} + i_в \cdot r_в + L_s \frac{di_в}{dt} \\ &L_\mu \frac{di_\mu}{dt} = i_к \cdot r_к \\ &i = i_ш + i_в \\ &i_в = i_\mu + i_к \end{aligned}\right\} \qquad (14)$$

После преобразований, аналогичных проведенным выше, получим передаточные функции САР по основному входу относительно изображения напряжения сети

$$W_f(p) = \frac{к_с [T_s T_к p^2 + (T_\mu + T_s + T_к) p + 1] \times}{T_я T_s T_к p^3 + [T_\mu T_я + T_s T_я + T_я T_к + T_s T_к (1 + к_1)] p^2 +}$$

$$\frac{\times 1}{+ [T_я + (1 + к_1 к_2) T_к + (1 + к_1)(T_s + T_\mu)] p + [1 + к_1 к_2 + к_1 к_2 к_3]}; \qquad (15)$$

и по δ-входу

$$W_\delta(p) = \frac{\{T_я T_s T_к p^2 + [T_\mu T_я + T_s T_я + T_я T_к + T_s T_к (1 + к_1)] p + [T_я + (1 + к_1 к_2) T_к +}{\{T_я T_s T_к p^3 + [T_\mu T_я + T_s T_я + T_я T_к + T_s T_к (1 + к_1)] p^2 +}$$

$$\frac{+ (1 + к_1)(T_s + T_\mu)]\} i_0 + [T_я T_s T_к p + T_\mu T_я + T_s T_я + T_я T_к + T_s T_к (1 + к_1)] i_0' +}{+ [T_я + (1 + к_1 к_2) T_к + (1 + к_1)(T_s + T_\mu)] p + [1 + к_1 к_2 + к_1 к_2 к_3]\} \times}$$

$$\frac{+ T_я T_s T_к i_0'' - к_с [T_s T_к V_0 + (T_\mu + T_s + T_к) V_0 + T_s T_к V_0']}{\times 1}, \qquad (16)$$

где

$$T_я = \frac{L_я}{r}; \quad T_\mu = \frac{L_\mu}{r_ш + r_в'}; \quad T_s = \frac{L_s}{r_ш + r_в}; \quad T_к = \frac{L_\mu}{r_к};$$

$$к_1 = \frac{r_ш}{r}; \quad к_2 = \frac{r_в}{r_ш + r_в}; \quad к_3 = \frac{C_e \omega\, к_\mu}{r_в}; \quad к_с = \frac{1}{r}$$

$$r = r_я - C_e\, \omega\, к_р.$$

i_0, i_0', i_0'' — предначальные значения выходной координаты,
V_0, V_0' — предначальные значения возмущающего воздействия.

При скачке напряжения сети $\Delta V_c(t)=h(t)=\text{const}$ и $\Delta V_c(p)=\frac{h}{p}$ изображение выходной координаты запишется

$$I(p)=[W_f(p)\cdot h+pW_\delta(p)]\frac{1}{p}=W_\phi(p)\cdot\frac{1}{p}, \tag{17}$$

где

$$W_\phi(p)=h\,W_f(p)+pW_\delta(p). \tag{18}$$

$W_\phi(p)$ — фиктивная передаточная функция системы после некоторых преобразований приводится к виду

$$W_\phi(p)=\frac{\beta_3 T^3p^3+\beta_2T^2p^2+\beta_1Tp+\beta_0}{T^3p^3+T^2p^2+2\varepsilon Tp+1}, \tag{19}$$

где

$$T^3=\frac{T_я T_s T_к}{1+к_1к_2+к_1к_2к_3}; \quad T^2=\frac{T_\mu T_я+T_sT_я+T_яT_к+T_sT_к(1+к_1)}{1+к_1к_2+к_1к_2к_3};$$

$$2\varepsilon T=\frac{T_я+T_к(1+к_1к_2)+(1+к_1)\cdot(T_s+T_\mu)}{1+к_1к_2+к_1к_2к_3};$$

$$\beta_0=\frac{к_c h}{1+к_1к_2+к_1к_2к_3};$$

$$\beta_2T^2=T^3 i_0'+T^2 i_0+\frac{T_sT_кк_c(h-V_0)}{1+к_1к_2+к_1к_2к_3};$$

$$\beta_2=Ti_0'+i_0+\frac{T_sT_кк_c(h-V_0)}{T^2(1+к_1к_2+к_1к_2к_3)};$$

$$\beta_1T=T^3 i_0''+T^2 i_0'+2\varepsilon Ti_0+\frac{(T_\mu+T_s+T_к)к_c(h-V_0)}{1+к_1к_2+к_1к_2к_3}-$$

$$-\frac{T_sT_кк_cV_0'}{1+к_1к_2+к_1к_2к_3};$$

$$\beta_1=T^2 i_0''+T\,i_0'+2\varepsilon\, i_0+\frac{(T_\mu+T_s+T_к)к_c(h-V_0)}{T(1+к_1к_2+к_1к_2к_3)}-$$

$$-\frac{T_sT_кк_cV_0'}{T(1+к_1к_2+к_1к_2к_3)};$$

$$\beta_3=i_0.$$

При использовании для расчета переходных процессов при скачках напряжения питающей сети типовых фазовых траекторий для рассматриваемой САР необходимо представить на интервалах постоянства параметров фиктивную передаточную функцию (19) в виде параллельного соединения звеньев первого и второго порядков. Это возможно, если кратность корней характеристического полинома системы не превышает двух [2].

Передаточная функция может быть представлена в виде суммы дробей

$$W_\phi(p)=\frac{\beta_{10}}{T_1p+1}+\frac{\beta_{22}T_2{}^2p^2+\beta_{21}T_2p+\beta_{20}}{T_2{}^2p^2+2\varepsilon_2T_2p+1}, \tag{20}$$

где

$$\beta_{10}=\frac{\beta_0 T_1^3-\beta_1 T T_1^2+\beta_2 T^2 T_1-\beta_3 T^3}{T_1 T_2^2+T_1^2(T_1-2\varepsilon_2 T_2)};$$

$$\beta_{22}=\beta_3=i_0;$$

$$\beta_{21}=\frac{\beta_2 T^2 T_1(T_1-2\varepsilon_2 T_2)-\beta_0 T_1^2 T_2^2+\beta_1 T\cdot T_1 T_2^2-\beta_3 T^3(T_1-2\varepsilon_2 T_2)}{\left[T^3+\frac{T_1 T^3}{T_2^2}(T_1-2\varepsilon_2 T_2^2)\right]T_2};$$

$$\beta_{20}=\frac{\beta_1 T T_1^2-\beta_2 T^2 T_1+\beta_3 T^3-\beta_0 T_1^2\cdot 2\varepsilon T_2+\beta_0 T_1 T_2^2}{T^3+\frac{T_1 T^3}{T_2^2}(T_1-2\varepsilon_2 T_2^2)};$$

$$T_1=\frac{1}{p_1};\qquad T_2^2=\frac{1}{p_2 p_3};\qquad 2\varepsilon_2 T_2=\left(\frac{1}{p_2}+\frac{1}{p_3}\right).$$

P_1, P_2, P_3 — корни характеристического уравнения.

Из выражения (20) следует, что фиктивную передаточную функцию для режима ослабления поля можно представить состоящей из параллельно соединенных инерционного звена и звена второго порядка.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. С. Розенфельд, Б. И. Яхинсон. Переходные процессы и обобщенные функции. М., «Наука», 1966.

2. Л. П. Смольников. Расчет нелинейных электромеханических систем. Л., «Энергия», 1968.